

Вар. 1 (30)

1. Является ли линейным пространством множество многочленов степени не ниже 3 ?
2. Является ли набор векторов $e_1 = (-5, 2, -5)^T$, $e_2 = (-1, 1, -3)^T$, $e_3 = (4, -1, 2)^T$ базисом в \mathbb{R}^3 ?
3. Запишите столбец координат элемента $f(x) = 3x^2 - 5x - 1$ в базисе $e_1(x) = 1$, $e_2(x) = x$, $e_3(x) = x^2$.
4.
$$\begin{cases} 3x + 7y + z - 4t - 5u = -2 \\ 2x + 7y - 4z - t - 5u = 0 \\ x + 3y - z - t - 2u = -1 \\ x + 6y - 9z + t = -4 \\ x + y + 4z - 3t - 2u = -3 \end{cases}$$
5. Запишите матрицу линейного оператора L в базисе u , если известно: $L(u_1) = 2u_1 - u_2 - u_3$; $L(u_2) = u_2 - u_3$; $L(u_3) = -u_1 + u_2 + u_3$.
6. Пусть V – линейное пространство всех симметричных многочленов степени не выше двух над \mathbb{R} от двух переменных x и y . Выберите базис в пространстве V и найдите матрицу оператора L в этом базисе, если $L(f)(x, y) = (2x + 4y)\frac{\partial f}{\partial x} + (4x + 2y)\frac{\partial f}{\partial y}$.
7. Оператор $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ задан формулой
$$L(x) = \begin{pmatrix} -2 & +2 & +3 & +1 \\ -3 & +2 & +4 & +2 \\ +5 & -5 & -7 & -2 \end{pmatrix} x.$$
 Укажите какой-нибудь базис ядра этого оператора.
8. Для оператора $L = (D - 3I)(D + 2I)$ запишите $L(y)$ в виде $Ay'' + By' + Cy$.
9. $y'' + 3y' + 2y = e^{-2x}(-6\cos 2x + 8\sin 2x)$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -5$
10. $y'' - 9y = e^{-3x}(-3x^2 + x - 5 - \cos 2x)$

Вар. 2 (30)

1. Является ли линейным пространством множество матриц 2×2 со следом 0?
2. Является ли набор векторов $e_1 = (+3, 1, 3)^T$, $e_2 = (+6, 1, 6)^T$, $e_3 = (+7, 2, 7)^T$, $e_4 = (+8, 3, 8)^T$ линейно независимым и/или системой образующих в \mathbb{R}^3 ?
3. Запишите столбец координат элемента $\begin{pmatrix} -5 & +3 \\ +2 & -9 \end{pmatrix}$ в базисе $e_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $e_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
4.
$$\begin{cases} 2x + 3y + z - 6t - 5u = 1 \\ x - y - z - 2t - u = -8 \\ x + 4y + z - 3t - 2u = 9 \\ 3x + 3y - 9t - 6u = -3 \\ 2x - y - 2z - 5t - u = -9 \end{cases}$$
5. Запишите матрицу линейного оператора L в базисе u , если известно: $L(u_1) = 2u_1 + u_2$; $L(u_2) = -u_1 + 3u_2$; $L(u_3) = u_2 + u_3$.
6. Пусть V – линейное пространство всех вещественных матриц 2×2 со следом 0. Выберите базис в пространстве V и найдите матрицу оператора L в этом базисе, если $L(A) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot A - A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.
7. Оператор $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ задан формулой
$$L(x) = \begin{pmatrix} +1 & +3 & -2 & +1 \\ +2 & +3 & -3 & -1 \\ +3 & +5 & -4 & -2 \end{pmatrix} x.$$
 Укажите какой-нибудь базис ядра этого оператора.
8. Для многочлена $p(x) = (x - 5)(x + 1)$ запишите $p(D)(y)$ в виде $Ay'' + By' + Cy$.
9. $y'' + 2y' + 2y = e^x(-15x - 27)$, $y(0) = -6$, $y'(0) = -2$
10. $y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}(4\cos x + (-3x^2 + 4x - 3)\sin x + 2x)$