ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение Высшего Профессионального Образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)

Кафедра: «Электрификация
и электроснабжение»

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Задание на контрольную работу №2 с методическими указаниями
по дисциплине для студентов-бакалавров 3 курса
направления: **«Управление в технических системах»**

профиля: **«Системы и технические средства автоматизации и управления»**

Москва, 2013 г.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Выбор варианта задания

Задачи контрольных работ имеют 100 вариантов, отличающихся друг от друга схемами и числовыми значениями заданных величин. Исходные данные к задачам определяют по двум последним цифрам шифра студента: по последней цифре выбирается номер схемы, а по предпоследней цифре – номер строки в табл. 1 и 2. Например, шифру 1110-УТб-0291 соответствует схема 1 и девятый вариант числовых значений.

Требования к оформлению контрольной работы

1. Каждую работу выполняют в отдельной тетради, на обложке которой указываются фамилия, имя, отчество, шифр и номер контрольной работы. Контрольная работа должна оформляться чернилами аккуратно, с оставлением полей шириной не менее 30 мм. Страницы работы следует пронумеровывать.

2. Студент обязан выполнять контрольную работу по своему варианту. Выбор варианта производится по двум последним цифрам учебного шифра студента.

3. Текст задания (условие задачи) должен быть переписан в контрольную работу полностью без пропусков и сокращений со всеми рисунками и числовыми значениями для своего варианта.

4. Расчетную часть каждой задачи следует сопровождать краткими и четкими пояснениями. Материал контрольной работы должен излагаться грамотно, записи и формулировки должны быть точными и ясными.

5. Выдерживают следующий порядок записи при вычислениях: сначала приводят формулу, заменяют символы их числовыми значениями, затем выполняют преобразования с числами, после этого дают результат вычислений и указывают единицу измерения. Вычисления должны быть сделаны с точностью до третьей значащей цифры. При решении задач необходимо пользоваться Международной системой единиц СИ.

6. Все графические построения должны быть выполнены аккуратно карандашом с помощью чертежного инструмента, в соответствии с утвержденным ГОСТом. По осям координат необходимо указывать размерность и масштаб.

7. В конце работы должны быть указаны: список литературы, которая использовалась при решении, дата и подпись студента.

8. Работы, выполненные не по своему варианту, а также написанные неразборчиво, не рецензируются.

9. Правильно выполненная контрольная работа возвращается к студенту с указанием «Допущен к зачету» и при необходимости с перечнем замечаний, которые студент должен исправить к зачету.

10. После получения отрецензированной работы студент должен исправить все ошибки и сделать требуемые дополнения. При большом количестве исправлений они делаются в конце работы.

ЗАДАЧА № 1
РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ И ТОКАХ

На рис. 1 показаны варианты схем цепей с источником периодической несинусоидальной ЭДС. Варианты формы кривой ЭДС $e = f(\omega t)$ изображены на рис. 2. Амплитуда ЭДС E_m, угловая частота первой гармоники ω и параметры цепи даны в табл. 1.

Требуется:

1. Разложить аналитически в ряд Фурье заданную периодическую несинусоидальную ЭДС $e = f(\omega t)$, ограничившись вычислением первых трех гармоник. Написать уравнение мгновенного значения ЭДС. Определить действующее значение заданной несинусоидальной ЭДС.

2. Рассчитать три гармоники тока в неразветвленном участке цепи с источником ЭДС. Записать закон изменения этого тока $i = f(\omega t)$. Вычислить действующее значение тока.

3. Построить графики первых трех гармоник тока в неразветвленном участке цепи и суммарную кривую тока, полученную в результате графического сложения этих гармоник.

4. Определить активную, реактивную и полную мощности цепи.

5. Рассчитать коэффициент искажения для несинусоидального тока.

Таблица 1

Предпоследняя цифра учебного шифра студента	Форма кривой ЭДС	Параметры цепи					
		E_m, В	ω, рад/с	r_1, Ом	r_2, Ом	L, мГн	C, мкФ
1	рис. 2, *в*	50	1000	20	30	15	50
2	рис. 2, *а*	70	500	15	15	20	100
3	рис. 2, *б*	90	1500	40	35	20	20
4	рис. 2, *в*	110	2000	60	90	30	10
5	рис. 2, *а*	130	4000	45	65	10	5
6	рис. 2, *б*	120	800	20	25	20	40
7	рис. 2, *в*	100	600	35	40	60	50
8	рис. 2, *а*	80	1600	15	20	15	30
9	рис. 2, *б*	60	3000	100	80	20	3
0	рис. 2, *в*	40	200	25	30	100	200

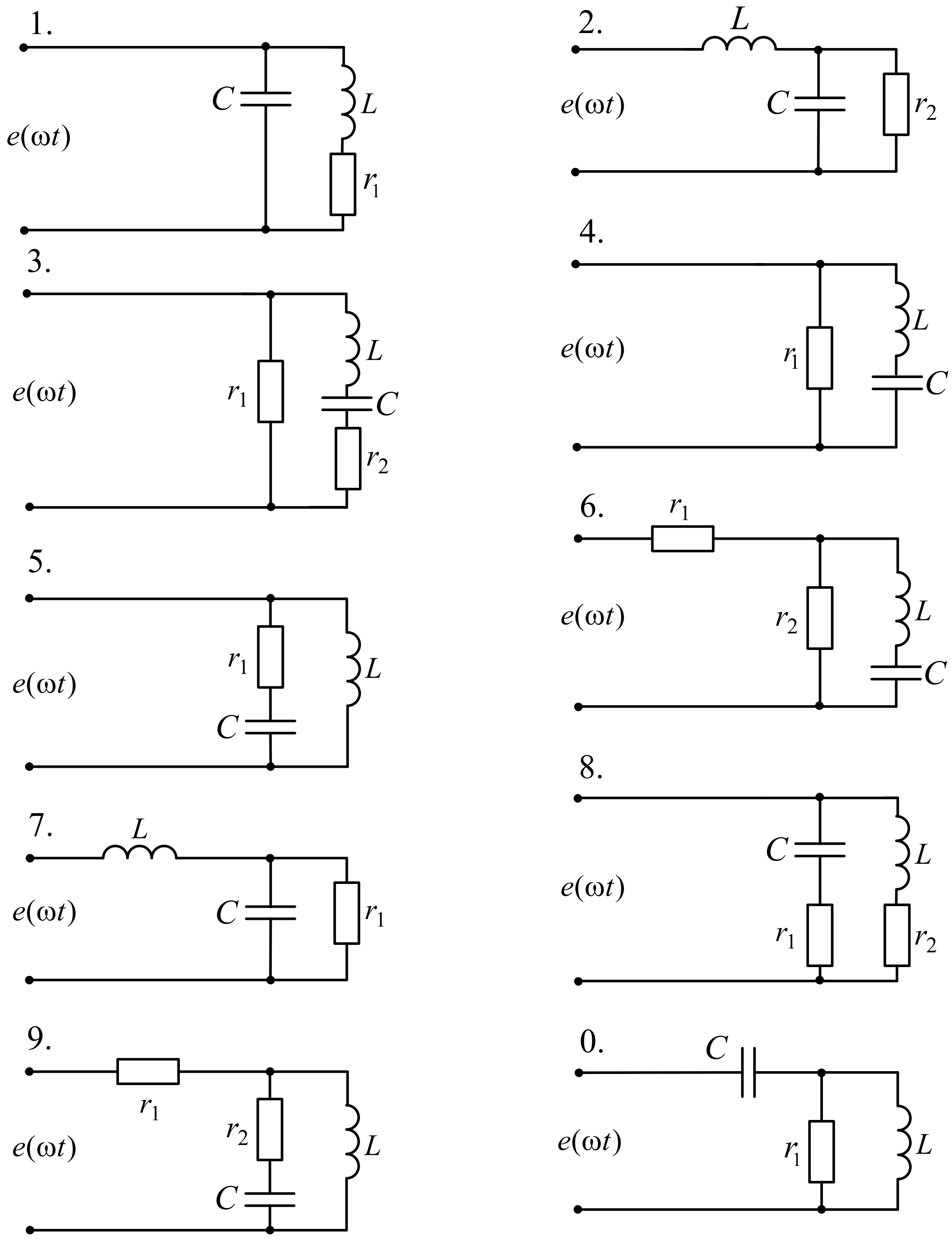
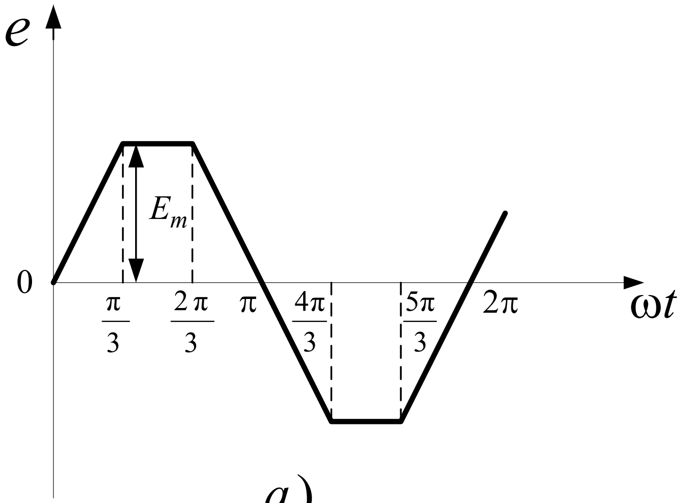
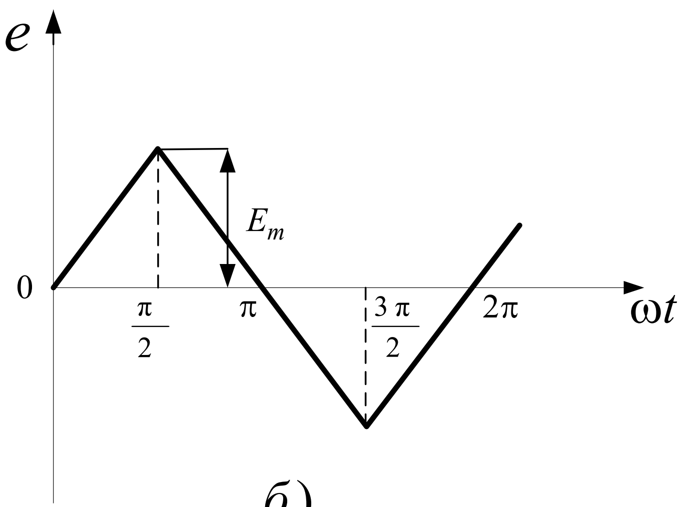

1.
C
L
e(ωt)
r1
2.
L
e(ωt)
C
r2
3.
L
e(ωt)
r1
C
r2
4.
L
e(ωt)
r1
C
5.
r1
e(ωt)
L
C
6.
r1
e(ωt)
r2
L
C
7.
L
e(ωt)
C
r1
8.
C
L
e(ωt)
r1
r2
9.
r1
r2
e(ωt)
L
C
0.
C
e(ωt)
r1
L

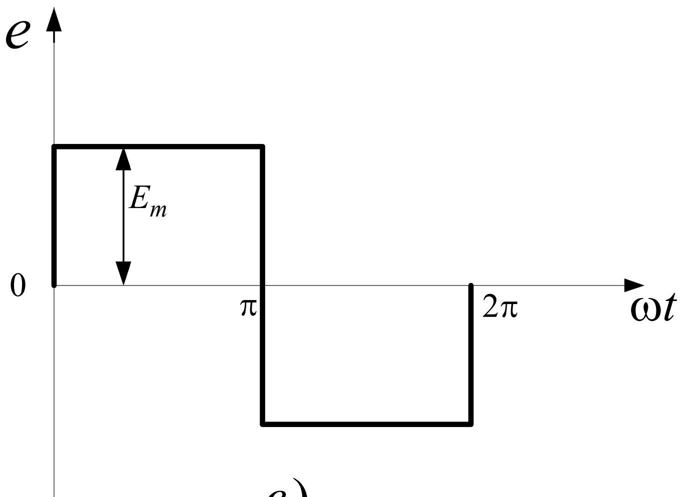
Рис.1



а)



б)



в)

Рис. 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАЧАЧЕ 1

Для выполнения расчета электрической цепи с источником периодической несинусоидальной ЭДС необходимо заданную ЭДС разложить в ряд Фурье, вычислив первые три гармоники. Разложение в ряд Фурье заданных кривых приведено в Приложении, необходимо рассчитать коэффициенты ряда.

Токи в ветвях определяют, применяя принцип наложения, отдельно для каждой гармонической составляющей в отдельности. Каждая гармоника тока вызывается действием соответствующей гармоники ЭДС. Для каждой гармоники цепь обладает своим индуктивным, емкостным и полным сопротивлениями. Индуктивные и емкостные сопротивления для разных гармоник различны. Следует помнить, что для гармоники *k*-ого порядка индуктивное и емкостное сопротивления будут иметь значения:

$x_{Lk} = k\omega L$ и $x_{Ck} = \dfrac{1}{k\omega C}$.

Токи отдельных гармоник определяются комплексным методом.

Действующие значения несинусоидальных ЭДС и токов не зависят от начальных фаз гармоник и определяются по действующим значениям их гармонических составляющих:

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \ldots} = \sqrt{E_0^2 + \frac{E_{1m}^2}{2} + \frac{E_{2m}^2}{2} + \frac{E_{3m}^2}{2} + \ldots},$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \ldots} = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \ldots}.$$

Активная, реактивная и полная мощности цепи определяют по формулам:

$$P = E_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} E_k I_k \cos\varphi_k,$$

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} E_k I_k \sin\varphi_k,$$

$$S = EI,$$

где E_0, I_0 – постоянные составляющие ЭДС и тока;

E_1, E_2, E_3, …, E_k – действующие значения гармонических составляющих ЭДС;

I_1, I_2, I_3, …, I_k – действующие значения гармонических составляющих тока;

φ_k – разность начальной фазы ЭДС ψ_{ek} и начальной фазы тока ψ_{ik} k-й гармоники, т.е. $\varphi_k = \psi_{ek} - \psi_{ik}$.

При построении временных диаграмм (графиков) токов по оси абсцисс откладывают ωt в радианах (в пределах от 0 до 2π). Тогда на отрезке, равном периоду первой гармоники $\omega t = 2\pi$, укладывается k полных периодов k-й гармоники. При этом начальную фазу k-й гармоники нужно откладывать по оси абсцисс, пересчитав ее на масштаб первой гармоники, т.е.

вместо ψ_{ik} необходимо отложить $\dfrac{\psi_{ik}}{k}$. Следует помнить, что положительные фазы гармоник откладываются влево, а отрицательные – вправо от начала координат, также надо учесть наличие отрицательного знака перед какой-либо гармоникой.

Коэффициент искажения $K_{\text{и}}$ равен отношению действующего значения первой гармоники к действующему значению несинусоидальных ЭДС, напряжения или тока.

ЗАДАЧА 2
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ЭДС ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ

В электрической цепи (рис. 3) в результате коммутации возникает переходный процесс. Параметры цепи для каждого варианта приведены в табл. 2, постоянная ЭДС источника E = 120 В, сопротивления резисторов в схемах рис. 3 одинаковы.

Требуется:

1. Определить классическим методом зависимости токов переходного процесса от времени во всех ветвях схемы $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ и напряжение на конденсаторе $u_C(t)$ (если он есть).

2. На основании полученных зависимостей построить графики найденных токов и напряжения на конденсаторе (если он есть).

Таблица 2

Предпоследняя цифра учебного шифра студента	Параметры цепи		
	***r*, Ом**	***L*, Гн**	***C*, мкФ**
1	10	0,1	100
2	8	0,02	160
3	40	0,06	120
4	16	0,03	80
5	20	0,06	200
6	12	0,05	100
7	14	0,1	150
8	24	0,08	100
9	20	0,1	40
0	10	0,05	50

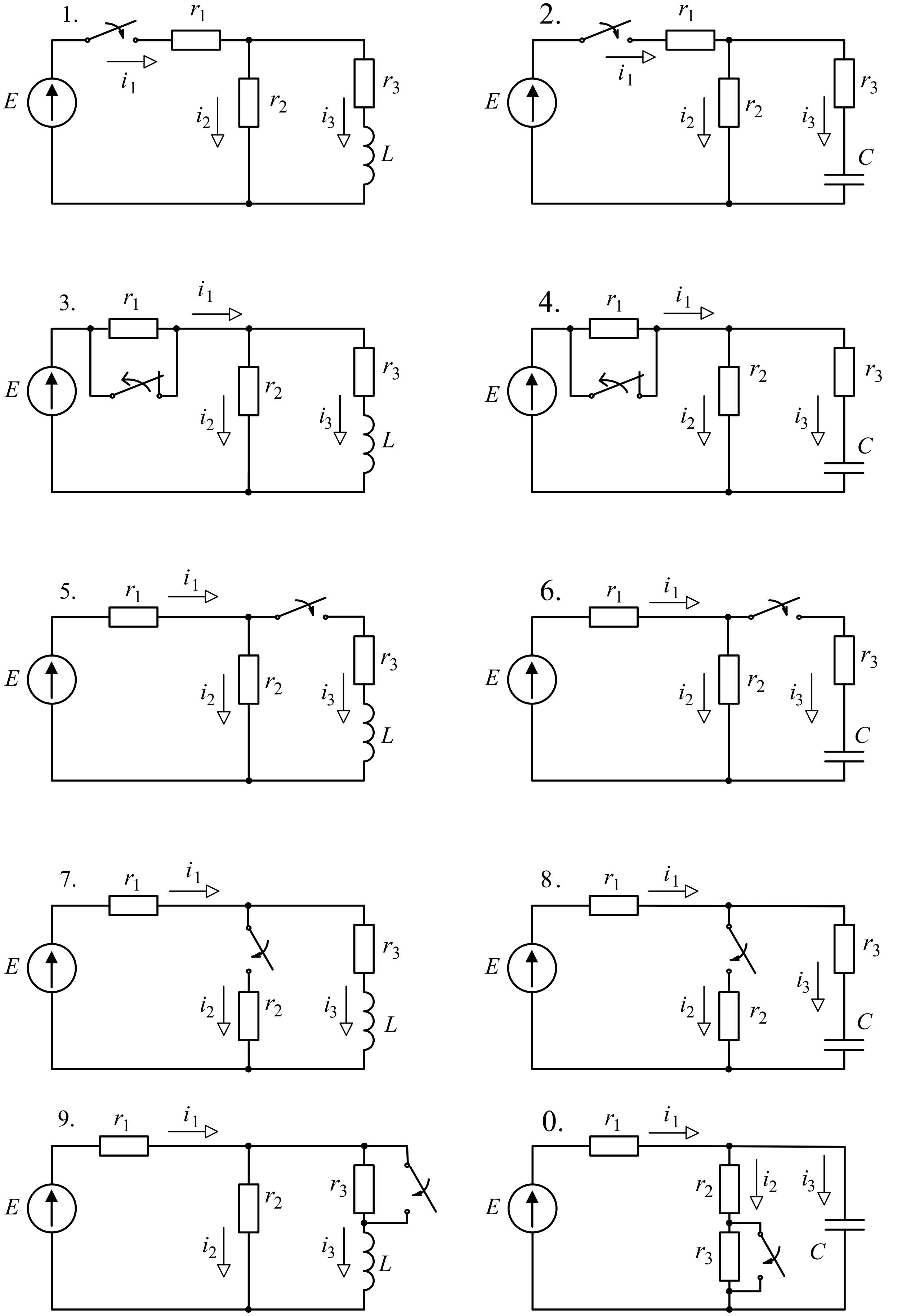


Рис. 3

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 2

Переходные процессы возникают в электрических цепях при смене режимов работы в результате коммутаций (включение, выключение, переключение, изменение параметров цепи и т.п.). Переходные процессы возникают только в тех цепях, в которых имеются реактивные элементы, так как переход от одного установившегося состояния в другое связан с изменением энергии в электрических и магнитных полях и для мгновенного изменения этого запаса источник должен был бы обладать бесконечной мощностью.

Классический метод расчёта переходных процессов основан на *законах коммутации:*

1. В любой ветви с индуктивностью L ток в момент коммутации $i_L(0)$ сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед коммутацией $i_L(0\_)$, и далее изменяется, начиная с этого значения.

2. В любой ветви с емкостью C напряжение на емкости в момент коммутации $u_C(0)$ сохраняет то значение, которое оно имело непосредственно перед коммутацией $u_C(0\_)$, и далее изменяется, начиная с этого значения.

Классический метод расчета переходных процессов сводится к следующему:

1. На схеме цепи после коммутации указывают положительные направления токов и напряжений. Затем по законам Кирхгофа составляют систему уравнений для мгновенных значений токов и напряжений переходного режима. Так как падение напряжения на сопротивлении r равно $u_r = ri$, на индуктивности L $u_L = L\dfrac{di}{dt}$ и на ёмкости C $u_C = \dfrac{1}{C}\int idt$, то по законам Кирхгофа может быть составлена система интегрально-дифференциальных уравнений для заданной цепи.

2. Полученную систему уравнений преобразуют к неоднородному дифференциальному уравнению, записанному относительно тока. Порядок этого уравнения равен числу независимых мест накопления энергии в схеме. В случае двух накопителей энергии линейное дифференциальное уравнение имеет вид:

$$a \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + b \cdot \frac{di}{dt} + c \cdot i = f(u),$$

где a, b, c – коэффициенты, которые зависят от параметров цепи;

$f(u)$ – неоднородный член уравнения, зависящий от величины и формы приложенного к цепи напряжения.

3. Решают неоднородное линейное дифференциальное уравнение, в результате чего находят искомый ток переходного режима.

Решение неоднородного дифференциального уравнения складывается из общего решения однородной части этого уравнения (правая часть равна нулю) и частного решения неоднородного уравнения, определяемого видом функции $f(u)$.

Частное решение выражает *принужденный режим,* задаваемый источниками энергии, а общее решение – *свободный режим.* Таким образом, ток переходного процесса имеет две составляющие:

$$i = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}},$$

где $i_{\text{пр}}$ – принужденная составляющая переходного тока;

$i_{\text{св}}$ – свободная составляющая переходного тока.

Принуждённые составляющие токов совпадают с установившимися значениями после окончания переходных процессов и определяются методами, изученными в первой части курса ТОЭ.

Общее решение однородного уравнения зависит от вида корней характеристического уравнения. Переходные процессы, анализируемые в этой задаче, для схем, показанных на рис. 3, описываются дифференциальным уравнением первого порядка, общее решение такого однородного уравнения имеет вид:

$$i_{\text{св}} = A \cdot e^{pt},$$

где A – постоянная интегрирования;

p – корень характеристического уравнения.

Для нахождения постоянных интегрирования A необходимо определить начальные значения токов, которые можно найти из дифференциальных уравнений для момента времени $t = 0$. При этом учитывают, что ток через индуктивность и напряжение на емкости вычисляют расчётом цепи до коммутации и по законам коммутации.

Характеристическое уравнение цепи определяют из входного комплексного сопротивления схемы, записанного в операторной форме $Z(p) = 0$ (см. пример).

Следовательно, ток переходного режима:

$$i(t) = i_{\text{пр}} + i_{\text{св}} = i_{\text{пр}} + A \cdot e^{pt}.$$

Пример

В электрической цепи (рис. 4) сопротивления резисторов $r_1 = r_2 = r_3 = r = 10\ \text{Ом}$, индуктивность $L = 0{,}1\ \text{Гн}$. Постоянная ЭДС источника $E = 60\ \text{В}$. Определить закон изменения переходного тока на неразветвлённом участке цепи. Задачу решить классическим методом.

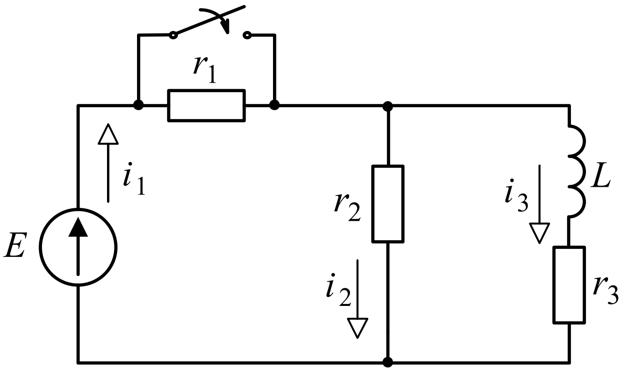


Рис. 4

1. *Расчёт режима до коммутации* для определения начальных условий переходного процесса, т.е. токов через индуктивности и напряжений на емкостях (в данном примере контакт разомкнут).

Токи в ветвях цепи:

$$i_1(0_-) = \frac{E}{r_1 + r_{23}} = \frac{60}{10+5} = 4 \text{ А}$$, где $$r_{23} = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} = 5 \text{ Ом}$$;

$$i_2(0_-) = i_3(0\_) = \frac{i_1(0\_)}{2} = 2 \text{ А}$$.

По первому закону коммутации $i_3(0) = i_3(0_-) = 2 \text{ А}$.

2. *Расчёт принуждённого режима после коммутации* (в данном примере контакт замкнут).

Токи в ветвях цепи:

$$i_{1\text{пр}} = \frac{E}{r_{23}} = \frac{60}{5} = 12 \text{ А}$$; $$i_{2\text{пр}} = i_{3\text{пр}} = \frac{i_{1\text{пр}}}{2} = 6 \text{ А}$$.

3. По законам Кирхгофа составляем *уравнения для схемы после коммутации:*

$$i_1 = i_2 + i_3;$$

$$E = r_3 \cdot i_3 + L\frac{di_3}{dt};$$

$$E = r_2 \cdot i_2.$$

Запишем уравнения этой системы *для момента времени* $t = 0$:

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0); \qquad (1)$$

$$E = r_3 \cdot i_3(0) + L\frac{di_3}{dt}_{t=0}; \qquad (2)$$

$$E = r_2 \cdot i_2(0). \qquad (3)$$

Из (3) найдем $i_2(0)=\dfrac{E}{r_2}=\dfrac{60}{10}=6\text{ А}$. С учётом того, что по первому закону коммутации $i_3(0\_)=i_3(0)=2\text{ А}$, определим из (1): $i_1(0)=6+2=8\text{ А}$.

4. *Определение корней характеристического уравнения*. Записываем входное сопротивление схемы после коммутации в комплексной форме записи:

$$\underline{Z}(j\omega)=\frac{r_2(r_3+j\omega L)}{r_2+r_3+j\omega L}.$$

Заменим $j\omega$ на p и приравняем к нулю

$$Z(p)=\frac{r_2(r_3+pL)}{r_2+r_3+pL}=0,$$

получим характеристическое уравнение следующего вида

$$r_2(r_3+pL)=0.$$

Откуда корень характеристического уравнения

$$p=-\frac{r_3}{L}=-\frac{10}{0{,}1}=-100\text{ с}^{-1}.$$

Переходный процесс в электрической цепи имеет апериодический характер, свободная составляющая тока $i_1(t)$ запишется в виде:

$$i_{1\text{св}}=A_1\cdot e^{pt}=A_1\cdot e^{-100t}.$$

5. *Определение постоянной интегрирования* и закона изменения тока на неразветвленном участке от времени $i_1(t)$:

$$i_1=i_{1\text{пр}}+i_{1\text{св}}=12+A_1\cdot e^{-100t}.$$

Для момента времени $t=0$:

$$i_1(0)=12+A_1=8\text{ А}.$$

Отсюда $A_1=-4\text{ А}$, зависимость искомого тока от времени имеет вид:

$$i_1(t)=12-4\cdot e^{-100t}.$$

Аналогичным образом определяются зависимости токов от времени в других ветвях схемы. При этом характер переходных процессов будет таким же, т.е. корень характеристического уравнения p одинаков для всех ветвей схемы, только в каждой ветви будут свои значения принужденной составляющей тока и постоянной интегрирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учеб. для вузов. – М.: Гардарики, 2006.

2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учеб. для бакалавров. – М.: Юрайт, 2012.

3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Бессонова Л.А. – М.: Высшая школа, 2006.

4. Серебряков А.С., Шумейко В.В. MATHCAD и решение задач электротехники: Учебное пособие для вузов ж.-д. транспорта. – М.: Маршрут, 2005.

5. Серебряков А.С. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи с несинусоидальными периодическими напряжениями и токами. Учебное пособие – М: МИИТ, 2009.

6. Частоедов Л.А., Ручкина Л.Г., Гирина Е.С. Теоретические основы электротехники. Электротехника и электроника. Часть II. Методические указания по решению задач для студентов 2 и 3 курсов инженерно-технических специальностей. – М.: РГОТУПС, 2008.

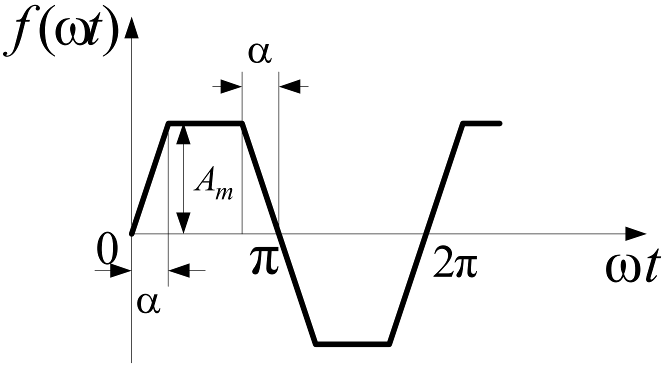
Дополнительная:

1. Беневоленский С.Б., Марченко А.Л. Основы электротехники: Уч. пос. для втузов. – М: Издательство физико-математической литературы, 2006.

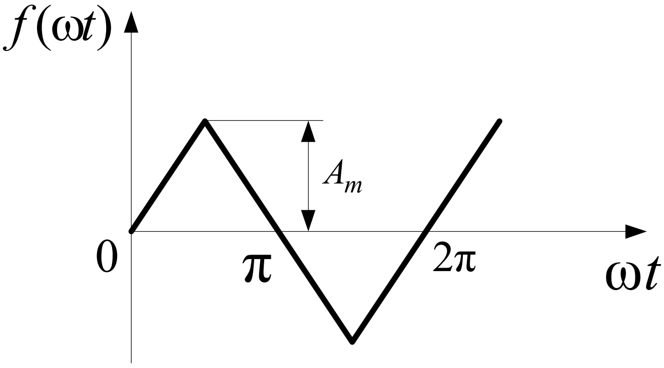
2. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника: Учеб. для вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2007.

3. Рекус Г.Г.Основы электротехники и электроники в задачах с решениями: Уч. пос. – М.: Высшая школа, 2005.

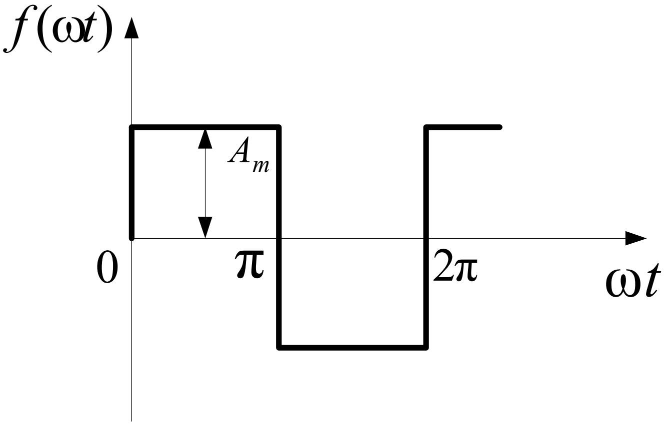
Приложение



$$f(\omega t) = \frac{4 \cdot A_m}{\alpha \cdot \pi}(\sin\alpha \cdot \sin \omega t + \frac{1}{9} \cdot \sin 3\alpha \cdot \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \cdot \sin 5\alpha \cdot \sin 5\omega t + ...)$$



$$f(\omega t) = \frac{8 \cdot A_m}{\pi^2}(\sin \omega t - \frac{1}{9} \cdot \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \cdot \sin 5\omega t - ...)$$



$$f(\omega t) = \frac{4 \cdot A_m}{\pi} \cdot (\sin \omega t + \frac{1}{3} \cdot \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \cdot \sin 5\omega t + ...)$$