## Предпоследняя цифра учебного шифра студента – 0

**Схема** 9

## **ЗАДАЧА № 1**

**РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ И ТОКАХ**

На рис. 1 показаны варианты схем цепей с источником периодической несинусоидальной ЭДС. Варианты формы кривой ЭДС *e* = *f* (ω*t*) изображены на рис. 2.

Амплитуда ЭДС *Em*, угловая частота первой гармоники ω и параметры цепи даны в табл. 1.

**Требуется:**

1. Разложить аналитически в ряд Фурье заданную периодическую несинусоидальную ЭДС *e* = *f* (ω*t*) , ограничившись вычислением первых трех гармоник. Написать уравнение мгновенного значения ЭДС. Определить действующее значение заданной несинусоидальной ЭДС.
2. Рассчитать три гармоники тока в неразветвленном участке цепи с источником ЭДС. Записать закон изменения этого тока *i* = *f* (ω*t*) . Вычислить действующее значение тока.
3. Построить графики первых трех гармоник тока в неразветвленном участке цепи и суммарную кривую тока, полученную в результате графического сложения этих гармоник.
4. Определить активную, реактивную и полную мощности цепи.
5. Рассчитать коэффициент искажения для несинусоидального тока.

## **Таблица 1**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Предпоследняя цифра учебного шифра студента**  | **Форма кривой ЭДС**  |  | **Параметры цепи**  |  |
| ***Em*, B**  | ω**,** **рад/с**  | ***r*1,** **Ом**  | ***r*2*,*** **Ом**  | ***L*,** **мГн**  | ***C*,** **мкФ**  |
| 1  | рис. 2, *в*  | 50  | 1000  | 20  | 30  | 15  | 50  |
| 2  | рис. 2, *а*  | 70  | 500  | 15  | 15  | 20  | 100  |
| 3  | рис. 2, *б*  | 90  | 1500  | 40  | 35  | 20  | 20  |
| 4  | рис. 2, *в*  | 110  | 2000  | 60  | 90  | 30  | 10  |
| 5  | рис. 2, *а*  | 130  | 4000  | 45  | 65  | 10  | 5  |
| 6  | рис. 2, *б*  | 120  | 800  | 20  | 25  | 20  | 40  |
| 7  | рис. 2, *в*  | 100  | 600  | 35  | 40  | 60  | 50  |
| 8  | рис. 2, *а*  | 80  | 1600  | 15  | 20  | 15  | 30  |
| 9  | рис. 2, *б*  | 60  | 3000  | 100  | 80  | 20  | 3  |
| 0  | рис. 2, *в*  | 40  | 200  | 25  | 30  | 100  | 200  |

##  2. L

*L*

*C*

1

*r*

2

*r*

.

3

)

(

*t*

*е*

ω

*L*

*C*

1

*r*

.

1

)

(

*t*

*е*

ω

*L*

*C*

1

*r*

)

(

*t*

*е*

ω

*L*

.

6

1

*r*

2

*r*

*C*

.

8

)

(

*t*

*е*

ω

*L*

.

5

1

*r*

*C*

.

7

*L*

)

(

*t*

*е*

ω

*r*2

*C*

)

(

*t*

*е*

ω

4.

  *r*1

*L*

2

*r*

*C*

1

*r*

.

9

)

(

*t*

*е*

ω

*C*

)

(

*t*

*е*

ω

*L*

1

*r*

*C*

*L*

.

0

1

*r*

*C*

2

*r*

)

(

*t*

*е*

ω

)

(

*t*

*е*

ω

 Рис. 1

*а*)

3

π

4

3

π

2

3

π

3

π

5

*t*

ω

*е*

π

π

2

*m*

*Е*

0

*б*)

2

π

2

π

3

*е*

*m*

*Е*

*t*

ω

π

2

π

0

*в*)

*е*

*t*

ω

π

2

*m*

*Е*

π

0

Рис. 2

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАЧАЧЕ 1

Для выполнения расчета электрической цепи с источником периодической несинусоидальной ЭДС необходимо заданную ЭДС разложить в ряд Фурье, вычислив первые три гармоники. Разложение в ряд Фурье заданных кривых приведено в Приложении, необходимо рассчитать коэффициенты ряда.

 Токи в ветвях определяют, применяя принцип наложения, отдельно для каждой гармонической составляющей в отдельности. Каждая гармоника тока вызывается действием соответствующей гармоники ЭДС. Для каждой гармоники цепь обладает своим индуктивным, емкостным и полным сопротивлениями. Индуктивные и емкостные сопротивления для разных гармоник различны. Следует помнить, что для гармоники *k-*ого порядка индуктивное и емкостное сопротивления будут иметь значения:

= *k*ω*L xCk* = 1 *xLk*  и *k*ω*C* .

Токи отдельных гармоник определяются комплексным методом.

Действующие значения несинусоидальных ЭДС и токов не зависят от начальных фаз гармоник и определяются по действующим значениям их гармонических составляющих:

.

...

2

2

2

...

2

3

2

2

2

1

2

0

2

3

2

2

2

1

2

0

+

+

+

+

=

+

+

+

+

=

*m*

*m*

*m*

*Е*

*Е*

*Е*

*Е*

*Е*

*Е*

*Е*

*Е*

*Е*

,

...

2

2

2

...

2

3

2

2

2

1

2

0

2

3

2

2

2

1

2

0

+

+

+

+

=

+

+

+

+

=

*m*

*m*

*m*

*I*

*I*

*I*

*I*

*I*

*I*

*I*

*I*

*I*

Активная, реактивная и полная мощности цепи определяют по формулам:

*P* *Еk Ik* cosϕ*k k*=1 , *Q* *Еk Ik* sin ϕ*k*

 *k*=1 ,

## S = EI ,

*Е*0 , *I*0 – постоянные составляющие ЭДС и тока; где

*Е*1, *Е*2, *Е*3, …, *Еk* – действующие значения гармонических составляющих ЭДС; *I*1, *I*2 , *I*3, …, *Ik* – действующие значения гармонических составляющих тока; ϕ*k* – разность начальной фазы ЭДС ψ*ek* и начальной фазы тока ψ*ik k* -й гармоники, т.е. ϕ*k* = ψ*ek* − ψ*ik* .

При построении временных диаграмм (графиков) токов по оси абсцисс откладывают ω*t* в радианах (в пределах от 0 до 2π). Тогда на отрезке, равном периоду первой гармоники ω*t* =2π, укладывается *k* полных периодов *k* -й гармоники. При этом начальную фазу *k* -й гармоники нужно откладывать по оси абсцисс, пересчитав ее на масштаб первой гармоники, т.е.

### ψ*ik*

вместо ψ*ik* необходимо отложить *k* . Следует помнить, что положительные фазы гармоник откладываются влево, а отрицательные – вправо от начала координат, также надо учесть наличие отрицательного знака перед какой-либо гармоникой.

Коэффициент искажения *K*и равен отношению действующего значения первой гармоники к действующему значению несинусоидальных ЭДС, напряжения или тока.

#### ЗАДАЧА 2

**РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ С**

**СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПОСТОЯННОЙ ЭДС ИСТОЧНИКА ПИТАНИЯ**

В электрической цепи (рис. 3) в результате коммутации возникает переходный процесс. Параметры цепи для каждого варианта приведены в табл. 2, постоянная ЭДС источника *Е* = 120 В, сопротивления резисторов в схемах рис. 3 одинаковы.

**Требуется:**

1. Определить классическим методом зависимости токов переходного процесса от времени во всех ветвях схемы *i*1(*t*) , *i*2(*t*), *i*3(*t*) и напряжение на конденсаторе *uC* (*t*) (если он есть).
2. На основании полученных зависимостей построить графики найденных токов и напряжения на конденсаторе (если он есть).

#### Таблица 2

|  |  |
| --- | --- |
| **Предпоследняя цифра учебного шифра студента**  | **Параметры цепи**  |
| ***r*, Ом**  | ***L*, Гн**  | ***C*, мкФ**  |
| 1  | 10  | 0,1  | 100  |
| 2  | 8  | 0,02  | 160  |
| 3  | 40  | 0,06  | 120  |
| 4  | 16  | 0,03  | 80  |
| 5  | 20  | 0,06  | 200  |
| 6  | 12  | 0,05  | 100  |
| 7  | 14  | 0,1  | 150  |
| 8  | 24  | 0,08  | 100  |
| 9  | 20  | 0,1  | 40  |
| 0  | 10  | 0,05  | 50  |

*C*

*E*

*E*

*L*

.

1

1

*r*

1

*r*

2

*r*

2

*r*

3

*r*

3

*r*

.

2

1

*i*

1

*i*

2

*i*

2

*i*

3

*i*

3

*i*

*C*

*E*

*E*

*L*

.

3

.

4

1

*r*

1

*r*

2

*r*

2

*r*

3

*r*

3

*r*

1

*i*

1

*i*

2

*i*

2

*i*

3

*i*

3

*i*

*C*

*E*

*E*

*L*

.

5

.

6

1

*r*

1

*r*

2

*r*

2

*r*

3

*r*

3

*r*

1

*i*

1

*i*

2

*i*

2

*i*

3

*i*

3

*i*

 7. *r i*1 8. *r i*1

*E*

*E*

*E*

*L*

*L*

.

9

1

1

*r*

2

*r*

2

*r*

3

*r*

3

*r*

*E*

1

*i*

2

*i*

3

*i*

2

*i*

3

*i*

*C*

1

2

*r*

3

*r*

*C*

1

*r*

2

*r*

3

*r*

.

0

1

*i*

2

*i*

3

*i*

2

*i*

3

*i*

 Рис. 3

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 2

Переходные процессы возникают в электрических цепях при смене режимов работы в результате коммутаций (включение, выключение, переключение, изменение параметров цепи и т.п.). Переходные процессы возникают только в тех цепях, в которых имеются реактивные элементы, так как переход от одного установившегося состояния в другое связан с изменением энергии в электрических и магнитных полях и для мгновенного изменения этого запаса источник должен был бы обладать бесконечной мощностью.

Классический метод расчёта переходных процессов основан на *законах коммутации:*

1. В любой ветви с индуктивностью *L* ток в момент коммутации *iL*(0) сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед коммутацией *iL* (0\_), и далее изменяется, начиная с этого значения.
2. В любой ветви с емкостью *C* напряжение на емкости в момент коммутации *uC*(0)

*uC*(0\_) , и сохраняет то значение, которое оно имело непосредственно перед коммутацией далее изменяется, начиная с этого значения.

*Классический метод расчета переходных процессов* сводится к следующему:

1. На схеме цепи после коммутации указывают положительные направления токов и напряжений. Затем по законам Кирхгофа составляют систему уравнений для мгновенных значений токов и напряжений переходного режима. Так как падение напряжения на

сопротивлении *r* равно *ur* = *ri ,* на индуктивности *L**uL* = *Ldtdi* и на ёмкости *C*

## uC = 1 ∫idt

*C* , то по законам Кирхгофа может быть составлена система интегральнодифференциальных уравнений для заданной цепи.

2. Полученную систему уравнений преобразуют к неоднородному дифференциальному уравнению, записанному относительно тока. Порядок этого уравнения равен числу независимых мест накопления энергии в схеме. В случае двух накопителей энергии линейное дифференциальное уравнение имеет вид: *d*2*i di* ( ) *a*⋅ 2 +*b*⋅ +*c*⋅*i* = *f u*

##  dt dt ,

где *a*, *b*, *c* – коэффициенты, которые зависят от параметров цепи; *f* (*u*) – неоднородный член уравнения, зависящий от величины и формы приложенного

к цепи напряжения.

3. Решают неоднородное линейное дифференциальное уравнение, в результате чего находят искомый ток переходного режима.

Решение неоднородного дифференциального уравнения складывается из общего решения однородной части этого уравнения (правая часть равна нулю) и частного решения неоднородного уравнения, определяемого видом функции *f* (*u*).

Частное решение выражает *принужденный режим****,*** задаваемый источниками энергии, а общее решение – *свободный режим****.*** Таким образом, ток переходного процесса имеет две составляющие:

*i* = *i*пр +*i*св , *i*пр – принужденная составляющая переходного тока;

где *i*св – свободная составляющая переходного тока.

Принуждённые составляющие токов совпадают с установившимися значениями после окончания переходных процессов и определяются методами, изученными в первой части курса ТОЭ.

Общее решение однородного уравнения зависит от вида корней характеристического уравнения. Переходные процессы, анализируемые в этой задаче, для схем, показанных на рис. 3, описываются дифференциальным уравнением первого порядка, общее решение такого однородного уравнения имеет вид:

## iсв = A⋅e pt ,

 где *A* – постоянная интегрирования;

*p* – корень характеристического уравнения.

Для нахождения постоянных интегрирования *A* необходимо определить начальные значения токов, которые можно найти из дифференциальных уравнений для момента времени *t* = 0. При этом учитывают, что ток через индуктивность и напряжение на емкости вычисляют расчётом цепи до коммутации и по законам коммутации.

Характеристическое уравнение цепи определяют из входного комплексного сопротивления схемы, записанного в операторной форме *Z*(*p*)= 0 (см. пример).

Следовательно, ток переходного режима: *i t*( ) = *i*пр +*i*св = *i*пр + *A*⋅*e pt* .

**Пример**

*r*1 = *r*2 = *r*3 = *r* =10 Ом ,

В электрической цепи (рис. 4) сопротивления резисторов индуктивность *L* = 0,1 Гн . Постоянная ЭДС источника *E* = 60 В. Определить закон изменения переходного тока на неразветвлённом участке цепи. Задачу решить классическим методом.

*E*

*L*

4

Рис.

1

*i*

2

*i*

1

*r*

2

*r*

3

*r*

3

*i*

1. *Расчёт режима до коммутации* для определения начальных условий переходного процесса, т.е. токов через индуктивности и напряжений на емкостях (в данном примере контакт разомкнут).

Токи в ветвях цепи:

 ( ) *E* 60 *r*2*r*3 = 5 Ом

 *i*1 0− = = = 4 А *r*23 =

 *r*1 + *r*23 10+5 , где *r*2 + *r*3 ;

*i*2(0−)= *i*3(0\_) = *i*1(0\_) = 2 A

 2 .

По первому закону коммутации *i*3(0) = *i*3(0−) = 2 A .

1. *Расчёт принуждённого режима после коммутации* (в данном примере контакт замкнут).

Токи в ветвях цепи:

*i*1пр = *rE*23 = 605 =12 A; *i*2пр = *i*3пр = *i*12пр = 6 A.

1. По законам Кирхгофа составляем *уравнения для схемы после коммутации:*

 *i*1 = *i*2 + *i*3;

## E = r3 ⋅i3 + Ldi3

 *dt* ;

 *E* = *r*2 ⋅*i*2.

Запишем уравнения этой системы *для момента времени* *t* = 0: *i*1(0) = *i*2(0) + *i*3(0) ; (1)

## E = r3 ⋅i3(0) + L di3

 *dt t*=0 ; (2)

 *E* = *r*2 ⋅*i*2(0). (3)

*i*2(0) = *E* = 60 = 6 A

 *r*2 10 . С учётом того, что по первому закону

Из (3) найдем коммутации *i*3(0\_)= *i*3(0) = 2 A , определим из (1): *i*1(0) = 6+ 2 = 8 A .

4. *Определение корней характеристического уравнения*. Записываем входное сопротивление схемы после коммутации в комплексной форме записи:

*Z*(*j*ω)= *r*2(*r*3 + *j*ω*L*) *r*2 + *r*3 + *j*ω*L* .

Заменим *j*ω на *p* и приравняем к нулю

## Z( )p = r2(r3 + pL) = 0 r2 + r3 + pL ,

получим характеристическое уравнение следующего вида *r*2(*r*3 + *pL*) = 0.

Откуда корень характеристического уравнения *p* = −*r*3 = −10 = −100 c−1

 *L* 0,1 .

Переходный процесс в электрической цепи имеет апериодический характер, свободная составляющая тока *i*1(*t*) запишется в виде:

*i*1св = *A*1 ⋅*e pt* = *А*1 ⋅*е*−100*t* .

5*. Определение постоянной интегрирования* и закона изменения тока на неразветвленном участке от времени *i*1(*t*): *i*1 = *i*1пр + *i*1св =12 + *A*1 ⋅*e*−100*t* .

Для момента времени *t* =0 : *i*1(0) =12 + *A*1 = 8 A .

Отсюда *A*1 = −4 A , зависимость искомого тока от времени имеет вид: *i*1(*t*) =12 − 4⋅*e*−100*t* .

Аналогичным образом определяются зависимости токов от времени в других ветвях схемы. При этом характер переходных процессов будет таким же, т.е. корень характеристического уравнения *p* одинаков для всех ветвей схемы, только в каждой ветви будут свои значения принужденной составляющей тока и постоянной интегрирования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

**Основная:**

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учеб. для вузов. – М.: Гардарики, 2006.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учеб. для бакалавров. – М.: Юрайт, 2012.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Бессонова Л.А. –

М.: Высшая школа, 2006.

1. Серебряков А.С., Шумейко В.В. MATHCAD и решение задач электротехники: Учебное пособие для вузов ж.-д. транспорта. – М.: Маршрут, 2005.
2. Серебряков А.С. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи с несинусоидальными периодическими напряжениями и токами. Учебное пособие – М: МИИТ, 2009.
3. Частоедов Л.А., Ручкина Л.Г., Гирина Е.С. Теоретические основы электротехники. Электротехника и электроника. Часть II. Методические указания по решению задач для студентов 2 и 3 курсов инженерно-технических специальностей. – М.: РГОТУПС, 2008.

**Дополнительная:**

1. Беневоленский С.Б., Марченко А.Л. Основы электротехники: Уч. пос. для втузов. – М: Издательство физико-математической литературы, 2006.
2. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника: Учеб. для вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2007.
3. Рекус Г.Г.Основы электротехники и электроники в задачах с решениями: Уч. пос. – М.: Высшая школа, 2005.

Приложение

)

(

*t*

*f*

ω

π

2π

α

α

*t*

ω

*m*

*A*

0

*f* 

)

(

*t*

*f*

ω

π

2

π

*t*

ω

*m*

*A*

0

*f* 

0

π

2π

*m*

*A*

*t*

ω

)

(

*t*

*f*

ω

*f* 