## Условия задач типового расчета

**Задача I.** Погрешности вычислений - I.

Вычислить по схеме Горнера значение многочлена $P_5(x)$ и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, если известно, что коэффициенты многочлена заданы точно, а $x_0 = 0{,}57$ (с округлением). Записать результат с учетом погрешности.

$$P_5(x) = x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

| № варианта | $a_4$ | $a_3$ | $a_2$ | $a_1$ | $a_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 |
| 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 |
| 4 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| 5 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| 6 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 7 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 8 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 9 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| I0 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 |
| II | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 |
| I2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| I3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| I4 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 |
| I5 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 |
| I6 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| I7 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| I8 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| I9 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 |
| 20 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 2I | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 22 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 23 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 24 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 25 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 26 | 2 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 27 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 28 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 29 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 |
| 30 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 |



**Задача 2.** Погрешности вычислений - 2.

Вычислить значение $Z$ и оценить абсолютную и относительные погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления. Записать результат с учетом погрешности.

| N | Z | N | Z |
|---|---|---|---|
| I | $\sin(\sqrt{1.01} + \sqrt[3]{2.02} + \sqrt[4]{3.03})$ | 4 | $\sqrt{(1.01)^2 + (2.02)^3 + (3.03)^4}$ |
| 2 | $e^{3.14}\cos(2.12 \cdot 7.97)$ | 5 | $\ln(5.55)(\cos(1.111) + \sin(2.222))$ |
| 3 | $3.14^{2.73} + 2.73^{3.14}$ | 6 | $(e^{1.313} + e^{-1.313})\sqrt{1.312 + 2.199}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | $-10.1+\sqrt{(10.1)^2-4.3\cdot 1.1}$ | I9 | $\sqrt{(18.1)^2+(1.3)^2+(40.5)^3}$ |
| 8 | $1.32\,Cos(0.22)+Sin(3.14)$ | 20 | $Sin(8.0\cdot 3.14)+Cos(1.0)$ |
| 9 | $\sqrt{1.18+Cos^2(1.3/1.2)}$ | 2I | $Sin^2(2.0\cdot 5.0)\cdot Cos(6.0)$ |
| I0 | $3.14\sqrt{(8.73)^2-(8.08)^2}$ | 22 | $\ln(Sin(1.5)+0.01)-1.0$ |
| II | $\sqrt{(1.3)\cdot(4.2)/16.1}$ | 23 | $(\sqrt[3]{1.01}+\sqrt{2.02}+\sqrt{3.03})^2$ |
| I2 | $\sqrt{8.3(8.3-3.5)(8.3-1.7)}$ | 24 | $(\sqrt{1.01}-0.05)^2\cdot Sin(3.14)$ |
| I3 | $\sqrt[3]{10.82-9.37}/0.28$ | 25 | $(Sin\,3.1+Cos\,2.9)\cdot e^{-0.01}$ |
| I4 | $(1.87)^4+(3.23)^4-(2.93)^4$ | 26 | $Sin(exp(2.15+2.51)-100.0)$ |
| I5 | $exp(46.3+10.5+2.48)$ | 27 | $(e^{1.1}-e^{-1.1})/(e^{2.2}-e^{-2.2})$ |
| I6 | $\ln(3.3)\cdot Sin(5.13+3.61)$ | 28 | $(2^{\sqrt{3.18}}+3^{\sqrt{4.21}})/5.13$ |
| I7 | $(1.00-e^{0.01})\cdot 3.16$ | 29 | $(3.01\,e^{2.18}-2.18\,e^{3.01})$ |
| I8 | $\sqrt[3]{e^{1.03}-e^{1.01}}\cdot 3.14159$ | 30 | $Sin(\sqrt{1.01}-\sqrt{2.02}+\sqrt{3.03})$ |

Задача 3. Нелинейные уравнения.

Методом бисекции найти с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$ решение нелинейного уравнения на отрезке [a, в] . Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методами простой итерации ( с оценкой достаточного числа итераций) : Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

| № | Уравнение | a | в |
|---|---|---|---|
| I | $e^x = 1/x$ | 0,5 | I |
| 2 | $Cos\,x = x^2$ | 0 | I |
| 3 | $x\,Cos\,x + Sin\,x = 0$ | 2 | 2,I |
| 4 | $x\,Sin\,x + Cos\,x = 0$ | 2.75 | 2.8 |
| 5 | $e^{-x} = Sin\,x$ | 0 | I.5 |



| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | $e^{-x} = x^2$ | 0 | I |
| 7 | $\sqrt{x} + x^2 = 10$ | 2.8 | 3 |
| 8 | $x^5 + 2x - 8 = 0$ | I | I.5 |
| 9 | $\sqrt{x} - Cos\,x = 0$ | 0,6 | 0.7 |
| I0 | $x = e^{-x^2}$ | 0 | I |
| II | $e^x = 1/\sqrt{x}$ | 0.4 | 0.5 |
| I2 | $\sqrt{Cos\,x} = x^2$ | 0,5 | I.5 |
| I3 | $\ln(2+x) = \sqrt{x}$ | I | 2 |
| I4 | $\ln x = lg(1+x)$ | I | I0 |
| I5 | $\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 0.5$ | 0 | I |
| I6 | $2^x = 2 - x^2$ | 0.6 | 0.7 |
| I7 | $x^3 = 3$ | I | 2 |
| I8 | $\ln(1+\sqrt{x}) = Cos\,x$ | 0 | 2 |
| I9 | $x^2 = Ctg\,x$ | 0.5 | I |
| 20 | $x + \frac{1}{2x} = 2 + Cos(x-1)$ | I | 3 |
| 2I | $e^x + e^{-x} = 3 + \sqrt{x}$ | 0 | 2 |
| 22 | $Sin\,x = Cos(x^2)$ | 0.7 | 0.8 |
| 23 | $Cos\,x = Sin(x^2)$ | I | 2 |
| 24 | $tg\,x = e^{-x}$ | 3 | 3.2 |
| 25 | $x e^x = 3$ | I | I.I |
| 26 | $e^{2 Sin\,x} = x$ | 2 | 3 |
| 27 | $\sqrt{x} = x^3 - 1$ | I | 2 |
| 28 | $x^4 - x^3 - 1 = 0$ | -I | 0 |
| 29 | $x^4 + x - 1 = 0$ | 0.6 | 0.8 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 30 | $\ln x = \cos x$ | I | I.5 |

Задача 4. **Решение систем линейных алгебраических уравнений.**

Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$Ax = в:$$

а) методом Гаусса с выбором главного элемента;

б) методом простых итераций (с оценкой достаточного числа итераций);

в) методом Зейделя.

Решения найти с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$. В промежуточных вычислениях удерживать 4-5 знаков после запятой:

-14.2

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 & -15 \\ 6-0.1N & 0.5 & 1-0.05N & 0 \\ 5 & 20 & 0 & -2 \\ 3+0.1N & 0 & -(20+0.1N) & -2.8 \end{pmatrix}; в = \begin{pmatrix} -14.2 + N1.8 \\ -0.9 \\ 15 + 2.2N \\ -48.6 \end{pmatrix},$$

здесь $N$ – номер варианта.

Задача 5. Метод наименьших квадратов.

Функция задана таблицей

| X | -2 | -I | 0 | I | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ |

Применяя метод наименьших квадратов, приблизить ее многочленами I-й и 2-й степени. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности, построить график.



| № | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $y_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 3.I | I.7 | 0.9 | 0.7 | I.05 |
| 2 | -0.4 | 0.2 | I.0 | I.2 | 0.9 |
| 3 | 6.4 | 3.3 | I.4 | I.3 | 2.5 |
| 4 | 7.5 | 4.5 | 3.0 | I.8 | 2.5 |
| 5 | 5.7 | 2.9 | I.2 | 0.8 | I.8 |
| 6 | -I.3 | I.2 | 2.8 | 3.0 | 2.5 |
| 7 | -0.8 | -I.6 | -I.3 | 0.4 | 3.2 |
| 8 | 0.8 | I.6 | I.2 | -0.4 | -5.7 |
| 9 | 0.9 | 0.6 | I.2 | I.6 | 3.I |
| I0 | 0.9 | I.4 | I.I | 0.4 | -I.2 |
| II | -4.8 | 0 | 3.2 | 4.0 | 2.8 |
| I2 | II.0 | 6.5 | 3.2 | I.8 | 3.5 |
| I3 | I.3 | 0.7 | 0.9 | I.5 | 3.5 |
| I4 | 0.6 | I.I | I.6 | 2.9 | 4.5 |
| I5 | 2.8 | I.4 | 2.I | 3.6 | 4.8 |
| I6 | 5.2 | 2.4 | I.2 | 0.8 | I.5 |
| I7 | 4.8 | 2.6 | I.8 | I.3 | I.0 |
| I8 | I.4 | 3.2 | 2.8 | I.6 | 0.2 |
| I9 | -I.2 | 0.8 | 2.3 | 2.9 | 0.7 |
| 20 | -2.0 | 0.8 | 2.2 | 2.6 | 0.9 |
| 2I | -0.7 | I.6 | 2.5 | I.2 | -I.8 |
| 22 | I.8 | 2.5 | I.6 | 0.3 | 2I.5 |
| 23 | 2.6 | 0.4 | -I.2 | -I.6 | -I.0 |
| 24 | -2.4 | 0.2 | I.4 | 2.2 | I.8 |
| 25 | -0.6 | I.6 | -I.3 | -0.5 | I.5 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 26 | 0.0 | -1.4 | -1.6 | -0.5 | 1.2 |
| 27 | 3.2 | 2.8 | 2.2 | 0.6 | -1.5 |
| 28 | 2.4 | 1.0 | 0.05 | -0.17 | 0.4 |
| 29 | 1.8 | 0.92 | 0.25 | 0.12 | 0 |
| 30 | 1.6 | 0.88 | 0.35 | 0.26 | 0.2 |

Задача 6. Интерполяция - 1.

Используя интерполяционный многочлен Лагранжа, приблизить функцию, заданную таблично. Вычислить приближенное значение функции в точке $X_0$ (вычисления вести с четырьмя знаками после запятой):

| № | $X_0$ | ТАБЛИЦА | | | | | № | $X_0$ | ТАБЛИЦА | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -1.25 | x | -2 | -1 | 0 | 1 | 7 | 1.75 | x | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | y | 4 | 1 | -2 | -3 | | | y | 4 | 1 | -2 | -3 |
| 2 | -0.25 | x | -1 | 0 | 1 | 2 | 8 | -3.25 | x | -4 | -3 | -2 | -1 |
| | | y | 1 | -2 | -3 | -1 | | | y | 1 | -2 | -3 | -1 |
| 3 | 0.75 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 9 | 3.75 | x | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | | y | -2 | -3 | -1 | 0 | | | y | -2 | -3 | -1 | 0 |
| 4 | 1.75 | x | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 | 4.75 | x | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | | y | -3 | -1 | 0 | 7 | | | y | -3 | -1 | 0 | 7 |
| 5 | 2.75 | x | 2 | 3 | 4 | 5 | 11 | 5.75 | x | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | | y | -1 | 0 | 7 | 4 | | | y | -1 | 0 | 7 | 4 |
| 6 | 3.75 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 12 | 6.75 | x | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | | y | 0 | 7 | 4 | 1 | | | y | 0 | 7 | 4 | 1 |



| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13 | -4.25 | x | -5 | -4 | -3 | -2 | 22 | 4.75 | x | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | | y | -2 | -3 | -1 | 0 | | | y | 1 | -2 | -3 | -1 |
| 14 | 3.75 | x | 3 | 4 | 5 | 6 | 23 | 5.75 | x | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | | y | 4 | 1 | -2 | -3 | | | y | -2 | -3 | -1 | 0 |
| 15 | 2.75 | x | 2 | 3 | 4 | 5 | 24 | 6.75 | x | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | | y | 1 | -2 | -3 | -1 | | | y | -3 | -1 | 0 | 7 |
| 16 | -2.25 | x | -3 | -2 | -1 | 0 | 25 | -2.25 | x | -3 | -2 | -1 | 0 |
| | | y | -2 | -3 | -1 | 0 | | | y | -1 | 0 | 7 | 4 |
| 17 | -1.25 | x | -2 | -1 | 0 | 1 | 26 | -1.25 | x | -2 | -1 | 0 | 1 |
| | | y | -3 | -1 | 0 | 7 | | | y | 0 | 7 | 4 | 1 |
| 18 | -0.25 | x | -1 | 0 | 1 | 2 | 27 | 0.75 | x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| | | y | -1 | 0 | 7 | 4 | | | x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 19 | 0.75 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 28 | 1.75 | x | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | y | 0 | 7 | 4 | 1 | | | | 1 | -2 | -3 | -1 |
| 20 | -3.25 | x | -4 | -3 | -2 | -1 | 29 | 4.75 | x | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | | y | -3 | -1 | 0 | 7 | | | y | -1 | 0 | 7 | 4 |
| 21 | -4.25 | x | -5 | -4 | -3 | -2 | 30 | 5.75 | x | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | | y | 4 | 1 | -2 | -3 | | | y | 0 | 7 | 4 | 1 |

**Задача 7. Интерполяция - 2.**

**Функция $y=f(x)$ задана таблично. Найти приближенно значение $f(\overline{x})$, используя интерполяционную формулу Ньютона. Оценить погрешность по формуле остаточного члена. Записать ответ с учетом погрешности.**

| № | f(x) | $\overline{x}$ | | ТАБЛИЦА (X) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I<br>2<br>3 | $\int_0^x e^{-t^2}dt$ | 0.53<br>0.67<br>0.84 | x | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | |
| | | | f(x) | 0.46I28I | 0.535I53 | 0.600685 | 0.657670 | 0.70624I | |
| 4<br>5<br>6 | $\int_0^x e^{t^2}dt$ | 0.57<br>0.62<br>0.78 | x | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | | |
| | | | f(x) | 0.54 987 | 0.680492 | 0.833304 | I.009I22 | | |
| 7<br>8<br>9 | $\int_0^x e^{-t^{3/2}}dt$ | 0.47<br>0.69<br>0.72 | x | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| | | | f(x) | 0.362528 | 0.436468 | 0.502979 | 0.562204 | 0.6I4452 | |
| I0<br>II<br>I2 | $\int_0^x e^{t^{3/2}}dt$ | 0.53<br>0.78<br>0.92 | x | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | I.0 |
| | | | f(x) | 0.579250 | 0.729755 | 0.898808 | I.090475 | I.30967I | I.562402 |
| I3<br>I4<br>I5 | $\int_0^x \cos t^2 dt$ | 0.64<br>0.73<br>0.89 | x | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | | |
| | | | f(x) | 0.496883 | 0.592270 | 0.683378 | 0.767847 | | |



| № | f(x) | $\overline{x}$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I6<br>I7<br>I8 | $\int_0^x \sin t^2 dt$ | 0.43<br>0.52<br>0.77 | x | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | |
| | | | f(x) | 0.02I294 | 0.04I480 | 0.07I336 | 0.II2387 | 0.I65737 | |
| I9<br>20<br>2I | $\int_0^x \cos t^{3/2} dt$ | 0.64<br>0.73<br>0.89 | x | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | | |
| | | | f(x) | 0.599500 | 0.69853I | 0.796265 | 0.89I509 | | |
| 22<br>23<br>24 | $\int_0^x \sqrt{1-0.8\sin^2 t}\,dt$ | 2.58<br>2.78<br>2.93 | x | 2.5 | 2.6 | 2.7 | 2.8 | 2.9 | 3.0 |
| | | | f(x) | I.749416 | I.836064 | I.926688 | 2.020652 | 2.II7259 | 2.2I5765 |
| 25<br>26<br>27 | $\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-0.8\sin^2 t}}$ | 2.53<br>2.77<br>2.96 | x | 2.5 | 2.6 | 2.7 | 2.8 | 2.9 | 3.0 |
| | | | f(x) | 3.835I76 | 3.950609 | 4.060970 | 4.I67403 | 4.270920 | 4.372438 |
| 28<br>29<br>30 | $\int_0^x \sqrt{\operatorname{arctg} t}\,dt$ | 0.68<br>0.92<br>I.36 | x | 0.6 | 0.8 | I.0 | I.2 | I.4 | |
| | | | f(x) | 0.30I770 | 0.457854 | 0.6289I5 | 0.8II346 | I.002592 | |

Задача 8. Задача Коши.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения I-го порядка

$$\frac{dy(x)}{dx} = f(x, y(x)), \quad y(a) = y_a$$

на отрезке [а, в] с шагом $h = 0,2$:

а) методом Эйлера;

б) методом Рунге-Кутта 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге.

Найти точное решение задачи. Построить графики точного и приближенных решений.

| | | $X_0$ | $X_N$ | $Y_0$ |
|---|---|---|---|---|
| № | $f(x, y)$ | а | в | $y_a$ |
| I | $y/x + x^2$ | I | 2 | 0 |
| 2 | $y\,\mathrm{Ctg}\,x + 2x\,\mathrm{Sin}\,x$ | $\pi/2$ | $\pi/2+1$ | 0 |
| 3 | $-y\,\mathrm{Ctg}\,x + \mathrm{Sin}\,2x/2$ | $\pi/2$ | $\pi/2+1$ | 0 |
| 4 | $-y\,\mathrm{tg}\,x + \mathrm{Cos}^2 x$ | 0 | I | 0 |
| 5 | $y/(x+2) + x^2 + 2x$ | 0 | I | 2 |
| 6 | $y/(x+1) + e^x(x+1)$ | 0 | I | I |
| 7 | $y/x + x\,\mathrm{Sin}\,x$ | $\pi$ | $\pi+1$ | $\pi+2$ |
| 8 | $-y/x + \mathrm{Sin}\,x$ | $\pi$ | $\pi+1$ | $1/\pi$ |
| 9 | $-\frac{y}{2x} + x^2$ | I | 2 | I |



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| I0 | $2x(x-y)/(1+x^2)$ | -I | 0 | 0 |
| II | $5 + (2x-5)y/x^2$ | 2 | 3 | 4 |
| I2 | $-y/x + (x+1)e^x/x$ | I | 2 | $e$ |
| I3 | $y/x - 2\ln x/x$ | I | 2 | I |
| I4 | $y/x - 2/x^2$ | I | 2 | 4 |
| I5 | $-2y/x + x^3$ | I | 2 | -5/6 |
| I6 | $-y/x + 3x$ | I | 2 | I |
| I7 | $2xy/(1+x^2) + (1+x^2)$ | I | 2 | 3 |
| I8 | $(2x-1)y/x^2 + 1$ | I | 2 | I |
| I9 | $-3y/x + 2/x^3$ | I | 2 | I |
| 20 | $-2xy - 2x^3$ | 0 | I | 2 |
| 2I | $-xy - x^3$ | 0 | I | 3 |
| 22 | $2y/(x+1) + (x+1)^2 e^x$ | 0 | I | I |
| 23 | $-2xy + x\,\mathrm{Sin}\,x\,e^{-x^2}$ | 0 | I | I |
| 24 | $2y/(x+1) + (x+1)^3$ | 0 | I | 0.5 |
| 25 | $y/x + 9x^3$ | 0.5 | I.5 | 0.I88 |
| 26 | $-xy + x\,\mathrm{Cos}\,5x - 5\,\mathrm{Sin}\,5x$ | 0 | I | I |
| 27 | $5(\mathrm{Sin}\,5x + \mathrm{Cos}\,5x - y)$ | 0 | I | 0 |
| 28 | $-xy + x\,\mathrm{Cos}\,3x - 3\,\mathrm{Sin}\,3x$ | 0 | I | I |
| 29 | $3(\mathrm{Cos}\,3x + \mathrm{Sin}\,3x - y)$ | 0 | I | 0 |
| 30 | $y/x + 5x\,\mathrm{Cos}\,5x$ | $\pi/5$ | $\pi/5+\mathrm{I}$ | 0 |

Задача 9. Краевая задача.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи
$y''+p(x)y'-q(x)y=f(x)$, $y(a)=y_a$, $y(b)=y_b$
с шагами $h_1=(в-а)/5$, $h_2=(в-а)/10$ и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить график приближенного решения.

| № | p(x) | q(x) | f(x) | а | в | $y_a$ | $y_b$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 0.5 | 6 | I0 $\sin x$ | 0 | I | 0 | 5 |
| 2 | 0.5 | 7 | I0 $\cos x$ | 0 | I | 0 | 4 |
| 3 | 0.4 | 5 | I5 $e^{-x}$ | 0 | I | 0 | 3 |
| 4 | 0.5 | 5 | 9 (I+x) | 0 | I | 0 | 6 |
| 5 | 0.5 | 7 | 20/(I+x) | 0 | I | 0 | 5 |
| 6 | $\sin x$ | 4 | 3x | 0.5 | I.5 | 0 | 3 |
| 7 | $\sin x$ | 6 | 5x | 0.5 | I.5 | 0 | 4 |
| 8 | $\sin x$ | 5 | 4x | 0.5 | I.5 | 0 | 5 |
| 9 | I | I0x | 7(I+$x^2$) | 0 | I | 0 | 5 |
| I0 | I | I0 $\sin x$ | I5 | 0 | I | 0 | 3 |
| II | $\cos x$ | 4 | I0/(I+4$x^2$) | 0 | I | 0 | 3 |
| I2 | $\cos x$ | 5 | 20/(I+$x^2$) | 0.5 | I.5 | 0 | 4 |
| I3 | 0.8 | 5 $e^{x}$ | I5 | 0.5 | I.5 | 0 | 3 |
| I4 | I | 8 $\sin x$ | I0x | 0.5 | I.5 | 0 | 3 |
| I5 | 0.8 | I0 | 5 $\cos x$ | 0 | I | 0 | 0 |
| I6 | I | $15/(1+x^2)$ | 6 | 0.5 | I.5 | 0 | 0 |
| I7 | $\cos x$ | 7 | 8x | 0.5 | I.5 | 5 | 0 |



| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I8 | $\cos x$ | 5x | I0 | 0.5 | I.5 | 3 | 0 |
| I9 | $\cos x$ | 5x | 9 | 0.5 | I.5 | 2 | -I |
| 20 | $\cos x$ | 5 | I0/(I+$x^2$) | 0.5 | I.5 | 4 | 0 |
| 2I | 0.5 | 5x | I2 | I | 2 | 0 | 4 |
| 22 | 0.5 | 4 $\sin x$ | I2 | I | 2 | 4 | 0 |
| 23 | 0.8 | 5 $\sin x$ | II | I | 2 | 4 | 0 |
| 24 | 0.8 | 2 $e^{x}$ | I0 | 0 | I | 3 | 0 |
| 25 | 0.8 | 4x | I0 $\sin x$ | I | 2 | 0 | 5 |
| 26 | $e^{-x}$ | 5 | I0 - 3x | I | 2 | I | I |
| 27 | $-e^{-x}$ | 7 | 9 - 2x | I | 2 | 0 | 5 |
| 28 | $-e^{-x}$ | 8 | I0 - $x^2$ | I | 2 | 0 | 4 |
| 29 | 0.5 | 8 | I5 $e^{-x}$ | 0 | I | 0 | 4 |
| 30 | 0.5 | 8 $\sin x$ | I0 | 0.5 | I.5 | 0 | 4 |

Задача I0. Численное интегрирование.

Вычислить интеграл $\int_{1.0}^{2.2} f(x)\,dx$
с шагом $h=0.2$, используя формулы:

а) центральных прямоугольников;
б) трапеций;
в) Симпсона.

Оценить погрешности всех результатов по формуле Рунге. Дать априорную оценку п.а. Уточнить результат п.б. по Рунге.

Промежуточные вычисления вести с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах. Ответы записать с учетом погрешности.

| № | $f(x)$ | № | $f(x)$ |
|---|---|---|---|
| I | $exp(-x^2)$ | I6 | $Cos(x\sqrt{x})$ |
| 2 | $Sin(x^2)$ | I7 | $Cos(1/x^2)$ |
| 3 | $exp(Cos\,x)$ | I8 | $exp(-1/x^2)$ |
| 4 | $Sin(1/x)$ | I9 | $Cos(1/x)$ |
| 5 | $exp(Sin\,x)$ | 20 | $exp(-x\sqrt{x})$ |
| 6 | $Sin(x^3)$ | 2I | $exp(Cos^2 x)$ |
| 7 | $exp(1/x)$ | 22 | $Sin(x\sqrt{x})$ |
| 8 | $Cos(x^2)$ | 23 | $exp(Sin(1/x))$ |
| 9 | $exp(-Cos\,x)$ | 24 | $exp(-Cos(1/x))$ |
| I0 | $Cos(x^3)$ | 25 | $exp(1/(x\sqrt{x}))$ |
| II | $exp(-1/x)$ | 26 | $exp(-Sin(1/x))$ |
| I2 | $Sin(1/x^2)$ | 27 | $exp(-1/(x\sqrt{x}))$ |
| I3 | $exp(Sin^2 x)$ | 28 | $exp(Cos(1/x))$ |
| I4 | $exp(-Sin\,x)$ | 29 | $exp(x\sqrt{x})$ |
| I5 | $exp(1/x^2)$ | 30 | $exp(x^2)$ |

Задача II. Задача Дирихле.

Найти решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в квадрате $A \le X \le B$, $A \le y \le B$, используя разностную схему второго порядка точности. Взять $h = (b-a)/3$. Для решения разностной схемы использовать метод Зейделя. Итерации вести до тех пор, пока не выполнится условие

$$\max_{i,j} \left| u_{ij}^{(n+1)} - u_{ij}^{(n)} \right| < \varepsilon, \quad \varepsilon = 0.01.$$



| № | A | B | M(X,A) | M(X,B) | M(A,Y) | M(B,Y) | f(X,Y) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 0 | I | $X^2$ | $X^2+I$ | $Y^2$ | $Y^2+I$ | 4 |
| 2 | 0 | I | $X^2$ | $X^2-I$ | $-Y^2$ | $I-Y^2$ | 0 |
| 3 | $-\pi/2$ | $\pi/2$ | 0 | 0 | $e^{-\pi/2}Cos\,y$ | $e^{\pi/2}Cos\,y$ | 0 |
| 4 | $-\pi/2$ | $\pi/2$ | $e^{-\pi/2}Cos\,x$ | $e^{\pi/2}Cos\,x$ | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | $\pi/2$ | 0 | $e^{-x}$ | $Sin\,y$ | $e^{-\pi/2}Sin\,y$ | 0 |
| 6 | 0 | I | $ln(x^2+x+1/2)$ | $ln(x^2+x+5/2)$ | $ln(y^2+y+1/2)$ | $ln(y^2+y+5/2)$ | 0 |
| 7 | 0 | I | X | X + I | Y | Y + I | -I |
| 8 | 0 | I | 2 - X | I - X | 2 - Y | I - Y | - I |
| 9 | 0 | I | $2-X^2$ | $3-X^2$ | $2+Y^2$ | $I+Y^2$ | 0 |
| I0 | 0 | $\pi/2$ | 0 | $Sin\,x$ | 0 | $Sin\,y$ | $-Sin\,x\,Sin\,y$ |
| II | 0 | $\pi/2$ | $Cos\,x$ | 0 | $Cos\,y$ | 0 | $-Cos\,x\,Cos\,y$ |
| I2 | 0 | I | $e^{x}$ | $e^{x-1}$ | $e^{-y}$ | $e^{1-y}$ | $2e^{x-y}$ |
| I3 | 0 | I | $e^{x}$ | $e^{x+1}$ | $e^{y}$ | $e^{1+y}$ | $2e^{x+y}$ |
| I4 | 0 | I | 0 | X | 0 | Y | I |
| I5 | 0 | $\pi/2$ | 0 | $Sh\,x$ | 0 | $Sh\,1\,Sin\,y$ | 0 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I6 | 0 | I | $X^2$ | $X^2+2$ | $y^2$ | $y^2+2$ | 4 |
| I7 | 0 | I | $X^2$ | $X^2$ | $-y^2$ | $2-y^2$ | 0 |
| I8 | 0 | I | 0 | 0 | $e^{-\pi/2}\,Cos(\pi y/2)$ | $e^{\pi/2}\,Cos(\pi y/2)$ | 0 |
| I9 | -I | I | $e^{-\pi/2}Cos\,x$ | $e^{\pi/2}Cos\,x$ | 0 | 0 | 0 |
| 20 | 0 | $\pi/2$ | $e^{-x}$ | 0 | $Cos\,y$ | $e^{-\pi/2}\,Cos\,y$ | 0 |
| 2I | I | 2 | $\ln(I+X^2)$ | $\ln(4+X^2)$ | $\ln(I+y^2)$ | $\ln(4+y^2)$ | -I |
| 22 | 0 | I | X | X + I | y | y + I | I |
| 23 | 0 | I | 2-X | I - X | 2 - y | I - y | I |
| 24 | 0 | I | $2+X^2$ | $I+X^2$ | $2-y^2$ | $3-y^2$ | 0 |
| 25 | 0 | I | 0 | 0 | 0 | 0 | $-\pi^2 Sin\,\pi x\,Sin\,\pi y$ |
| 26 | 0 | I | $Sin(\pi x/2)$ | 0 | 0 | $Cos(\pi y/2)$ | $-\frac{\pi^2}{4}Sin\frac{\pi x}{2}Cos\frac{\pi y}{2}$ |
| 27 | 0 | I | 0 | 0 | 0 | 0 | $-x(1-x)-y(1-y)$ |
| 28 | -I | I | $e^{1+x}$ | $e^{x-1}$ | $e^{-1-y}$ | $e^{1-y}$ | $2e^{x-y}$ |
| 29 | -I | I | $e^{x-1}$ | $e^{x+1}$ | $e^{-1+y}$ | $e^{-1-y}$ | $2e^{x+y}$ |
| 30 | 0 | $\pi/2$ | $Sh\,x$ | 0 | 0 | $Sh\,1\,Cos\,y$ | 0 |



Задача I2. Начально-краевая задача.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t),\quad a<x<b,\quad 0<t\le T,$$

$$u(a,t)=g_1(t),\quad u(b,t)=g_2(t),\quad 0<t\le T,$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad a\le x\le b,$$

используя явную разностную схему. Взять $h=(B-a)/I0$; шаг $\tau$ выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости решения $u$ от X при $t=0,\ 2\tau,\ 4\tau,\ \dots,\ T$.

| № | a | b | k | T | $\varphi(x)$ | $g_1(t)$ | $g_2(t)$ | $f(x,t)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | 0 | I | I | 0.05 | 0 | 0 | 0 | x |
| 2 | -I | I | 0.5 | 0.4 | $\lvert x\rvert$ | I | I | 0 |
| 3 | 0 | I | 0.I | 0.5 | x(I-x) | $5t$ | $5t$ | 0 |
| 4 | 0 | 2 | I | 0.2 | 0 | 0 | 0 | x |
| 5 | 0 | I | 0.I | 0.5 | x | $2Sin\,t$ | $Cos\,t$ | 0 |
| 6 | -I | I | 2 | 0.I | $x^2$ | I | I | 0 |
| 7 | 0 | I | 2 | 0.02 | 0 | 0 | $Sin(10t)$ | $x(1-x)$ |
| 8 | -I | I | 0.5 | 0.4 | $I-x^2$ | 0 | 0 | x |
| 9 | 0 | I | 0.I | 0.5 | $x^2$ | 0 | I | $t$ |
| I0 | -I | I | 0.2 | I | 0 | 0 | 0 | $I-x^2$ |
| II | 0 | I | I | 0.05 | $\lvert x-0.5\rvert$ | 0.5 | 0.5 | 0 |
| I2 | -I | I | 0.5 | 0.4 | $x^2$ | I | I | x |
| I3 | 0 | I | 0.2 | 0.25 | $Sin\,x$ | 0 | $Sin(1+2t)$ | I-x |
| I4 | 0 | 2 | I | 0.2 | $Sin\,x$ | 0 | $Sin\,2$ | 2-x |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I5 | 0 | I | I | 0.05 | I | $e^{t}$ | $e^{10t}$ | 0 |
| I6 | 0 | 2 | I | 0.2 | I | $e^{10t}$ | $e^{t}$ | 0 |
| I7 | 0 | I | 0.5 | 0.I | I | $e^{-t}$ | $e^{-10t}$ | 2 |
| I8 | 0 | 2 | 0.5 | 0.4 | I | $e^{-t}$ | $e^{-5t}$ | 2 |
| I9 | 0 | I | 0.2 | 0.2 | $I-x^2$ | I | 0 | 0 |
| 20 | 0 | 2 | 2 | 0.I | 0 | 0 | $10t$ | I |
| 2I | 0 | I | 0.5 | 0.I | 0 | 0 | $10t$ | $t$ |
| 22 | 0 | 2 | I | 0.2 | I | $e^{-5t}$ | $\cos t$ | I |
| 23 | 0 | I | 0.4 | 0.I | x | 0 | I | I |
| 24 | -I | I | I | 0.2 | $I-x^2$ | 0 | $5t$ | 0 |
| 25 | 0 | I | 0.4 | 0.I | I-x | I | 0 | 2 |
| 26 | 0 | 2 | I | 0.2 | x | 0 | 2 | x |
| 27 | 0 | I | 0.25 | 0.2 | $x^3$ | 0 | I | 5 |
| 28 | 0 | 2 | I | 0.2 | x | 0 | 2 | x |
| 29 | 0 | I | 0.5 | 0.I | 0 | 0 | $e^{10t}-1$ | I |
| 30 | -I | I | 0.2 | I | I-\|x\| | 0 | 0 | I |



## ЛИТЕРАТУРА


I. Дубинский Ю.А. и др. Алгоритмизация инженерных задач энергетики. – М.: Моск.энерг.ин-т, 1984. – 85 с.

2. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, 1982. – 245 с.

3. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 506 с.


## СОДЕРЖАНИЕ