

**Практическое занятие для студентов
направления «ИКТ и СС», обучающихся с
использованием дистанционных образовательных технологий**

Перечень задач для самостоятельного решения

Шифры: N - предпоследняя цифра "1" ; M - последняя цифра "2" - во всех заданиях.

1. Найти параметры плоской волны, распространяющейся в среде с параметрами: $\varepsilon = N + 1$, $\sigma = (N + M + 1)10^{-4}$ См/м, $\mu = 1$. Частота волны $f = (N + M)$ МГц. Определить, на сколько децибел средняя плотность потока мощности в начале координат ($z = 0$) больше средней плотности потока мощности в точке $z = 1000$ м? В задаче: N — предпоследняя цифра Вашего шифра; M — последняя цифра Вашего шифра. При решении задачи требуется получение численных значений.

2. Плоская электромагнитная волна с частотой $f = 100 \cdot (N + M + 1)$ МГц распространяется в среде с параметрами $\varepsilon = N + 1$, $\mu = 1$, $\operatorname{tg}\Delta = 0.01 \cdot M$ См/м. Определить плотность потока мощности в плоскости $z = 10$ м, если амплитуда напряжённости электрического поля в начале координат ($z = 0$) равна $E_0 = 10 \cdot (M + 1)$ В/м. В задаче: N — предпоследняя цифра Вашего шифра; M — последняя цифра Вашего шифра. При решении задачи требуется получение численных значений.

Образцы решения задач

Задача №1

Найти параметры плоской волны, распространяющейся в среде с параметрами: $\varepsilon = 2$, $\sigma = 10^{-4}$ См/м, $\mu = 1$. Частота волны $f = 2$ МГц. Определить, на сколько децибел средняя плотность потока мощности в начале координат ($z = 0$) больше средней плотности потока мощности в точке $z = 100$ м?

РЕШЕНИЕ:

Запишем выражение для среднего значения вектора Умова-Пойнтинга волны, распространяющейся в среде с диссипацией энергии:

$$\langle \vec{S} \rangle = \vec{z}_0 \frac{E_0^2}{2 |\dot{Z}_x|} e^{-2k''z} \cos \varphi_z.$$

Модуль вектора Умова-Пойнтинга:

$$\langle S \rangle = \frac{E_0^2}{2 |\dot{Z}_x|} e^{-2k''z} \cos \varphi_z.$$

Модуль вектора Умова-Пойнтинга при $z = 0$ м:

$$\langle S(0) \rangle = \frac{E_0^2}{2 |\dot{Z}_x|} \cos \varphi_z.$$

Модуль вектора Умова-Пойнтинга при $z = 100$ м:

$$\langle S(100) \rangle = \frac{E_0^2}{2 |\dot{Z}_x|} e^{-200k''} \cos \varphi_z.$$

Найдём отношение:

$$\frac{\langle S(100) \rangle}{\langle S(0) \rangle} = e^{-200k''}.$$

Переходим к логарифмической шкале:

$$L = 20 \lg e^{100k''} = 100k'' \cdot 20 \lg e \approx 8.69 \cdot 100k''.$$

Определим $\text{tg} \Delta$:

$$\text{tg} \Delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0}.$$

Вычислим параметры волны:

$$k' = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta} + 1 \right)},$$

$$k'' = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta} - 1 \right)}.$$

Вычислим длину волны:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k'}.$$

Вычислим фазовую скорость:

$$v_\phi = \frac{\omega}{k'} = \frac{2\pi f}{k'}.$$

Определяем затухание:

$$L \approx 8.69 \cdot 100k'', \text{ дБ.}$$

Задача №2

Плоская электромагнитная волна с частотой $f = 100$ МГц распространяется в среде с параметрами $\varepsilon = 7$, $\mu = 1$, $\operatorname{tg} \Delta = 0.01$ См/м. Определить плотность потока мощности в плоскости $z = 1$ м, если амплитуда напряжённости электрического поля в начале координат ($z = 0$) равна $E_0 = 10$ В/м.

РЕШЕНИЕ:

Среднее значение вектора Умова-Пойнтинга, определяющее плотность потока мощности, вычисляется как

$$\langle \vec{S} \rangle = \vec{z}_0 \frac{E_0^2}{2 |\dot{Z}_x|} e^{-2k''z} \cos \varphi_Z, \quad (1)$$

где $\varphi_Z = -\Delta/2$.

Комплексное характеристическое сопротивление определяется как

$$\dot{Z}_x = \sqrt{\frac{\mu_\kappa \mu_0}{\varepsilon_\kappa \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}} e^{i\varphi_Z}.$$

Комплексное волновое число определяется по формулам:

$$k' = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta} + 1 \right)},$$
$$k'' = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta} - 1 \right)}.$$

Далее вычисляем значения k'' , φ_Z , $|\dot{Z}_x|$.

Подставляя в формулу (1) вычисленные значения k'' , φ_Z , $|\dot{Z}_x|$ при $z = 1$ м, получаем значение плотности потока мощности.

Основные формулы

Монохроматические волны в однородной среде с потерями

1. Выражения для мгновенных значений векторов электромагнитного поля:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\xi, t) &= \vec{\eta}_0 E_0 e^{\mp k'' \xi} \cos(\omega t \mp k' \xi + \varphi), \\ \vec{H}(\xi, t) &= \vec{\zeta}_0 \frac{E_0}{|\dot{Z}_x|} e^{\mp k'' \xi} \cos(\omega t \mp k' \xi + \varphi - \varphi_Z),\end{aligned}$$

где $\dot{Z}_x = \sqrt{\mu_0 \mu_K / \varepsilon_0 \varepsilon_K}$ — комплексное характеристическое сопротивление среды; ξ — координата, вдоль которой происходит распространение волны; E_0 , $H_0 = E_0 / |\dot{Z}_x|$ — начальные амплитуды; φ — начальная фаза; $\varphi_Z = (\Lambda^m - \Lambda) / 2$; Λ — тангенс угла диэлектрических потерь; Λ^m — тангенс угла магнитных потерь; $\vec{\eta}_0$ — единичный вектор, указывающий направление колебаний \vec{E} ; $\vec{\zeta}_0$ — единичный вектор, указывающий направление колебаний \vec{H} . Верхние знаки соответствуют случаю, когда волна распространяется вдоль оси $o\xi$; нижние знаки — в противоположном направлении.

2. Выражения для комплексных амплитуд векторов электромагнитного поля:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}(\xi) &= \vec{\eta}_0 \dot{E}_0 e^{\mp k'' \xi} e^{\mp i k' \xi}, \\ \dot{\vec{H}}(\xi) &= \vec{\zeta}_0 \frac{\dot{E}_0}{\dot{Z}_x} e^{\mp k'' \xi} e^{\mp i k' \xi}.\end{aligned}$$

3. Среднее значение вектора Умова-Пойнтинга:

$$\langle \vec{S} \rangle = \vec{\zeta}_0 \frac{E_0^2}{2 |\dot{Z}_x|} e^{-2k'' \xi} \cos \varphi_Z.$$

4. Комплексное характеристическое сопротивление среды с потерями:

$$\dot{Z}_x = \sqrt{\frac{\mu_K \mu_0}{\varepsilon_K \varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{|\mu_K| \mu_0}{|\varepsilon_K| \varepsilon_0}} e^{i\varphi_Z}.$$

5. Комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon_K = \varepsilon' - i\varepsilon'',$$

где $\varepsilon' = \varepsilon$ — вещественная часть; $\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}$ — мнимая часть.

В результате:

$$\varepsilon_K = \varepsilon_0 \left(\varepsilon' - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right).$$

6. Комплексная магнитная проницаемость

$$\mu_k = \mu_0 (\mu' - i\mu''),$$

где μ' — вещественная часть; μ'' — мнимая часть.

7. Тангенс угла диэлектрических потерь

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0}.$$

8. Тангенс угла магнитных потерь.

$$\operatorname{tg} \Delta^m = \frac{\mu''}{\mu'}.$$

9. Волновое число в среде с потерями:

$$k_k = \omega \sqrt{\varepsilon_k \mu_k} = k' - ik'',$$

где $k' = \omega / v_\Phi$ — коэффициент распространения; $v_\Phi = c / \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon_k \mu_k}$ — фазовая скорость; k'' — коэффициент затухания.

10. Длина волны:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k'}.$$

11. Фазовая скорость в среде с потерями:

$$v_\Phi = 1 / \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon_k \mu_k}.$$

12. Классификация сред

А) Если $\operatorname{tg} \Delta > 10^2$, то среда — проводник.

$$k' = k'' = k_0 \sqrt{\varepsilon'' / 2} = \sqrt{\omega \mu_a \sigma / 2}.$$

Б) Если $10^{-2} < \operatorname{tg} \Delta < 10^2$, то среда — полупроводник.

$$k' = k_0 \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon' (\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta} + 1)},$$

$$k'' = k_0 \sqrt{\frac{1}{2} \varepsilon' (\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \Delta} - 1)}.$$

В) Если $\operatorname{tg} \Delta < 10^{-2}$, то среда — диэлектрик.

$$k' = k_0 \sqrt{\varepsilon'}, \quad k'' = \frac{1}{2} k_0 \sqrt{\varepsilon'} \operatorname{tg} \Delta.$$

13. Выражения для амплитуд векторов электромагнитного поля:

$$E_m(\xi) = E_0 e^{\mp k'' \xi}, \quad H_m(\xi) = \frac{E_0}{|\dot{Z}_x|} e^{\mp k'' \xi}.$$

Составил

Профессор

д.ф.-м.н., доцент

Осипов О.В.

должность

уч. степень, уч. звание

подпись

фамилия, имя, отчество

« __ » _____ 2013 г.