

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ И ОТНОШЕНИЙ

1.1. Пусть $M_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $M_2 = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $M_3 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Определить следующие множества:

- а) $\overline{M_1 \cap M_2}$; б) $(M_1 \setminus M_3) \cup M_2$; в) $M_1 \cap (M_2 \cap \overline{M_3})$;
г) $(M_1 \cup M_2) \setminus M_3$; д) $(M_1 \setminus \emptyset) \cup (M_1 \setminus M_1)$; е) $(M_1 \setminus M_2) \cup (M_2 \setminus M_1)$;
ж) $M_1 \Delta \overline{M_2}$; з) $(M_2 \Delta M_3) \cup (M_3 \Delta M_2)$; и) $(M_1 \cap \overline{M_2}) \cap \overline{M_3}$;
к) $\overline{M_1} \setminus (M_2 \setminus M_3)$; л) $(\overline{M_1} \Delta M_2) \cup M_3$; м) $(M_1 \cap M_3) \cup \overline{M_3}$.

1.2. Составить список элементов множеств, заданных характеристическими свойствами:

- а) $M = \{x: x^2 - 8x + 15 = 0\}$; б) $M = \{x: x \in \mathbb{N}, -11 < x \leq 3\}$.

1.3. Определите с помощью характеристического свойства следующие множества:

- а) $M = \{2, 5, 8, 11, \dots\}$; б) $M = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{16}, \dots\right\}$.

1.4. Пусть $M_1 = \{a, b, c\}$, $M_2 = \{r, s, t\}$. Определить

- а) $M_1 \times M_1$; б) $M_2 \times M_1$; в) $\emptyset \times M_2$;
г) $M_1 \times M_2$; д) $M_2 \times M_2$; е) $M_2 \times \emptyset$.

1.5. Изобразить на координатной плоскости декартово произведение $M_1 \times M_2$, если:

- а) $M_1 = \{1, 2, 3\}$, $M_2 = [3, 5]$; б) $M_1 = [1, 3]$, $M_2 = [3, 5]$;
в) $M_1 = \mathbb{R}$, $M_2 = [3, 5]$; г) $M_1 = \mathbb{R}$, $M_2 = \mathbb{R}$.

1.6. Выяснить, истинно ли утверждение:

- а) $M_1 \cup \emptyset = M_1$; б) $\overline{M_1 \times M_2} = \overline{M_1} \times \overline{M_2}$;
в) $M_1 \Delta M_1 = \emptyset$; г) если $M_1 \subseteq M_2$, то $M_1 \cap M_2 = M_1$.

1.7. Доказать тождества:

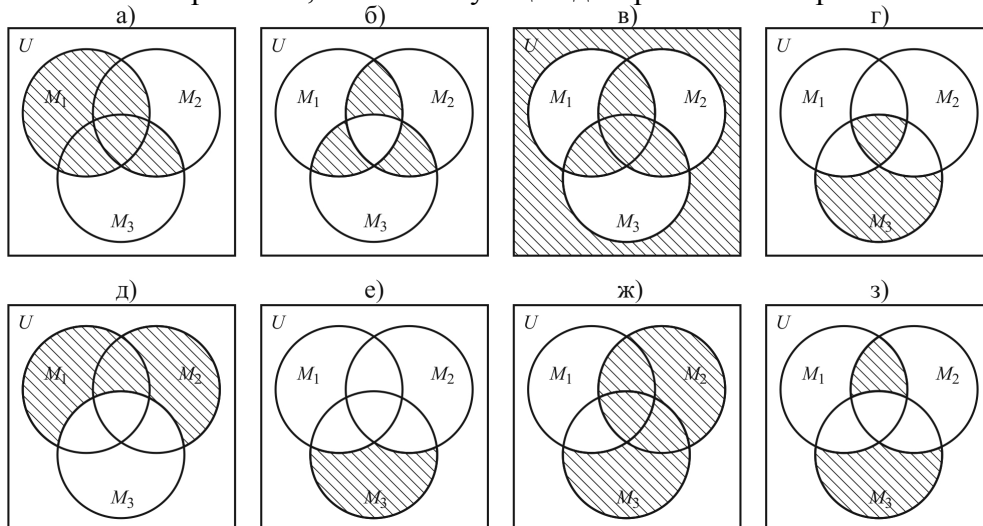
- а) $M_1 \cap (M_2 \setminus M_3) = (M_1 \cap M_2) \setminus (M_1 \cap M_3)$;
б) $M_1 \setminus (M_1 \setminus M_2) = M_1 \cap M_2$.

1.8. Решить систему уравнений

- а) $\begin{cases} M_1 \setminus X = M_2, \\ M_1 \cup X = M_3, \end{cases}$ где M_1, M_2, M_3 – заданные множества и $M_2 \subseteq M_1 \subseteq M_3$.
б) $\begin{cases} M_1 \setminus X = M_2, \\ X \setminus M_1 = M_3, \end{cases}$ где M_1, M_2, M_3 – заданные множества, $M_2 \subseteq M_1$, $M_1 \cap M_3 = \emptyset$

- в) $\begin{cases} X \cap M_1 = M_2, \\ X \cap M_3 = M_4. \end{cases}$ При каких M_1, M_2, M_3, M_4 эта система имеет решение?

1.9. Записать выражения, соответствующие диаграммам Эйлера-Венна.



1.10. Используя формулу включения и исключения для множеств, решить задачи:

а) Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов, поступающих в ВУЗ. Оценку ниже «5» получили 180 человек, а выдержали этот экзамен 210 человек. Сколько человек получили оценки «3» и «4»?

б) Сколько человек участвовало в прогулке, если известно, что 16 из них взяли с собой бутерброды с ветчиной, 24 – с колбасой, 15 – с сыром, 11 – и с ветчиной и с колбасой, 8 – и с ветчиной и с сыром, 12 – и с колбасой и с сыром, 6 – бутерброды всех трех видов, а 5 вместо бутербродов взяли с собой пирожки?

в) В соревнованиях по биатлону участвовало 30 чел., по лыжам – 21 чел., по прыжкам с трамплина – 16 чел. Биатлон и лыжи совмещали 5 чел., биатлон и прыжки с трамплина – 3 чел., лыжи и прыжки – 2 человека. Во всех трех видах одновременно никто не смог участвовать. Сколько всего спортсменов в команде?

4. ФУНКЦИИ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

4.1. Выписать таблицы истинности для следующих логических формул:

- а) $(x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y)$; б) $(x \downarrow y) \downarrow (y \downarrow y)$; в) $(x | y) | (x | y)$;
 г) $(x | x) \downarrow (x | y)$; д) $(x \downarrow y) | (x \downarrow y)$; е) $(x \downarrow x) | (y \downarrow y)$;
 ж) $\bar{x} \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow (y \oplus xy))$; з) $(\bar{x} \vee y) \vee \bar{xz} \downarrow (x \leftrightarrow y)$; и) $\bar{x} \rightarrow (\bar{z} \leftrightarrow (y \oplus xy))$;
 к) $((((x | y) \downarrow z) | y) \downarrow z (x \rightarrow y) \oplus ((y \rightarrow z) \oplus (z \rightarrow x)))$.

4.2. Не прибегая к построению таблицы истинности, найти все наборы, на которых следующие функции принимают значение ноль:

- а) $(x \vee y) \rightarrow (\bar{x}y \vee x\bar{y})$;
 б) $xy \vee xz \vee yz \vee uv \vee uw \vee \bar{x}\bar{u}$;

в) $((x \vee y)(y \vee z)(z \vee x)) \rightarrow (xy \vee z).$

4.3. Доказать справедливость соотношений:

а) $x(y \vee z) = xy \vee xz$; б) $x \vee yz = (x \vee y)(x \vee z)$; в) $x \vee xy = x$;
 г) $x(x \vee y) = x$; д) $\overline{xy} = \overline{x} \vee \overline{y}$; е) $\overline{x \vee y} = \overline{x} \& \overline{y}$;
 ж) $x\overline{x} = 0$; з) $x \vee x = x$; и) $\overline{x} \vee x = 1$;
 к) $x\overline{x} = 0$; л) $x \oplus x = 0$; м) $x \rightarrow y = \overline{x} \vee y$.

4.4. Выяснить, тождественно истинна или тождественно ложна формула:

а) $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x \vee z) \rightarrow (y \vee z))$;
 б) $((\overline{x \vee y}) \downarrow (x \oplus \overline{y})) \oplus (\overline{x \rightarrow y} \rightarrow (\overline{x \vee y}))$;
 в) $((x \oplus y) \leftrightarrow z)(x \rightarrow yz)$;
 г) $((x \vee \overline{y}) \& z) \rightarrow ((x \leftrightarrow z) \oplus y) \& (x \& y \& z).$

4.5. Выяснить, справедливы ли соотношения:

а) $x \vee (y \leftrightarrow z) = (x \vee y) \leftrightarrow (x \vee z)$; б) $x \rightarrow (y \leftrightarrow z) = (x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow z)$;
 в) $x \rightarrow yz = (x \rightarrow y)(x \rightarrow z)$; г) $x \rightarrow (y \rightarrow z) = (x \rightarrow y) \rightarrow (x \rightarrow z)$;
 д) $x(y \leftrightarrow z) = xy \leftrightarrow xz$; е) $x \rightarrow (y \vee z) = (x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow z)$;
 ж) $x \oplus (y \rightarrow z) = (x \oplus y) \rightarrow (x \oplus z)$; з) $(x \rightarrow y) \rightarrow z = x \rightarrow (y \rightarrow z).$

4.6. Записать эквивалентную формулу, исключив знаки импликации:

а) $x \rightarrow (y \rightarrow z)$; б) $(x \rightarrow y) \rightarrow \overline{z}$;
 в) $(x \vee y) \rightarrow z$; г) $(x \rightarrow y) \rightarrow (\overline{y} \rightarrow \overline{x})$;
 д) $(x \rightarrow y) \rightarrow (xy \rightarrow x)$; е) $xy \rightarrow yz$.

4.7. Упростить формулы с помощью закона поглощения:

а) $x \& (x \vee y) \& (x \vee z)$; б) $x_1x_2 \vee x_1x_2x_3 \vee x_1 \vee x_1x_4$;
 в) $xy \vee xz \vee xyz$; г) $x_1x_2 \vee x_1x_2x_3 \vee x_1x_2x_4$.

4.8. Упростить формулы с помощью закона склеивания:

а) $xyz \vee xy\overline{z}$; б) $(x \vee y \vee z)(x \vee \overline{y} \vee z)$;
 в) $xyz \vee \overline{xyz} \vee x\overline{yz} \vee xy\overline{z}$.

4.9. Используя основные эквивалентности, доказать эквивалентность формул:

а) $A = \overline{xz} \vee xy \vee x\overline{z}$, $B = x\overline{yz} \vee x\overline{z}$;
 б) $A = (x \rightarrow y) \rightarrow (x\overline{y} \oplus (x \leftrightarrow \overline{y}))$, $B = (x \vee y)(\overline{x \vee y})$;
 в) $A = x \rightarrow (xy \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow y)z)$, $B = y \rightarrow (x \rightarrow z).$

4.10. Реализовать функцию f формулой над множеством связок S :

а) $S = \{\overline{}, \vee\}$, $f = x \rightarrow y$; б) $S = \{\rightarrow\}$, $f = x \vee y$;

в) $S = \{\&, \rightarrow\}$, $f = x \leftrightarrow y$; д) $S = \{\rightarrow, \&\}$, $f = x \leftrightarrow y$.

4.11. Упростить:

а) $x \vee y \rightarrow (y \vee z)$; б) $x((yz \rightarrow z)(z \vee \bar{z}))$.

4.12. По функциям $f(x_1, x_2)$ и $g(x_3, x_4)$, заданным векторно, построить векторное задание функции:

а) $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(g(x_3, x_4), x_2) \vee f(x_1, g(x_3, x_4))$, при $\tilde{\alpha}_f = (1011)$ и $\tilde{\alpha}_g = (1101)$;

б) $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_1, g(x_3, x_4)) \& g(x_3, x_4)$, при $\tilde{\alpha}_f = (1000)$ и $\tilde{\alpha}_g = (0110)$;

в) $h(x_1, x_2, x_3, x_4) = g(f(g(x_3, x_4), x_2), g(x_3, f(x_1, x_2)))$, при $\tilde{\alpha}_f = (1011)$ и $\tilde{\alpha}_g = (0110)$.

4.13. Найти вектор значений $\tilde{\alpha}_h$ функции h , реализуемой формулой U над множеством $\{f_1^{(1)}, f_2^{(2)}, g^{(2)}\}$, если функциональным символам $f_1^{(1)}$, $f_2^{(2)}$, $g^{(2)}$ сопоставлены булевы функции, определяемые соответствующими векторами (10), (1011), (1000):

а) $U = f_2^{(2)}(f_1^{(1)}(g^{(2)}(x, f_1^{(1)}(y))), y)$;

б) $U = f_1^{(1)}(f_2^{(2)}(x, g^{(2)}(f_2^{(2)}(x, y), f_1^{(1)}(y))))$.

4.14. Перечислить все фиктивные переменные функции:

а) $f(\tilde{x}^3) = (10101010)$; б) $f(\tilde{x}^4) = (1011010110110101)$;

в) $f(\tilde{x}^3) = (11110011)$; г) $f(\tilde{x}^4) = (0101111101011111)$.

4.15. Выяснить, является ли x_1 фиктивной переменной:

а) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \oplus x_2) \rightarrow x_3) \& x_3 \rightarrow x_2$;

б) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_1 \leftrightarrow x_3)) \& x_1 \rightarrow (x_2 \vee x_3)$;

в) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \vee x_2 \bar{x}_3) \leftrightarrow (\bar{x}_1 \rightarrow \bar{x}_2 x_3)) \& (x_2 \downarrow x_3)$;

г) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \rightarrow (x_1 x_2 | x_3)) \oplus (x_2 \rightarrow x_1) \& x_3$;

д) $f(\tilde{x}^4) = (x_1 \rightarrow ((x_2 \rightarrow x_3) \rightarrow x_4)) \leftrightarrow \bar{x}_1 \& (x_2 \rightarrow x_3) \& \bar{x}_4$;

е) $f(\tilde{x}^4) = (x_1 \bar{x}_2 \vee x_3) \& (x_2 \vee x_1 x_4) \rightarrow (x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3))$.

4.16. Перечислить все существенные переменные функции:

а) $f(\tilde{x}^2) = ((x_1 \vee x_2) \rightarrow x_1 x_2) \oplus (x_1 \rightarrow x_2) \& (x_2 \rightarrow x_1)$;

б) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow x_2 x_3) \& (x_2 \rightarrow x_1 x_3) \vee (x_1 \leftrightarrow x_2)$;

в) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \rightarrow \bar{x}_2) \oplus (x_2 \rightarrow \bar{x}_3)) \oplus (x_2 \rightarrow x_3)$;

г) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \vee x_2 \bar{x}_3) \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1 x_3)) \rightarrow (x_1 \vee x_3)$;

д) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \downarrow (x_2 | x_3)) \downarrow (x_2 | (x_1 \downarrow x_3))) \downarrow (x_1 | x_2)$.

4.17. Найти существенные переменные функции f :

а) $f(\tilde{x}^4) = (1001001100110010)$; б) $f(\tilde{x}^4) = (1100001100111100)$;

- в) $f(\tilde{x}^4) = (0011110000111100)$; г) $f(\tilde{x}^4) = (0110110110110111)$;
 д) $f(\tilde{x}^4) = (0111011110101010)$; е) $f(\tilde{x}^4) = (0110011101110110)$.

4.18. Выяснить, двойственны ли функции:

- а) $f(x, y) = x \oplus y$, $g(x, y) = x \leftrightarrow y$;
 б) $f(x, y) = x | y$, $g(x, y) = x \downarrow y$;
 в) $f(x, y) = x \rightarrow y$, $g(x, y) = \bar{x} \cdot y$;
 г) $f(x, y, z) = x \cdot y \rightarrow z$, $g(x, y, z) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z$;
 д) $f(x, y, z) = x \cdot y \vee z$, $g(x, y, z) = x \cdot (y \vee z)$;
 е) $f(x, y, z) = xy \vee xz \vee yz$, $g(x, y, z) = xy \oplus xz \oplus yz$.

4.19. Представить в совершенной ДНФ функции:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (01010001)$; б) $f(\tilde{x}^3) = (10101110)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (11001100)$; г) $f(\tilde{x}^3) = (00100101)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = (10001111)$; е) $f(\tilde{x}^3) = (00010111)$;
 ж) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3$; з) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \rightarrow (x_2 x_3 \vee x_1)$;
 и) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow x_2) \oplus (x_1 | x_2 x_3)$; к) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \rightarrow x_3$.

4.20. Представить в совершенной КНФ функции:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (01010001)$; б) $f(\tilde{x}^3) = (10101110)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (11001100)$; г) $f(\tilde{x}^3) = (00100101)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = (00010111)$; е) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_2 x_3$;
 ж) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \oplus x_3$; з) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$;
 и) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \downarrow (x_2 \vee x_3)$; к) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \rightarrow x_2 x_3$.

4.21. Представить в виде ДНФ компоненты функции $f(\tilde{x}^n)$, рассматривая их как функции, зависящие только от оставшихся переменных:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (01110100)$, $\bar{x}_1$ -компоненту;
 б) $f(\tilde{x}^3) = (11001110)$, x_2 -компоненту;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (10001110)$, x_3 -компоненту;
 г) $f(\tilde{x}^4) = (0101011011100011)$, $\bar{x}_1 x_4$ -компоненту;
 д) $f(\tilde{x}^4) = (1101101100001001)$, $x_2 x_3 \bar{x}_4$ -компоненту;
 е) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \rightarrow (x_2 \oplus \bar{x}_1 x_3)$, $\bar{x}_2$ -компоненту;
 ж) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 | (x_2 \rightarrow x_1 x_3)$, $\bar{x}_3$ -компоненту;
 з) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \downarrow (x_1 \rightarrow (\bar{x}_2 \rightarrow x_3))$, x_1 -компоненту.

4.22. С помощью эквивалентных преобразований построить ДНФ функции:

- а) $f(\tilde{x}^2) = \overline{x_1 x_2} \vee (x_1 \downarrow (x_2 \vee (\bar{x}_1 \rightarrow x_2)))$;

- б) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 x_2 \vee x_3)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \leftrightarrow x_2) \vee (x_1 x_3 \oplus (x_2 \rightarrow x_3))$;
 г) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 x_2 \oplus x_3)(x_1 x_3 \rightarrow x_2)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \downarrow x_2 x_3) \left((\bar{x}_1 | x_2) \downarrow x_3 \right)$;
 е) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \oplus x_1 \bar{x}_2 x_3$;
 ж) $f(\tilde{x}^3) = \overline{x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)} \oplus (x_1 | (x_2 \oplus x_3))$;
 з) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \leftrightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \vee (x_2 \rightarrow x_1 x_3)$;
 и) $f(\tilde{x}^2) = ((x_1 \rightarrow x_2) \oplus (\bar{x}_1 | x_2))(x_1 \leftrightarrow x_2 (x_1 \rightarrow x_2))$.

4.23. С помощью эквивалентных преобразований построить КНФ функции:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_1 x_2 \vee x_3)$;
 б) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 x_2 \oplus x_3)(x_1 x_3 \rightarrow x_2)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \leftrightarrow x_2) \vee (x_1 x_3 \oplus (x_2 \rightarrow x_3))$;
 г) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \downarrow x_2 x_3) \left((\bar{x}_1 | x_2) \downarrow x_3 \right)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = \overline{x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)} \oplus (x_1 | (x_2 \oplus x_3))$;
 е) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \oplus x_1 \bar{x}_2 x_3$;
 ж) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \leftrightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \vee (x_2 \rightarrow x_1 x_3)$;
 з) $f(\tilde{x}^2) = ((x_1 \rightarrow x_2) \oplus (\bar{x}_1 | x_2))(x_1 \leftrightarrow x_2 (x_1 \rightarrow x_2))$;
 и) $f(\tilde{x}^2) = \overline{x_1 x_2} \vee (x_1 \downarrow (x_2 \vee (x_1 \rightarrow x_2)))$.

4.24. Выяснить, можно ли из функции f при помощи отождествления переменных получить функцию g :

- а) $f(\tilde{x}^3) = (10101100)$, $g(\tilde{x}^2) = (1000)$;
 б) $f(\tilde{x}^3) = (00110010)$, $g(\tilde{x}^2) = (0110)$;
 в) $f(\tilde{x}^4) = (1111110100011011)$, $g(\tilde{x}^2) = (1001)$;
 г) $f(\tilde{x}^4) = (0110110111100011)$, $g(\tilde{x}^3) = (01100111)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee x_2)x_3 \oplus x_1 \bar{x}_2$, $g(\tilde{x}^2) = x_1 \vee x_2$;
 е) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)) \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)$, $g(\tilde{x}^2) = x_1 \rightarrow x_2$;
 ж) $f(\tilde{x}^4) = (x_1 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_4) \oplus (\bar{x}_1 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3)$, $g(\tilde{x}^3) = x_1 | x_2$.

4.25. С помощью преобразований вида $A = (A \vee x)(A \vee \bar{x})$ и $A \cdot A = A$ перейти от заданной КНФ к совершенной КНФ:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee \bar{x}_2)x_3$;
 б) $f(\tilde{x}^3) = x_1(x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 x_3)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee x_2)(\bar{x}_2 \vee x_3)\bar{x}_3$;
 г) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee x_3)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2(\bar{x}_1 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_3)$;
 е) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)x_2(x_1 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_2 \vee x_3)$.

4.26. С помощью преобразований вида $A = A \cdot x \vee A \cdot \bar{x}$ и $A \vee A = A$ перейти от заданной ДНФ к совершенной ДНФ:

- | | |
|---|---|
| а) $f(\tilde{x}^3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_3$; | б) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \vee x_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3$; |
| в) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \vee x_2 x_3 \vee \bar{x}_3$; | г) $f(\tilde{x}^4) = x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \bar{x}_4$; |
| д) $f(\tilde{x}^4) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_4 \vee x_3 \bar{x}_4$; | е) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \vee x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_4$. |

4.27. Используя эквивалентности $a \cdot a = a$, $a \cdot \bar{a} = 0$, $A \cdot 0 = 0$, $A \vee 0 = A$, правило поглощения $A \vee A \cdot B = A$ и дистрибутивный закон $a(b \vee c) = ab \vee ac$, перейти от заданной КНФ функции к ДНФ:

- а) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(x_2 \vee \bar{x}_3)$;
 б) $f(\tilde{x}^4) = (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 \vee x_4)$.

4.28. Сведением к заведомо полным системам в P_2 показать, что множество G является полной системой:

- | | |
|--|--|
| а) $G = \{xy \oplus z, (x \leftrightarrow y) \oplus z\}$; | б) $G = \{x \rightarrow y, \overline{x \oplus y \oplus z}\}$; |
| в) $G = \{x \rightarrow y, (01011110)\}$; | г) $G = \{x \leftrightarrow y, x \oplus y, xy \oplus z\}$; |
| д) $G = \{xy \vee \bar{x}z, (01111110)\}$; | е) $G = \{xy \oplus zt \oplus 1, (10110110)\}$; |
| ж) $G = \{\bar{x} \cdot \bar{y} \vee z, x \oplus y\}$; | з) $G = \{0, x_1 x_2 \vee x_2 x_3 \vee x_3 x_1, x_1 \oplus x_2 \oplus 1\}$; |
| и) $G = \{0, 1, x \oplus y \oplus z, xy \oplus xz \oplus yz\}$. | |

4.29. Методом неопределенных коэффициентов найти полином Жегалкина

- | | |
|--|--|
| а) $f(\tilde{x}^3) = (01101110)$; | б) $f(\tilde{x}^3) = (10101110)$; |
| в) $f(\tilde{x}^4) = (1000000000000001)$; | г) $f(\tilde{x}^4) = (0000100010010000)$; |
| д) $f(\tilde{x}^4) = (0000000100010001)$; | е) $f(\tilde{x}^4) = (0100000000010001)$; |
| ж) $f(\tilde{x}^4) = (1010101010110110)$; | з) $f(\tilde{x}^4) = (0000010001100111)$. |

4.30. С помощью тождественных преобразований построить полином Жегалкина:

- | | |
|---|--|
| а) $f(\tilde{x}^3) = x_1(x_2 \vee \bar{x}_3)$; | б) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_3)$; |
| в) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow \bar{x}_1 x_3)$; | г) $f(\tilde{x}^3) = x_1(x_2 \leftrightarrow x_1 \bar{x}_3)$. |

4.31. Используя преобразование вектора значений функции найти полином Жегалкина функции:

- | | |
|---|---|
| а) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \downarrow x_2)(x_2 \downarrow x_3)$; | б) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee x_2)(x_2 x_3)$; |
| в) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \downarrow ((x_1 \rightarrow \bar{x}_2) \vee \bar{x}_3)$; | г) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow x_2) \rightarrow x_3$. |

4.32. Выяснить, является ли функция самодвойственной:

- | | |
|---|--|
| а) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus 1$; | б) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \oplus x_3(x_1 \vee x_2)$; |
| в) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_3$; | г) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_3 x_4$; |
| д) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_3)$; | е) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)x_1 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3$; |

ж) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow x_2) \oplus (x_2 \rightarrow x_3) \oplus (x_3 \rightarrow x_1)$;

з) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow \bar{x}_2) \oplus (x_2 \rightarrow \bar{x}_3) \oplus (x_3 \rightarrow \bar{x}_1)$.

4.33. Выяснить, является ли функция линейной:

а) $f(\tilde{x}^3) = \overline{x_1 \rightarrow x_2 \oplus x_2 x_3}$;

б) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 (x_1 \leftrightarrow x_3)$;

в) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_3$;

г) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2) x_3$;

д) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2$;

е) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 x_3 \oplus \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$;

ж) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \leftrightarrow x_2 \leftrightarrow x_3$;

з) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_3$.

и) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 \bar{x}_3 \oplus \bar{x}_1 x_2$;

к) $f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \rightarrow x_2)(x_2 \rightarrow x_1)) \leftrightarrow x_3$.

4.34. Выяснить, принадлежит ли функция f множеству $T_1 \setminus T_0$:

а) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow (x_3 \rightarrow x_1))$;

б) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \oplus \bar{x}_2$;

в) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee \bar{x}_2) \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_2$;

г) $f(\tilde{x}^3) = \overline{x_1 x_2 \bar{x}_3} \vee \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 x_3$;

д) $f(\tilde{x}^3) = \bar{x}_1 \rightarrow ((\bar{x}_3 \rightarrow \bar{x}_1) \rightarrow \bar{x}_2)$;

е) $f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_1 \rightarrow \bar{x}_2)(\bar{x}_2 \rightarrow \bar{x}_3)(\bar{x}_3 \rightarrow \bar{x}_1)$;

ж) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow \bar{x}_2)(x_2 \rightarrow \bar{x}_3)(x_3 \rightarrow \bar{x}_1)$.

4.35. Выяснить, является ли функция f монотонной:

а) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \oplus x_2)(x_1 \leftrightarrow x_2)(x_2 \oplus x_3)(x_2 \leftrightarrow x_3)$;

б) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \rightarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow x_3$;

в) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3$;

г) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$;

д) $f(\tilde{x}^2) = (x_1 \oplus x_2) x_1 x_2$;

е) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_3 x_1$;

ж) $f(\tilde{x}^3) = x_1 x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_3 x_1 \oplus x_1$.

4.36. Используя критерий полноты, выяснить, полна ли система:

а) $\{xy, x \vee y, x \oplus y, xy \vee xz \vee yz\}$;

б) $\{(10), (00110111)\}$;

в) $\{xy(x \oplus z), 1\}$;

г) $\{(0111), (10010110)\}$;

д) $\{xy, x \vee y, x \oplus y \oplus z \oplus 1\}$;

е) $\{(1001), (11101000)\}$;

ж) $\{x \rightarrow y, \bar{x} \rightarrow \bar{y}x, x \oplus y \oplus z, 1\}$;

з) $\{(11), (0111), (00110111)\}$;

и) $\{\bar{x}, x(y \leftrightarrow z) \leftrightarrow yz, x \oplus y \oplus z\}$;

к) $\{(0110), (11000011), (10010110)\}$;

л) $\{0, \bar{x}, x(y \leftrightarrow z) \oplus \bar{x}(y \oplus z), x \leftrightarrow y\}$;

м) $\{(0111), (01011010), (01111110)\}$;

н) $\{\bar{x}, x(y \leftrightarrow z) \leftrightarrow (y \vee z), x \oplus y \oplus z\}$;

о) $\{(0101), (11101000), (01101001)\}$;

п) $\{xy(x \oplus y), xy \oplus x \oplus y, 1, xy \oplus yz \oplus zx\}$.

4.37. Выяснить, полна ли система $P = \{f_1(\tilde{x}^n), f_2(\tilde{x}^n)\}$, если

а) $f_1 \in S \setminus M$, $f_2 \notin L \cup S$, $\bar{f}_1 \rightarrow f_2 \equiv 1$?

б) $f_1 \notin T_0 \cap T_1, f_2 \in M \setminus T_1, f_1 \rightarrow f_2 \equiv 1$?

4.38. Исследовать полноту следующей системы A :

а) $A = (S \cap M) \cup (L \setminus M) \cup (T_0 \setminus S)$; б) $A = (M \setminus (T_0 \cap T_1)) \cup (L \setminus S)$;

в) $A = (L \cap T_1) \cup (S \cap M)$; г) $A = (L \cap T_1) \cup (S \setminus T_0)$;

д) $A = (M \setminus T_0) \cup (L \setminus S)$.

4.39. Из полной в P_2 системы выделить всевозможные базисы:

а) $A = \{0, 1, x \oplus y \oplus z, x \cdot y \oplus x \cdot z \oplus y \cdot z, x \cdot y \oplus z, x \vee y\}$;

б) $A = \{x \oplus y, x \leftrightarrow y, x \oplus y \oplus z, x \cdot y, x \rightarrow y\}$;

в) $A = \{x \cdot y, x \cdot y \vee z, x \oplus y, x \rightarrow y, \bar{x}\}$.

4.40. Подсчитать, число функций, зависящих от переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$ в каждом из следующих множеств:

а) $L \setminus (T_0 \cup T_1)$; б) $L \cap S \cap T_1$;

в) $(L \cup S) \setminus (T_0 \cup T_1)$; г) $(S \setminus T_0) \cap T_1$;

д) $S \cap (T_0 \setminus T_1)$.

5. ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

5.1. Выяснить, является данная ДНФ тупиковой, кратчайшей, минимальной:

а) $f(\tilde{x}^2) = \bar{x}_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2$; б) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2$;

в) $f(\tilde{x}^4) = x_3 x_4 \vee x_2 \bar{x}_3 x_4$; г) $f(\tilde{x}^4) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$.

5.2. Используя метод Блейка, найти сокращенную ДНФ функции:

а) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2$; б) $f(\tilde{x}^3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$;

в) $f(\tilde{x}^4) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$; г) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3$;

д) $f(\tilde{x}^4) = x_1 x_3 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$; е) $f(\tilde{x}^4) = \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$.

5.3. Используя карту Карно, найти сокращенную ДНФ функции:

а) $f(\tilde{x}^3) = (01010111)$; б) $f(\tilde{x}^4) = (0001101111011111)$;

в) $f(\tilde{x}^3) = (10111011)$; г) $f(\tilde{x}^4) = (0011110111011110)$;

д) $f(\tilde{x}^3) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3$;

е) $f(\tilde{x}^4) = \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$.

5.4. Используя карту Карно, найти все минимальные ДНФ функции:

а) $f(\tilde{x}^4) = x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$;

б) $f(\tilde{x}^4) = x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$.

5.5. Используя геометрический метод, найти сокращенную ДНФ функции:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (11110100)$; б) $f(\tilde{x}^4) = (0001011111101111)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (01010011)$; г) $f(\tilde{x}^4) = (1110011000000111)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = (00101111)$; е) $f(\tilde{x}^4) = (1111111111111000)$.

5.6. Построить сокращенную ДНФ функции из КНФ:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$;
 б) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_2 \vee x_3)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee \bar{x}_2)(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$;
 г) $f(\tilde{x}^3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)$;
 д) $f(\tilde{x}^4) = (x_1 \vee \bar{x}_2)(x_2 \vee \bar{x}_3)(x_3 \vee \bar{x}_4)(x_4 \vee \bar{x}_1)$;
 е) $f(\tilde{x}^4) = (x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3 \vee x_4)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4)$.

5.7. С помощью алгоритма Квайна построить сокращенную ДНФ функции:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (01110111)$; б) $f(\tilde{x}^4) = (1111111101111110)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (10111101)$; г) $f(\tilde{x}^4) = (0000111111110110)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = (00101111)$; е) $f(\tilde{x}^4) = (0000111101111111)$.

5.8. С помощью таблицы Квайна построить все тупиковые ДНФ функции и выбрать среди них минимальные:

- а) $f(\tilde{x}^3) = (01111100)$; б) $f(\tilde{x}^4) = (0000111101111111)$;
 в) $f(\tilde{x}^3) = (11111000)$; г) $f(\tilde{x}^4) = (0001011111010110)$;
 д) $f(\tilde{x}^3) = (00111101)$; е) $f(\tilde{x}^4) = (1110011000010101)$.

7. ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

7.1. Применима ли машина T , заданная программой, к слову P :

1)	q_1	q_2	q_3
0	$q_2 0R$	$q_3 0R$	$q_0 0S$
1	$q_1 1R$	$q_1 1L$	$q_2 1R$

- а) $P = 1^3 0^2 1^2$;
 б) $P = 1^3 0 1^3$;
 в) $P = 10[01]^2 1$.

2)	q_1	q_2	q_3
0	$q_1 1R$	$q_1 1R$	$q_1 1L$
1	$q_2 0R$	$q_3 1L$	—

- а) $P = 101^2$;
 б) $P = 1^2 0^2 1$;
 в) $P = [10]^2 1$.

3)	q_1	q_2	q_3
0	$q_2 1R$	$q_3 1R$	—
1	$q_2 1L$	$q_3 0R$	$q_1 1R$

- а) $P = 1^3 0 1^2$;
 б) $P = 1^5$;
 в) $P = 1^2 [01]^2$.

7.2. По заданной машине Тьюринга T и начальной конфигурации K_1 найти заключительную конфигурацию (q_0 – заключительное состояние):

1)	q_1	q_2
0	$q_2 1R$	$q_0 1S$
1	$q_2 0L$	$q_1 1L$

а) $K_1 = 1^2 0 1 q_1 1^2$;

б) $K_1 = 1 0 1 q_1 0 1^2$.

2)	q_1	q_2
0	$q_1 1L$	$q_1 0R$
1	$q_2 1R$	$q_0 0L$

а) $K_1 = 1 q_1 0 1^3$;

б) $K_1 = 1 q_1 1^4$.

3)	q_1	q_2
0	$q_2 0L$	$q_2 1L$
1	$q_1 0R$	$q_0 0R$

а) $K_1 = 1 0^3 q_1 0 1$;

б) $K_1 = 1^2 q_1 1^3 0 1$.

4)	q_1	q_2
0	$q_0 1S$	$q_1 0R$
1	$q_2 0R$	$q_2 1L$

а) $K_1 = 1^2 q_1 1^3 0 1$

б) $K_1 = 1 q_1 1^4$

5)	q_1	q_2	q_3
0	$q_0 0S$	$q_0 1L$	$q_1 1L$
1	$q_2 1R$	$q_3 0R$	$q_1 0R$

а) $K_1 = 1 q_1 1^5$;

б) $K_1 = q_1 1^3 0 1$;

в) $K_1 = 1 0 q_1 1^4$.

7.3. Построить в алфавите $\{0,1\}$ машину Тьюринга, переводящую конфигурацию K_1 в конфигурацию K_0 :

1) $K_1 = q_1 1^n$, $K_0 = q_0 1^n 0 1^n$ ($n \geq 1$);

2) $K_1 = q_1 0^n 1^n$, $K_0 = q_0 [0 1]^n$ ($n \geq 1$);

3) $K_1 = 1^n q_1 0$, $K_0 = q_0 1^{2n}$ ($n \geq 1$);

4) $K_1 = 1^n q_1 0 1^m$, $K_0 = 1^m q_0 0 1^n$ ($n \geq 1$).

7.4. Построить композицию $T_1 T_2$ машин Тьюринга T_1 и T_2 по паре состояний (q_{10}, q_{21}) и найти результат применения композиции $T_1 T_2$ к слову P (q_{20} – заключительное состояние машины T_2):

1)

T_1	q_{11}	q_{12}
0	$q_{12} 0R$	$q_{10} 1L$
1	$q_{12} 1R$	$q_{11} 0R$

T_2	q_{21}	q_{22}
0	$q_{22} 1R$	$q_{21} 1R$
1	$q_{21} 0L$	$q_{20} 1S$

а) $P = 1^3 0^2 1^2$;

б) $P = 1^4 0 1$.

2)

T_1	q_{11}	q_{12}	q_{13}
0	$q_{10} 0L$	$q_{13} 0R$	$q_{11} 0R$
1	$q_{12} 1R$	$q_{13} 1R$	$q_{11} 0R$

T_2	q_{21}	q_{22}
0	$q_{22} 1L$	$q_{20} 0R$
1	$q_{22} 1L$	$q_{21} 0L$

а) $P = 1^4 0^2 1^3 0 1^2$;

б) $P = 1^2 [0 1]^2 1^2$.

7.5. Найти результат применения итерации машины T по паре состояний (q_0, q_i)

к слову P (заклучительными состояниями являются q_0 и q'_0).

1) $i=1$

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	
0	$q_0 0S$	$q_4 0S$	$q_5 0S$	$q_4 1R$	$q'_0 1L$	а) $P = 1^{3k}$
1	$q_2 0R$	$q_3 0R$	$q_1 0R$	—	—	б) $P = 1^{3k+1}$ в) $P = 1^{3k+2}$

2) $i=1$

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	
0	$q'_0 0R$	$q'_0 0R$	$q_4 0R$	$q_5 1L$	$q_6 0L$	$q_0 0R$	
1	$q_2 0R$	$q_3 0R$	$q_3 1R$	$q_4 1R$	$q_5 1L$	$q_6 1L$	а) $P = 1^{2k}$ б) $P = 1^{2k+1}$

3) $i=3$

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	
0	$q_0 0L$	$q'_0 1S$	$q_4 0R$	$q_5 1L$	$q_6 0L$	$q_2 0R$	
1	$q_1 2R$	$q_2 1R$	$q_3 1R$	$q_4 1R$	$q_5 1L$	$q_6 1L$	
2	—	$q_3 1R$	—	—	—	$q_0 1R$	$P = 1^m 0 1^n$

7.6. Построить машину Тьюринга и нормальный алгоритм Маркова, вычисляющие функцию f :

- а) $f(x) = \text{sg} x = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$ б) $f(x) = \overline{\text{sg} x} = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$
- в) $f(x) = \left[\frac{1}{x} \right] = \begin{cases} 1, & x = 1 \\ 0, & x \geq 2 \\ \text{не опр.}, & x = 0 \end{cases}$ г) $f(x) = x \div 1 = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$
- д) $f(x) = 3x$, е) $f(x) = x + 2$,
- ж) $f(x, y) = x + y$, з) $f(x) = \left[\frac{x}{2} \right]$.

7.7. Построить машину Тьюринга и нормальный алгоритм Маркова, правильно вычисляющие функцию f :

- а) $f(x) = x \div 2$, б) $f(x) = x - 4$,
- в) $f(x) = \left[\frac{1}{x-3} \right]$, г) $f(x) = \frac{2}{4-x}$,
- д) $f(x, y) = \frac{x}{2} + y$, е) $f(x) = 2x - 1$,
- ж) $f(x, y) = 2x + y$, з) $f(x) = \left[\frac{x}{3} \right]$.

7.8. По программе машины Тьюринга T записать аналитическое выражение функций $f(x)$ и $f(x, y)$, вычисляемых машиной T (q_1 – начальное состояние, q_0 – заключительное состояние).

1)

	q_1	q_2
0	$q_2 1L$	$q_0 0R$
1	$q_1 1R$	$q_2 1L$

2)

	q_1	q_2
0	$q_2 0R$	$q_1 0L$
1	$q_1 1R$	$q_0 0R$

3)

	q_1	q_2	q_3
0	$q_2 1R$	$q_2 0L$	$q_0 0R$
1	$q_1 0R$	$q_3 1L$	$q_3 1R$

4)

	q_1	q_2	q_3
0	$q_0 0S$	$q_3 1L$	$q_1 1L$
1	$q_2 1R$	$q_1 0R$	$q_3 1R$