

УДК 69
ББК 38.112

Рецензент
канд. техн. наук, доцент
С. Н. Федотов

Борозна Д. И., Киселев Ю. А.

Строительная механика: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. — СПб.: СПГУВК, 2010. — 55 с.

Пособие предназначено для студентов заочной формы обучения по специальности 190602.65 «Эксплуатация перегрузочного оборудования портов и транспортных терминалов». Содержит программу дисциплины «Строительная механика», рекомендации по изучению дисциплины, задания для выполнения расчетно-проектировочных работ, методические указания по их выполнению и примеры расчетов.

УДК 69
ББК 38.112

© Д. И. Борозна, Ю. А. Киселев, 2010
© Санкт-Петербургский государственный
университет водных коммуникаций, 2010

Государственный
университет
водных коммуникаций
Отдел учебной
литературы

ПРЕДИСЛОВИЕ

По дисциплине «Строительная механика» студенты заочного факультета по специальности «Механизация портовых перегрузочных работ» выполняют в 5-м и 6-м семестрах две расчетно-проектировочные работы, целью которых является практическое освоение методов расчета статически определимых и неопределимых стержневых систем.

Исходные данные к работам принимаются по таблицам, приведенным ниже, в соответствии с личным учебным шифром студента, в качестве которого принимаются три последние цифры зачетной книжки. Например, для номера зачетной книжки М-82659 учебным шифром будет трехзначное число 659. Первая цифра этого шифра — 6, вторая — 5, третья — 9.

Каждое задание оформляется карандашом на одном листе чертёжной бумаги или миллиметровки размером 594×841 мм. При размещении на листе схем, эпюр и необходимых расчетов должны соблюдаться требования ЕСКД.

Перед выполнением каждой работы необходимо вычертить заданную схему в масштабе и указать на ней все размеры и нагрузки в цифрах. Решение задачи должно сопровождаться краткими пояснениями, четкими схемами со всеми необходимыми величинами. На эпюрах и линиях влияния следует указать значения всех характерных ординат.

В нижней правой части чертежа размещается угловой штамп, где указываются:

название и номер расчетно-проектировочной работы, фамилия и инициалы студента, факультет, специальность, номер зачетной книжки, учебный шифр, дата выполнения задания.

Работы, выполненные с нарушением указанных требований, возвращаются для исправления.

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование тем, их содержание, объем в часах самостоятельной работы

Тема 1. Введение — 2 ч.

Предмет и задачи курса. Понятие о расчетной схеме. Классификация расчетных схем, нагрузок, материалов. Понятие о методах расчета сооружений. Краткий очерк развития строительной механики.

Тема 2. Кинематический анализ статически определимых стержневых систем — 6 ч.

Образование простых и сложных систем. Геометрически изменяемые, мгновенно изменяемые и неизменяемые системы. Условие статической определимости и геометрической неизменяемости.

Тема 3. расчет статически определимых балок на неподвижную нагрузку — 4 ч.

Определение опорных реакций, поперечных и продольных сил, изгибающих моментов в шарнирно сочлененных балках и стержневых системах ломаного очертания.

Тема 4. Расчет статически определимых балок на подвижную нагрузку — 8 ч.

Виды подвижных нагрузок. Понятие об особенностях расчета балок на подвижную нагрузку. Линии влияния. Статический способ построения линий влияния. Теоремы о линиях влияния. Определение расчетных усилий по линиям влияния.

Тема 5. Расчет ферм — 12 ч.

Понятие о ферме и особенностях ее работы при узловой нагрузке. Расчетные схемы ферм. Образование ферм. Классификация ферм по очертаю поясов, по схеме решетки и опиранию. Определение усилий в стержнях ферм при неподвижной нагрузке способом вырезания узлов и методов сечений. Комбинирование этих способов. Построение диаграммы усилий. Образование сложных ферм. Способ замены стержней и его применение для

проверки геометрической неизменяемости сложных ферм и определения усилий в стержнях. Построение линий влияния продольных усилий в стержнях ферм при подвижной нагрузке статическим способом. Шпренгельные фермы. Пространственные фермы. Виды пространственных ферм. Способы определения усилий в стержнях статически определимых пространственных ферм.

Тема 6. Определение перемещений — 12 ч.

Перемещения и их обозначения. Работа внешних и внутренних сил на действительных и возможных перемещениях. Принцип возможных перемещений. Некоторые основные теоремы строительной механики: теоремы о взаимности работ, взаимности перемещений и взаимности реакций. Определение перемещений по формуле Максвелла-Мора. Вычисление интеграла Мора способом Верещагина. Перемещения от изменения температуры.

Тема 7. Расчет статически неопределимых рам — 12 ч.

Расчет рам методом сил. Система канонических уравнений метода сил. Определение коэффициентов в канонических уравнениях. Построение эпюр внутренних силовых факторов. проверка решений. Расчет рам методом перемещений. Система канонических уравнений метода перемещений и определение коэффициентов в них. Построение эпюр внутренних силовых факторов. Расчет рам на действие температуры.

Тема 8. Расчет неразрезанных балок — 10 ч.

Неразрезанные балки на жестких опорах. Применение метода сил и метода перемещений при расчете на неподвижную нагрузку. Расчет неразрезанных балок на подвижную нагрузку. Построение линий влияния изгибающих моментов, поперечных сил и реакций. Определение расчетных усилий по линиям влияния. Построение объемлющей эпюры изгибающих моментов $M_{об}$.

Тема 9. Заключение — 2 ч.

Современные проблемы и пути развития науки о прочности, жесткости и устойчивости сооружений в связи с совершенствованием методов расчета и пользования ЭВМ.

ГРАФИК САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
по дисциплине «Строительная механика»

Виды занятий	Содержание самостоятельной работы	Объем в часах	Сроки выполнения	Форма контроля за ходом выполнения работы
Самостоятельное изучение дисциплины	Работа с учебниками и пособиями	68	3-й курс	Экзамен в 6-м семестре
Контрольные работы	№1 №2	10 12	3-й курс	Проверка и защита работы
Лекции	Работа с конспектом лекций	20	сессия	Экзамен в 6-м семестре

Всего 110

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Порядок изучения курса

Основной формой изучения курса строительной механики для студентов-заочников являются самостоятельная работа с учебниками и учебными пособиями, в ходе которой необходимо глубоко усвоить теорию и приобрести навыки решения практических задач.

Поэтому изучение курса следует начинать с проработки теории по учебнику.

После усвоения общей методики по данной теме следует составить краткий конспект и сделать основные выводы. Затем можно перейти к разбору решения задач в рекомендуемых пособиях и их самостоятельному решению только после этого — к выполнению контрольных заданий.

По основным разделам курса «Строительная механика» для студентов заочников читаются лекции в период экзаменационной сессии.

Кроме изучения теоретической части курса, студенты-заочники выполняют две контрольные работы и завершают курс сдачей экзамена в 6-м семестре.

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ КУРСА ПО УЧЕБНИКАМ

При изучении курса строительной механики можно пользоваться различными учебниками и учебными пособиями, перечисленными в разделе «ЛИТЕРАТУРА».

В качестве основного рекомендуется учебник [1]. При отсутствии его можно использовать учебники [2], [3], а также конспекты лекций [4], [5], которые имеются в учебной библиотеке. СПГУВКа.

Следует иметь в виду, что ни один из указанных учебников не охватывает полностью все вопросы, предусмотренные действующей программой курса.

Ниже приводятся ссылки на учебную литературу, необходимую для изучения соответствующей темы курса.

Тема 1. Введение —

[1, Введение] [3, § 1.1–1.2] [4, Введение].

Тема 2. Кинематический анализ статически определимых стержневых систем.

Тема 3. Расчет статически определимых балочных систем на неподвижную нагрузку —

[1, §10.2, 12.2] [3, §4.1, 4.2] [4, §5].

Тема 4. Расчет статически определимых балочных систем на подвижную нагрузку —

[1, §2.2–7.2] [2, §1.1–1.3, 1.5–1.6] [3, §3.1–3.4, 3.6] [4, §24–25].

Тема 5. Расчет ферм —

[1, §2.2–7.2] [2, §1.1–1.3, 1.5–1.6] [3, §3.1–3.4, 3.6] [4, §24–25].

Тема 6. Определение перемещений —

[1, §1.7–9.7] [2, §5.1–5.6] [3, §7.1–7.9] [4, §33–36].

Тема 7. Расчет статически неопределимых рам —

[1, §1.8–8.8, 1.11–5.11, 2.9, 4.9, 8.11, 10.11]

[2, §6.1–6.3, 8.1–8.2, 9.1–9.7, 9.9, 9.10] [3, §8.1–8.7, 10.1–10.3]

[5, §1–16, 18–29].

Тема 8. Расчет неразрезанных балок —

[2, §7.3] [5, §31, 35, 37–39] [6, §2.4, 2.5].

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПРОВЕРКИ

1. Почему необходимо проводить кинематический анализ систем?
2. Почему недопустимы мгновенно изменяемые системы?
3. Какие зависимости между изгибающим моментом, поперечной силой и нагрузкой используются при проверке правильности построения эпюр?
4. Назовите признаки нулевых стержней в фермах.
5. Как выбрать аналитический способ определения усилий для данного стержня фермы?
6. Как строится диаграмма Кремоны для фермы и определяются из нее знаки продольных усилий в стержнях?
7. В каких целях применяется способ замены стержней?
8. Что такое линии влияния и в каких целях они используются?
9. Изложите смысл теорем о линиях влияния.
10. Как выбрать способ для построения линии влияния продольного усилия в данном стержне фермы?
11. Что такое критический груз?
12. Как определить расчетное экстремальное усилие по его линии влияния?
13. Что понимается под единичной обобщенной силой при определении перемещения способом Мора?
14. Поясните смысл величин в формуле Верещагина при определении перемещений в изгибаемых системах.
15. Как вычисляются перемещения в фермах?
16. Какого правила знаков при использовании формулы температурных перемещений?
17. Что такое основная система в методе сил?
18. Что принимается за лишние неизвестные при расчете статически неопределимых рам?
19. Какой смысл канонических уравнений и их коэффициентов в методе перемещений?

20. Какие методы применяются для решения систем канонических уравнений?

21. Что такое фокусные точки в пролетах неразрезанной балки?

22. Как выбираются необходимые формулы при построении линий влияния опорных моментов в неразрезанной балке?

23. Когда выполняется процедура перегонки через фокусы в неразрезанной балке?

24. Что такое объемные эпюры M и Q в неразрезанной балке и как они получаются?

РАБОТА 1. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ

Задача 1. Расчет сложной стержневой системы на неподвижную нагрузку.

1. Построить эпюры внутренних усилий M , Q , N в сложной системе от заданных неподвижных нагрузок.

Задача 2. Расчет фермы на подвижную нагрузку

1. Построить линии влияния опорных реакций и продольных усилий для 5 стержней, расположенных в заданной панели фермы.

2. Определить экстремальные значения продольных усилий в двух лобных стержнях по их линиям влияния с учетом действия постоянной равномерно разделенной нагрузки и интенсивностью q и заданной системы подвижных грузов P_1 .

3. Определить вертикальное перемещение крайнего левого консольного узла фермы от действия груза $P = P_1 + P_2$, приложенного в том же узле.

Геометрические размеры и нагрузки принимаются по табл. 1 в соответствии с тремя цифрами шифра студента. Расчетные схемы принимаются по рис. 1 и 2 согласно третьей цифре шифра.

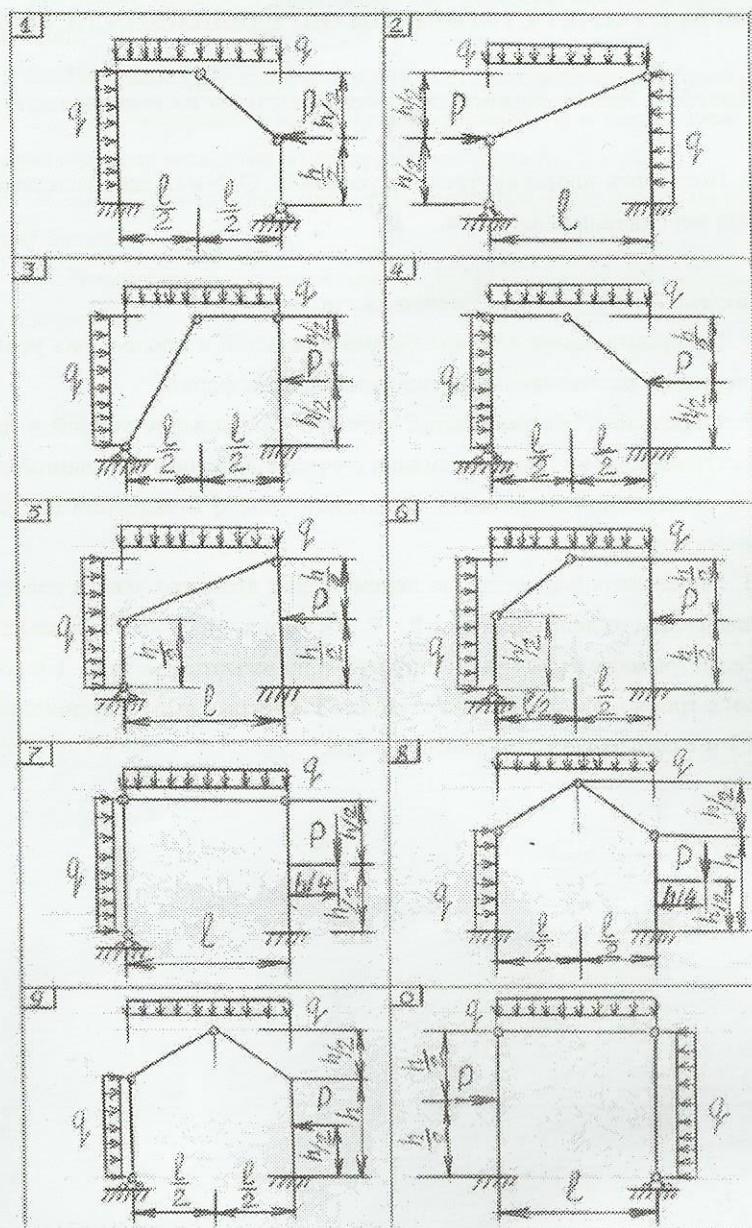


Рис. 1. Сложные системы

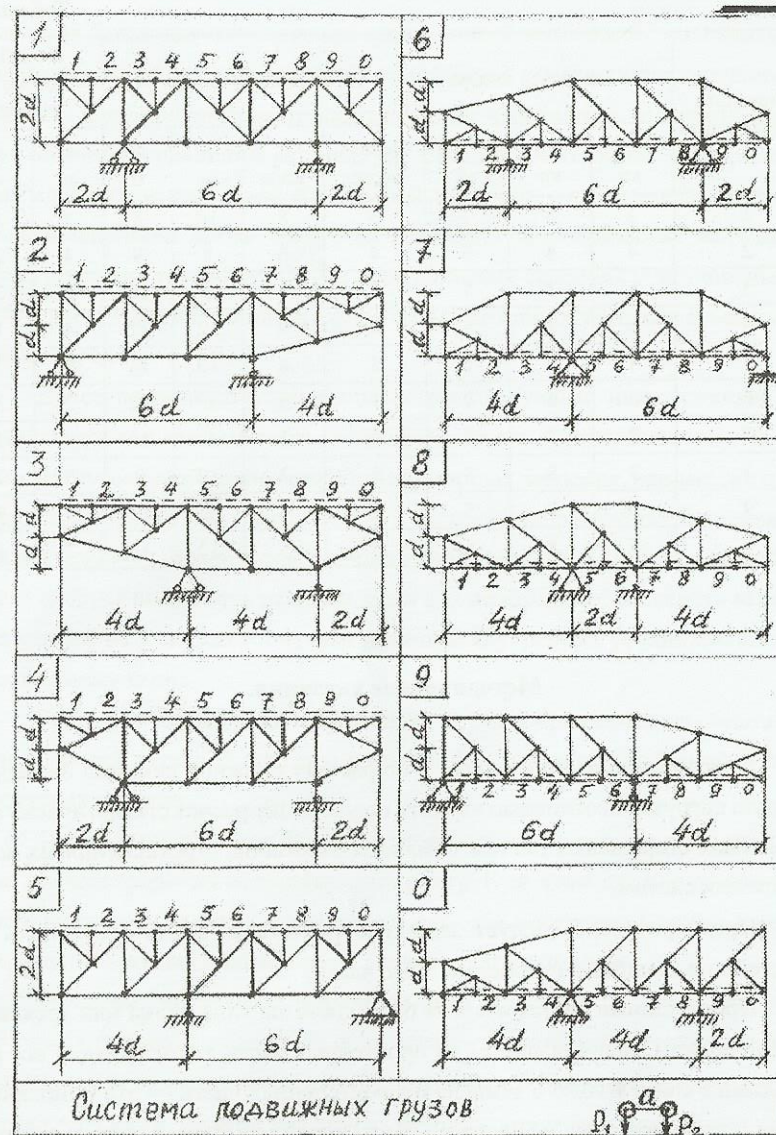


Рис. 2. Статически определимые фермы

Таблица 1

Очередная цифра шифра	По 1-й цифре шифра			По 2-й цифре шифра				По 3-й цифре шифра	
	R , кн	R_1 , кн	R_2 , кн	Панель фермы	q , кн/м	l , м	h , м	d , м	a , м
1	2	5	7	3	8	10	8	3	1
2	4	4	6	4	6	8	9	4	2
3	5	3	5	5	7	6	10	2	3
4	6	4	4	6	9	12	12	4	1
5	4	5	8	2	4	10	14	3	2
6	6	6	9	1	5	6	12	2	3
7	2	7	6	9	3	8	10	4	1
8	3	8	3	8	2	10	8	3	2
9	4	9	5	7	4	8	12	4	3
0	5	8	6	0	5	12	14	2	1

Методические указания.

Перед выполнением *Задачи 1* по расчету сложной системы на неподвижную нагрузку необходимо изучить по учебнику расчет статистически определимых стержневых систем ломаного очертания, трехшарнирных арок и сложных систем.

Предварительно следует заданную расчетную схему расчленить на простейшие главные и второстепенные части.

Простейшими частями могут быть системы типа балки или трехшарнирной арки. Главной является та простейшая часть, которая имеет все необходимые связи только с землей. Второстепенная часть — это опирающаяся на другие простейшие части полностью или частично и имеющая через них необходимые связи с землей.

Аналитический расчет сложной системы следует начинать с самой верхней второстепенной части. Она выделяется, и для нее вычисляются опорные реакции с помощью уравнений равновесия. В простейшей сис-

теме типа балки для определения трех реакций необходимо составить три обычных уравнения равновесия. В простейшей системе типа трехшарнирной арки для определения четырех реакций необходимо составить, кроме трех обычных уравнений равновесия, еще дополнительное четвертое как сумму моментов для левой или правой полуарки относительно промежуточного шарнира. Затем требуется составить аналитические выражения для внутренних усилий M , Q , N в произвольных сечениях участков, вычислить величины этих усилий в характерных сечениях участков и построить эпюры M , Q , N .

Далее последовательно вычисляется следующая нижележащая простейшая часть и главная часть, к которой, кроме действующих на нее внешних нагрузок, необходимо приложить опорные давления, равные реакциям в связях вышележащей отбрасываемой части, но направляемые в противоположную сторону. В ходе последующего аналитического расчета простейшей части следует вычислить реакции, если это необходимо, составить выражения усилий на участках и построить эпюры внутренних усилий аналогично изложенному выше.

Результирующие эпюры усилий M , Q , N изображаются на общем контуре заданной сложной системы в масштабе с указанием значений всех характерных ординат.

Перед выполнением *Задачи 2* необходимо изучить по учебнику теорию расчета ферм на подвижную нагрузку. При этом следует хорошо усвоить принципы выбора подходящего способа построения линии влияния продольного усилия в конкретных случаях и его сущность.

Отметим, что способ вырезания узла применяется для определения любого из продольных усилий, если в узле сходятся два стержня, не лежащие на одной прямой; либо для определения продольного усилия в узле с тремя стержнями, причем два других стержня лежат на одной прямой.

Способ моментов применяется в случае, если в сечении фермы имеются три стержня, причем два неинтересующих стержня пересекаются.

Способ проекции следует использовать, когда в сечении фермы имеются три стержня, причем два неинтересующих стержня оказываются параллельными.

Если в сечении фермы будет больше трех стержней, то можно использовать прием комбинирования трех основных способов, то есть определение одного продольного усилия через другое, которое предварительно находится одним из основных способов.

В фермах со шпренгельной решеткой во многих случаях линии влияния продольных усилий можно получить с помощью одно из трех основных способов или приемом их комбинирования. Специальный шпренгельный способ следует использовать только при невозможности применения основных способов.

Экстремальные расчетные усилия в стержнях фермы вычисляются с помощью их линий влияния по формуле

$$N = q \cdot \sum \omega_i + \sum P_i \cdot y_i,$$

где: N — продольное усилие;

q — интенсивность постоянной распределенной нагрузки;

ω_i — площадь линии влияния в пределах загрузки равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью g ;

P_i — сосредоточенные подвижные грузы тележки;

y_i — ординаты линии влияния под сосредоточенными грузами;

ω_i и y_i — принимаются со своими знаками.

Невыгоднейшее положение тележки выясняется путем ее пробных постановок на соответствующих треугольных участках линии влияния и проверки одновременного выполнения следующих двух неравенств

$$(R_{\text{лев}} + P_{\text{кр}}) / R_{\text{пр}} \geq a/b, \quad R_{\text{лев}} / (P_{\text{кр}} + R_{\text{пр}}) \leq a/b;$$

где:

$R_{\text{лев}}, R_{\text{пр}}$ — равнодействующие грузов на левом и правом наклонных участках треугольного очертания линии влияния;

$P_{\text{кр}}$ — критический груз, расположенный под экстремальной ординатой линии влияния;

a, b — проекции левого и правого наклонных участков треугольной линии влияния.

Вертикальное перемещение узла фермы вычисляется по формуле Мора

$$\Delta_{\text{пр}} = \sum_i \frac{N_i N_p L}{EF},$$

где:

S — число стержней фермы;

N_p — продольные усилия в стержнях фермы от действия заданных внешних нагрузок;

N_i — продольные усилия в стержнях фермы от действия единичной силы, приложенной в том узле и потому направлению, где необходимо определить перемещение;

L — длина стержня;

EF — продольная жесткость стержня.

Усилия N_p и N_i в стержнях ферм рекомендуется определять графическим способом — построением диаграммы Кримоны.

Поскольку по условию задачи единичная сила должна быть приложена в том же узле и по тому же направлению, что и внешняя нагрузка P , то можно ограничиться построением 1 диаграммы Кримоны от действия только единичной силы и определить из нее продольные усилия N_i во всех стержнях.

Затем следует вычислить усилия N_p , используя принцип суперпозиции, по формуле $N_p = N_i \cdot P$.

При вычислении перемещения рекомендуется принять продольные жесткости EF для всех стержней одинаковыми в целях упрощения задачи.

Результаты вычислений необходимо представить в табличной форме (табл. 2).

Построение диаграммы Кримоны основано на графическом представлении условий равновесия для каждого узла фермы — силовой многоугольник должен быть замкнутым.

Порядок построения диаграммы Кримоны следующий:

1. Разметить буквами зоны между узловыми нагрузками, стержнями и реакциями фермы.

2. Назначить масштаб для векторов сил.

3. В ферме балочного типа необходимо аналитически определить реакции из условий равновесия и построить внешний силовой многоугольник,

обходя внешние зоны по часовой стрелке и проводя вектора узловых сил и

реакций с соблюдением принятого масштаба. Для фермы консольного типа эти операции можно не выполнять.

4. Построение диаграммы начинается с того узла, где имеется не более двух неизвестных продольных усилий в стержнях. При обходе этого узла по часовой стрелке последовательно проводят линии, параллельные соответствующих стержням, узловым силам и реакциям, если последние имеются в данном узле: Для замыкания силового многоугольника узла достаточно найти точку пересечения двух линий, параллельных двум стержням с неизвестными усилиями. Каждый отрезок диаграммы обозначается буквами тех зон, между которыми располагается данная узловая нагрузка, реакция или стержень, при обходе узла по часовой стрелке.

5. Пункт 4 выполняется для каждого последующего узла фермы, в котором остаются два неизвестные усилия в стержнях.

6. Из построенной диаграммы Кримоны можно найти величины и знаки продольных усилий во всех стержнях фермы. Величина продольного усилия определяется путем замера длины соответствующего отрезка диаграммы и умножения этой длины на принятый масштаб сил. Для определения знака продольного усилия в стержне необходимо:

— на схеме фермы, при обходе выбранного узла по часовой стрелке запомнить порядок следования двух букв зон, между которыми лежит искомый стержень.

— соответствующий отрезок диаграммы с этими двумя буквами мысленно совместить со стержнем на схеме фермы; при этом буквы отрезка накладываются на соответствующие узлы фермы. Далее необходимо проследить направление движения по этому отрезку с учетом заполненного порядка следования букв зон по отношению к выбранному узлу фермы. Если это движение направлено из узла фермы, то продольное усилие — положительно (растяжение), если движение происходит в узел фермы, то продольное усилие — отрицательно (сжатие).

Пример расчета сложной статически определимой системы на неподвижную нагрузку.

Показанная на рис 3. сложная система состоит из двух простейших частей. Левая второстепенная часть является трехшарнирной аркой, а правая главная часть — это консольная балка.

Выделим верхнюю второстепенную часть и по условиям равновесия вычислим реакции в связях арки (рис. 4).

$$\sum M_c^{лев} = 0; -H_A \cdot h_1 + \frac{qh_1^2}{2} = 0; H_A = \frac{qH_1}{2} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ кН};$$

$$\sum X = 0; -H_A - H_B + qh_1 = 0;$$

$$H_B = -H_A + qh_1 = 0; H_B = -15 + 56 = 15 \text{ кН}$$

$$\sum M_c^{прав} = 0; H_B(h_2 - h_1) + R_B \cdot \ell - \frac{q\ell^2}{2} = 0; 15(8 - 6) + R_B \cdot 4 - \frac{5 \cdot 4^2}{2} = 0;$$

$$R_B = 2,5 \text{ кН}$$

$$\sum Y = 0; R_A + R_B - q\ell = 0; R_A + 2,5 - 5 \cdot 4 = 0; R_A = 17,5 \text{ кН}$$

Составим аналитические выражения внутренних усилий произвольных сечений на двух участках трехшарнирной арки.

$$M_1 = R_B \cdot x_1 + H_B \cdot y_1 - \frac{qx_1^2}{2};$$

$$\text{при } x_1=0 \text{ и } y_1=0; M_1=0$$

$$x_1=2 \text{ и } y_1=1; M_1 = 2,5 \cdot 2 + 15 \cdot 1 - \frac{5 \cdot 2^2}{2} = 10 \text{ кНм}$$

$$x_1=4 \text{ и } y_1=2; M_1 = 2,5 \cdot 4 + 15 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 4^2}{2} = 0$$

$$M_2 = H_A \cdot y_2 - \frac{qy_2^2}{2}; \text{ или } M_2 = \frac{qh_1^2}{8} = \frac{5 \cdot 6^2}{8} = 22,5 \text{ кНм};$$

$$\text{при } y_2=0; M_2=0$$

$$y_2=3; M_2 = 15 \cdot 3 - \frac{5 \cdot 3^2}{2} = 22,5 \text{ кНм}$$

$$y_2=6; M_2 = 15 \cdot 6 - \frac{5 \cdot 6^2}{2} = 0$$

Вычислим угол наклона ригеля арки.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_2 - h_1}{\ell} = \frac{8 - 6}{4} = 0,5; \sin \alpha = 0,447; \cos \alpha = 0,894; \alpha = 26,565^\circ;$$

$$Q_1 = -R_B \cdot \cos\alpha - H_B \sin\alpha + qx_1 \cos\alpha;$$

при $x_1=0$, $Q_1 = -2.5 \cdot 0.894 - 15 \cdot 0.447 + 0 = -2.235 - 6.705 = -8.94$ кН;

$x_1=4$, $Q_1 = -2.5 \cdot 0.894 - 15 \cdot 0.447 + 5 \cdot 4 \cdot 0.894 = 8.94$ кН;

$$Q_2 = H_A - qy_2;$$

При $y_2=0$; $Q_2 = H_A = 15$ кН

$y_2=6$; $Q_2 = 15 - 5 \cdot 6 = -15$ кН;

$$N_1 = R_B \cdot \sin\alpha - H_B \cos\alpha - qx_1 \sin\alpha$$

при $x_1=0$, $N_1 = 2.5 \cdot 0.447 - 15 \cdot 0.894 = -12.29$ кН;

$x_1=4$, $N_1 = 2.5 \cdot 0.447 - 15 \cdot 0.894 - 5 \cdot 4 \cdot 0.447 = -21.23$ кН

$$N_2 = -R_A = -17.5$$
 кН

Выделим нижележащую главную часть — консольную балку, на которую действует внешняя нагрузка P и опорные давления, равные вычисленным выше значениям реакций R_B и H_B , но направленным в противоположную сторону (рис. 5):

$$M_3 = H_B \cdot y_3;$$

при $y_3 = 0$; $M_3 = 0$

$y_3 = 4$; $M_3 = 15 \cdot 4 = 60$ кНм

$$M_3 = H_B \cdot y_4 - P(y_4 - 4);$$

при $y_4 = 4$; $M_4 = 15 \cdot 4 = 60$ кНм

$y_4 = 8$; $M_4 = 15 \cdot 8 - 8 \cdot 4 = 88$ кНм

$$Q_3 = H_B = 15$$
 кН

$$Q_4 = H_B - P = 15 - 8 = 7$$
 кН

$$N_3 = N_4 = -R_B = -2,5$$
 кН

Эпюры внутренних усилий M , Q , N в заданной сложной системе показаны на рис. 6.

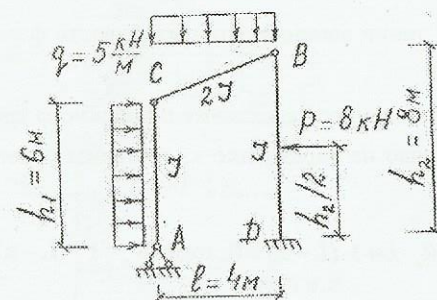


Рис. 3
Расчетная схема

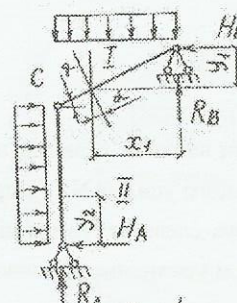


Рис. 4
Второстепенная часть

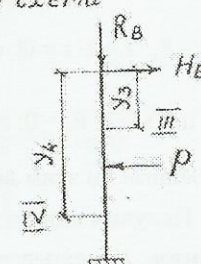


Рис. 5
Главная часть

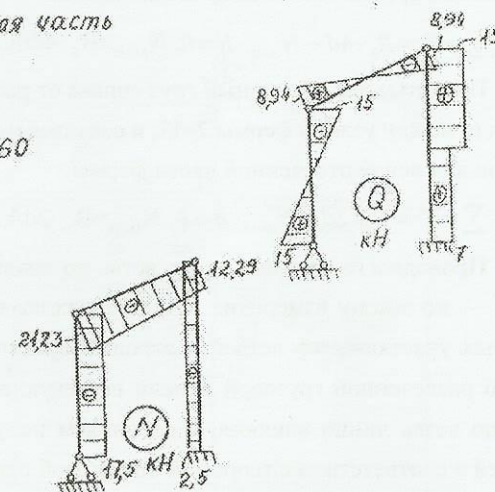
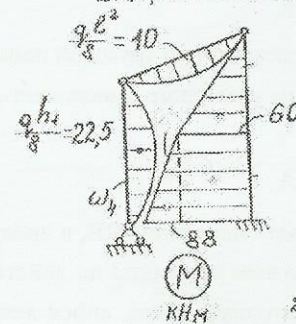


Рис. 6
Эпюры усилий

Пример расчета фермы на подвижную нагрузку

Получим линии влияния опорных реакций фермы, схема которой показана на рис. 7.

Для произвольного положения подвижного груза $P = 1$, удаленного от опоры А вправо на расстояние x , составим уравнения равновесия моментов:

$$\sum m_B = -R_A \cdot L + 1 \cdot (L - x) = 0, \text{ тогда } R_A = 1 \cdot (L - x)/L$$

$$\text{При } x = 0 \quad R_A = 1; \text{ при } x = L \quad R_A = 0$$

$$\sum m_A = -R_B \cdot L + 1 \cdot x = 0, \text{ откуда } R_B = 1 \cdot x/L$$

$$\text{При } x = 0 \quad R_B = 0; \text{ при } x = L \quad R_B = 1.$$

Построенные по этим выражениям линии влияния реакций приведены на рис. 2. Получим линию влияния продольного усилия N_{18-16} , применяя способ моментов. Прокатываем единичный груз слева от грузовой панели 6-7, т. е. между узлами фермы 1-6, и составляем уравнение равновесия моментов для правой отсеченной части фермы:

$$\sum m_7^p = R_B \cdot 4d - N_{16-18} \cdot h = 0, \quad N_{16-18} = R_B \cdot 4d/h.$$

Прокатываем единичный груз справа от рассеченной грузовой панели 6-7, т. е. между узлами фермы 7-11, и составляем уравнение равновесия моментов для левой отсеченной части фермы:

$$\sum m_7^l = R_A \cdot 2d - N_{18-16} \cdot h = 0, \quad N_{16-18} = R_A \cdot 2d/h.$$

Проводим на графике левую ветвь по закону измерения R_B , в правую ветвь — по закону измерения R_A , заштриховываем ординаты на действительных участках этих ветвей и строим передаточную ветвь, снося левый узел 6 рассеченной грузовой панели на левую ветвь, правый узел 7 — на правую ветвь линии влияния, и соединяем полученные ординаты прямой линией в соответствии с теоремой об узловой передаче нагрузки.

Получим линию влияния продольного усилия N_{7-17} , применяя способ проекций. Прокатываем единичный груз слева от рассеченной грузовой па-

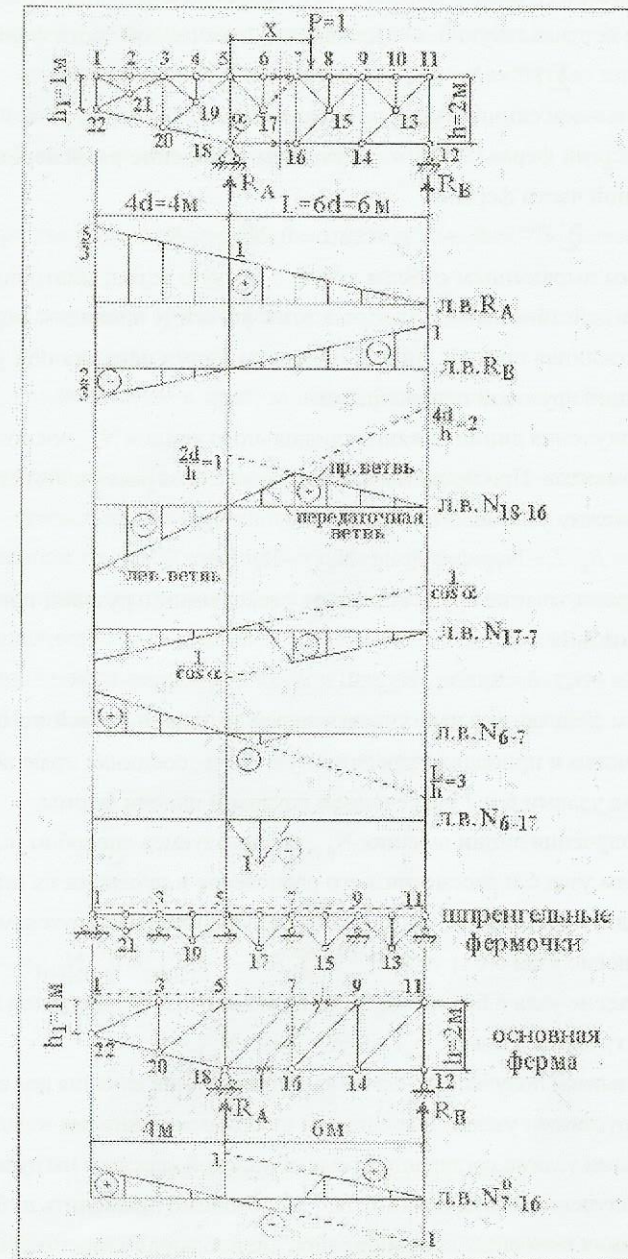


Рис. 7. Линии влияния усилий в ферме

нели 6-7, т. е. между узлами фермы 1-6, и составляем уравнение равновесия проекции на вертикальную ось Y для правой отсеченной части фермы:

$$\sum Y^{np} = R_B - N_{7-17} \cdot \cos \alpha = 0, N_{7-17} = R_B / \cos \alpha.$$

Прокатываем единичный груз справа от рассеченной грузовой панели, т. е. между узлами фермы 7-11, и составляем уравнение равновесия для левой отсеченной части фермы:

$$\sum Y^{so} = R_A + N_{17-7} \cdot \cos \alpha = 0, N_{17-7} = -R_A / \cos \alpha.$$

По этим выражениям строим левую и правую ветви, заштриховываем ординаты на действительных участках этих ветвей и проводим передаточную ветвь, соединяя прямой линией ординаты линии влияния под узлами 6 и 7 рассеченной грузовой панели фермы.

Для получения линии влияния продольного усилия N_{6-7} воспользуемся способом моментов. При прокатывании груза слева от рассеченной грузовой панели, т. е. между узлами 1-6:

$$\sum m_{18}^{np} = R_B \cdot L + N_{7-6} \cdot h = 0, N_{7-6} = -R_B \cdot L/h$$

При прокатывании груза справа от рассеченной грузовой панели, т. е. между узлами 7-11:

$$\sum m_{18}^{so} = -N_{6-7} \cdot h = 0, N_{6-7} = 0$$

Строим действительные участки левой и правой ветвей по полученным выражениям и проводим передаточную ветвь, соединяя прямой линией ординаты под узлами 6 и 7 рассеченной грузовой панели фермы.

Для получения линии влияния N_{6-17} воспользуемся способом вырезания узла. Вырежем узел 6 и рассмотрим его равновесие в проекции на вертикальную ось Y в двух состояниях, так как этот узел принадлежит грузовому поясу.

$$\text{Равновесие узла 6 с грузом } P = 1: \sum Y = -1 - N_{6-17} = 0, N_{6-17} = -1.$$

Равновесие узла 6 без груза, то есть когда груз $P=1$ находится в любом другом узле грузового пояса: $\sum Y = -N_{6-17} = 0, N_{6-17} = 0.$

Откладываем полученные значения ординат линии влияния под соответствующими грузовыми узлами и соединяем их прямыми линиями между соседними грузовыми узлами согласно теореме об узловой передаче нагрузки.

Для получения линии влияния N_{7-16} необходимо применить либо прием комбинирования основных способов, либо специальный шпренгельный способ, учитывая что ферма имеет шпренгельную решетку. Применяя последний

способ, разложим заданную ферму на основную ферму с простой треугольной решеткой и шпренгельные фермочки (рис. 7), тогда $N_{7-16} = N_{7-16}^0 + N_{7-16}^m$

Поскольку искомый стержень отсутствует в составе шпренгельной фермочки, то $N_{7-16}^m = 0$. Следовательно, $N_{7-16} = N_{7-16}^0$. Далее воспользуемся способом проекций для построения линии влияния N_{7-16}^0 в основной ферме.

При движении груза слева, т. е. между узлами 1-7 основной фермы:

$$\sum Y^{np} = R_B + N_{16-7} = 0, N_{16-7} = -R_B$$

При движении груза справа, т. е. между узлами 9-11 основной фермы:

$$\sum Y^{so} = R_A - N_{7-16} = 0, N_{7-16} = R_A.$$

Проводим левую и правую ветви, основываясь на полученных выражениях;

заштриховываем ординаты на действительных участках ветвей и соединяем прямой линией ординаты на левой и правой ветвях под узлами 7 и 9 рассеченной грузовой панели 7-9 основной фермы.

Вычислим экстремальные продольные усилия в стержне 7-16 по его линии влияния. Пусть заданная интенсивность постоянной нагрузки от собственного веса фермы $g=3$ кН/м и система подвижных грузов $P_1=5$ кН и $P_2=6$ кН, удаленных друг от друга на расстояние 1 м. (рис. 8).

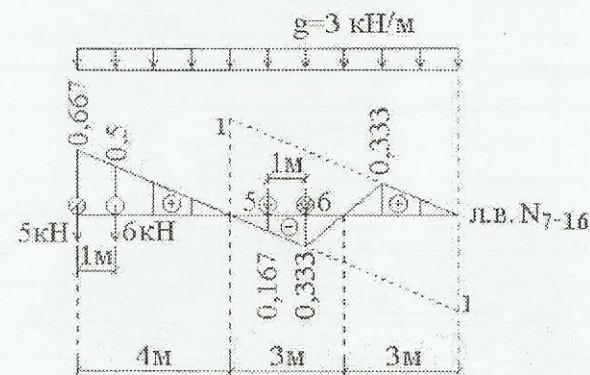


Рис. 8. Вычисление расчетных усилий

Прикатывая тележку в пределах левого треугольного участка линии влияния N_{7-16} с положительными ординатами, найдем критический груз. Им

оказался левый груз, т. к. при положении тележки, показанным на рис. 3, одновременно выполняются два условия:

$$(0+5)/6 > 0/4 \text{ и } 0/(5+6) = 0/4$$

$$\begin{aligned} \text{При этом } \max N_{7-16} &= g \cdot \omega + \Sigma P_i \cdot y_i = \\ &= 3 \cdot (0,667 \cdot 4/2 - 0,333 \cdot 3/2 + 0,333 \cdot 3/2) + 5 \cdot 0,667 + 6 \cdot 0,5 = 10,34 \text{ кН.} \end{aligned}$$

В пределах отрицательного участка линии влияния N 7-16 критическим грузом является правый груз, так как при этом невыгоднейшем положении тележки (рис. 8) одновременно выполняются два неравенства

$$(5+6)/0 > 2/1 \text{ и } 5/(6+0) < 2/1.$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \min N_{7-16} &= g \cdot \omega + \Sigma P_i \cdot y_i = \\ &= 3 \cdot (0,667 \cdot 4/2 - 0,333 \cdot 3/2) - 5 \cdot 0,167 - 6 \cdot 0,333 = 1,7 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Определим вертикальное перемещение крайнего левого консольного узла фермы от действия груза $P = P_1 + P_2 = 5 + 6 = 11 \text{ кН}$, приложенного в том же узле (рис. 9). Продольные жесткости для всех стержней приняты одинаковыми и равными EF .

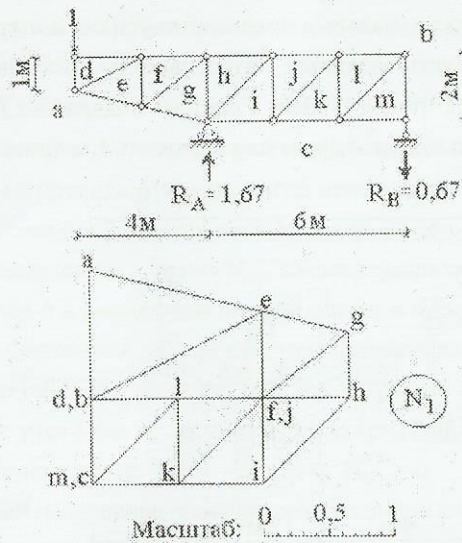


Рис. 9. Диаграмма Кримоны

В начале определим значения опорных реакций от действия единичного безразмерного груза, приложенного в интересующем нас узле. По линиям

влияния опорных реакций (рис. 7) находим из подобия соответствующих треугольников, что $R_A = 5/3 = 1,67$ и $R_B = 2/3 = 0,67$.

Далее строим диаграмму Кримоны N_1 от действия единичного груза, предварительно удалив из фермы нулевые стержни. Построенная диаграмма представлена на рис. 9. Найденные из нее значения продольных усилий N_1 в стержнях записываем в табл. 2, в которой проводим все дальнейшие вычисления.

В результате расчетов, представленных в табл. 2 оказалось, что вертикальное перемещение узла направлено вниз, а его значение $\Delta_{1P} = \sum \frac{N_1 N_P L}{EF} = \frac{575,66}{EF}$ м, причем продольная жесткость EF имеет здесь размерность кН.

Таблица 2

Стержень	N_1	$N_P = N_1 P$, кН	L , м	$N_1 P L$, кНм
b-d	0	0	2	0
b-f	1,33	14,63	2	38,92
b-h	2,00	22,00	2	88,00
b-j	1,33	14,63	2	38,92
b-l	0,67	7,37	2	9,88
a-e	-1,38	-15,18	2	43,99
a-g	-2,07	-22,77	2	98,98
c-i	-1,33	-14,63	2	38,92
c-k	-0,67	-7,37	2	9,88
c-m	0	0	2	0
a-d	-1,00	-11,00	1	11,00
e-f	-0,66	-7,26	1,5	7,19
g-h	-0,49	-5,39	2	8,28
i-j	0,67	7,37	2	9,88
k-l	0,67	7,37	2	9,88
m-b	0,67	7,37	2	9,88
d-e	1,50	16,50	2,2	54,45
f-g	0,83	9,73	2,5	18,95
h-i	-0,94	-10,34	2,8	27,22
j-k	-0,94	-10,34	2,8	27,22
l-m	-0,94	-10,34	2,8	27,22

$$\Sigma = 575,66$$