

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Методические указания к курсовой работе по сопротивлению материалов
для студентов заочной формы обучения специальности
072 100 - Реновация средств материального производства,
120 100 - Технология машиностроения

II часть

Калининград
Издательство ФГОУ ВПО «КГТУ»
2007

УДК 624.04

УТВЕРЖДЕНО

Ректором ФГОУ ВПО «Калининградский
государственный технический
университет»

АВТОРЫ:

- **Бураковский Е.П.**, д.т.н., профессор кафедры строительной механики
корабля и сопротивления материалов

- **Прохнич В.П.**, к.т.н., доцент кафедры строительной механики корабля и
сопротивления материалов

Методические указания к курсовой работе рассмотрены и одобрены кафедрой
строительной механики корабля и сопротивления материалов 5.12.06 г.,
протокол №2 .

РЕЦЕНЗЕНТ – Умбрасас М-Р.А., канд.техн.наук, доцент кафедры строительной
механики корабля и сопротивления материалов ФГОУ ВПО «Калининградский
государственный технический университет»

С ФГОУ ВПО «Калининградский государственный технический
университет», 2007 г.

Оглавление

Введение	4
Литература	
4	
I Методические указания к темам курса	5
Тема 9. Общие методы определения перемещений. Статически неопределимые системы.	5
Тема 10. Сложное сопротивление.	8
Тема 11. Плоские кривые брусья.	9
Тема 12. Устойчивость сжатых стержней.	10
Тема 13. Расчет на действие динамических нагрузок.	12
Тема 14. Сопротивление материалов действию повторно-переменных напряжений.	13
II Примеры расчета	
2.1. Сложное сопротивление. Проверка прочности в общем случае нагружения.	
15	
2.2. Статически неопределимые системы. Расчет неразрезной балки, лежащей на жестких опорах методом трех моментов.	24
2.3. Расчет простых рам методом сил.	29
Приложения	
Приложение 1. Выбор варианта курсовой работы.	37
Приложение 2. Титульный лист.	38
Приложение 3. Таблицы и схемы с данными к курсовой работе.	39
Приложение 4. Табличные данные к расчету.	54

Введение

Методические указания к курсовой работе составлены согласно программы курса сопротивления материалов для студентов заочной формы обучения по специальности 072 100 «Реновация средств материального производства», 120 100 «Технология машиностроения» и являются завершающим этапом изучения курса. Основная цель настоящих МУ оказать помощь студентам при выполнении курсовой работы.

Курсовая работа состоит из двух частей:

- статически определимые системы;
- статически неопределимые системы.

В первую часть входит расчет бруса с пространственно ломанной осью. Вторая часть – расчет статически неопределимых систем методом трех моментов (неразрезные балки) и методом сил (простые рамы).

Для каждой из частей работы дается краткое изложение теоретического материала. Кроме этого в методических указаниях приводится краткий материал по всем темам, изучаемым на третьем курсе.

Прежде чем приступить к выполнению работы необходимо освоить теоретический материал и уметь отвечать на вопросы по темам, приведенным в настоящих МУ.

Литература

1. А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин Сопротивление материалов – М: Высшая школа, 2001.
2. В.И. Феодосьев Сопротивление материалов, М., МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001.
3. В.Н. Сидоров Лекции по сопротивлению материалов и теории упругости. М., 2002.
4. Г.М. Ицкович, Л.С. Минин, А.И. Винокуров Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. – М: Высшая школа, 2001.
5. Сопротивление материалов. Методические указания. Контрольные задания для студентов-заочников механических, машиностроительных и транспортных специальностей высших учебных заведений. М: Высшая школа, 1990.
6. Бураковский Е.П., Прохнич В.П. Расчет прочности элементов конструкций корпуса судна. Методические указания и задания к курсовой работе по дисциплине «Сопротивление материалов» для студентов специальности 180101.65 – Кораблестроение. Калининград, КГТУ, 2006.
7. Бураковский Е.П., Прохнич В.П. Методические указания и контрольные задания по сопротивлению материалов для студентов заочной формы обучения специальности 072 100 «Реновация средств материального производства», 120 100 «Технология машиностроения» I часть, Калининград, КГТУ, 2007.

I. Методические указания к темам курса.

Тема 9. Общие методы определения перемещений. Статически неопределимые системы.

При изучении данной темы необходимо обратить внимание на общие методы определения угловых и линейных перемещений, когда в поперечных сечениях балки возникает в том или ином сочетании несколько внутренних силовых факторов.

Чаще всего определяют перемещения при помощи интеграла Мора, позволяющего находить их для любых сечений упругой системы и в любом направлении.

В общем случае интеграл Мора можно записать:

$$\delta_A = \int_l \frac{N_p N_1}{EF} dx + \int_l \frac{k_y Q_{yp} Q_{y1}}{GF} dx + \int_l \frac{k_z Q_{zp} Q_{z1}}{GF} dx + \int_l \frac{M_{кр.p} M_{кр.1}}{GJ_{кр}} dx + \int_l \frac{M_{yp} M_{y1}}{EJ_y} dx + \int_l \frac{M_{zp} M_{z1}}{EJ_z} dx$$

где k_y и k_z - безразмерные коэффициенты, зависящие от геометрической формы сечения.

В случае, если балка испытывает деформации изгиба и кручения, то первыми тремя членами, как правило пренебрегают, т.к. перемещения от нормальной силы N и поперечных Q_z и Q_y весьма малы по сравнению от перемещений, вызванных такими внутренними силовыми факторами как $M_{кр}$, M_y и M_z . В случае чистого или поперечного изгиба интеграл Мора имеет следующий вид:

$$\delta_A = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{M_{yp} M_{y1}}{EJ_y} dx$$

Для балок с прямолинейной осью, постоянного сечения перемещения целесообразно определять по способу Верещагина (существенно упрощает решение интеграла Мора; отпадает необходимость в составлении аналитических выражений изгибающих моментов по участкам балки и дальнейшее их интегрирование).

В ряде случаев равнодействующие внутренних сил не могут быть определены при помощи уравнений равновесия. Упругие системы, которые не могут быть решены с помощью одних уравнений равновесия, называются статически неопределимыми. Система считается столько раз статически неопределимой, насколько число неизвестных, подлежащих определению, больше числа уравнений равновесия, которые можно составить для этой системы. Если система один или два раза статически неопределима, то для ее решения целесообразно использовать метод сил.

При расчете статически неопределимых плоских упругих систем методом сил необходимо:

1. Определить степень статической неопределимости системы.

2. Преобразовать заданную систему к основной системе (отбросить дополнительные связи).

3. Получить эквивалентную систему (вместо дополнительных связей ввести силовые факторы).

Если запрещено линейное смещение – вводятся силы, если запрещено угловое смещение – вводятся моменты.

4. Составить систему канонических уравнений

$$x_1 \cdot \delta_{11} + x_2 \cdot \delta_{12} + \dots + x_n \cdot \delta_{1n} + \Delta_{1p} = 0$$

$$x_1 \cdot \delta_{21} + x_2 \cdot \delta_{22} + \dots + x_n \cdot \delta_{2n} + \Delta_{2p} = 0$$

$$x_1 \cdot \delta_{n1} + x_2 \cdot \delta_{n2} + \dots + x_n \cdot \delta_{nn} + \Delta_{np} = 0$$

Число уравнений соответствует числу отброшенных связей. Если система один раз статически неопределима то составляется одно каноническое уравнение:

$$x_1 \cdot \delta_{11} + \delta_{1p} = 0,$$

где x_1 – силовой фактор,

δ_{11} и δ_{1p} – перемещения.

Первый индекс при δ показывает направление перемещения, второй индекс – силу, вызвавшую это перемещение.

5. Построить эпюру изгибающих моментов ($M_{изг}$) от единичных сил.

6. Построить эпюру изгибающих моментов ($M_{изг}$) от внешней нагрузки без учета единичных сил.

7. Определить перемещения от единичных сил и перемещения от внешней нагрузки. (способ Верещагина).

δ_{11} – находится перемножением эпюры изгибающих моментов от единичных сил саму на себя;

δ_{1p} – находится перемножением эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки на ординату эпюры изгибающих моментов от единичных сил, находящуюся под центром тяжести первой эпюры.

8. Из системы канонических уравнений определить неизвестные значения x_1 и x_2 и т.д.

9. Получить окончательно эквивалентную систему. (вместо x_1 , x_2 и т.д. подставить их значения)

10. Построить эпюры перерезывающих сил и изгибающих моментов.

При расчетах неразрезных балок, лежащих на жестких опорах широко используют метод трех моментов.

Уравнения трех моментов получены благодаря удачно выбранной системе – вместо промежуточных опор введены шарниры. При составлении системы уравнений необходимо помнить, что углы поворота сечений слева и справа от опор равны между собой. Особое внимание уделить правилу знаков. Углы поворота сечений от внешней нагрузки можно определить известными способами, но проще воспользоваться табличными данными для изгиба однопролетных балок, приведенных в конце настоящих методических указаний.

При расчете в опорных сечениях (промежуточные опоры) вводят шарниры, что позволяет каждому пролету поворачиваться независимо друг от друга и каждый пролет теперь можно рассматривать как отдельную двух опорную свободно опертую балку. Чтобы полученная основная система была эквивалентна заданной в опорных сечениях прикладывают моменты. Из условия, что углы поворота слева и справа от опоры равны между собой и определяют эти моменты.

Уравнений составляют столько, сколько раз система статически неопределима. В каждое уравнение входит не более трех неизвестных, отсюда и название метода.

Вопросы для самопроверки:

- 9.1 Как определяется работа внешних сил (теорема Клайперона)?
- 9.2 Как определяется работа внутренних сил (деформации)?
- 9.3 Какие перемещения можно принять в качестве возможных?
- 9.4. Сформулируйте принцип возможных перемещений.
- 9.5. Приведите теоремы о взаимности работ и перемещений (теоремы Бетти и Максвелла).
- 9.6. В чем заключается метод Мора для определения перемещений в стержневых системах? Напишите соответствующую формулу для общего случая нагружения стержня.
- 9.7. Для каких систем можно использовать способ Верещагина?
- 9.8. По какой формуле определяются перемещения по способу Верещагина?
- 9.9. Как определяется потенциальная энергия деформации в общем случае нагружения бруса?
- 9.10. Сформулируйте теоремы Кастильяно и Лагранжа.
- 9.11. Выведите теорему о минимуме потенциальной энергии.
- 9.12. Какие системы называются статически неопределимыми?
- 9.13. Как определяется степень статической неопределимости системы?
- 9.14. Как производится расчет статически неопределимой системы по методу сил?
- 9.15. Что называется основной и эквивалентной системами при раскрытии статической неопределимости?
- 9.16. Напишите канонические уравнения метода сил.
- 9.17. Какие коэффициенты канонических уравнений называются главными, побочными и как они определяются?
- 9.18. Степень статической неопределимости замкнутого плоского контура.
- 9.19. Как относятся между собой максимальные прогибы балок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, если одна свободно оперта обоими концами, а у другой концы заделаны?
- 9.20. Чему равны реактивные моменты в заделках балки, нагруженной посередине пролета моментом?

9.21. Чему равен результат перемножения симметричной и кососимметричной эпюр. Докажите это равенство.

9.22. В каких случаях и почему целесообразно использовать свойства симметрии?

9.23. Какие балки называются неразрезными?

9.24. В чем состоит метод раскрытия статической неопределимости с использованием уравнения трех моментов?

9.25. Как определяются перемещения в статически неопределимых системах?

9.26. Как осуществляется контроль правильности решения статически неопределимых систем?

Тема 10. Сложное сопротивление.

Литература ([3] гл.8)

Как правило, изучение сложного сопротивления начинают с косоугольного изгиба. Косой изгиб опасен для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции (тавр, двутавр и т.д.). Такие балки хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости. При небольших же углах наклона плоскости внешних сил к плоскости наибольшей жесткости в них возникают значительные дополнительные напряжения и деформации. Нейтральная ось при косом изгибе не перпендикулярна плоскости внешних сил, а плоскость в которой располагаются прогибы не совпадают с плоскостью внешних сил.

Косой изгиб невозможен для балок круглого сечения, т.к. все центральные оси такого сечения являются главными и нейтральный слой всегда перпендикулярен плоскости внешних сил. Для квадратного сечения он также невозможен, но решение вопроса прочности в этом случае зависит от положения плоскости внешних сил, т.к. моменты сопротивления квадрата неодинаковы относительно различных центральных осей, несмотря на то, что моменты инерции относительно всех центральных осей равны между собой. Если внешние силы расположены в диагональной плоскости, то расчетные напряжения в балке квадратного сечения будут больше, чем в случае, когда плоскость внешних сил параллельна граням балки.

Особое внимание необходимо обратить на внецентренное растяжение-сжатие. В этом случае при определении напряжений необходимо знать положение главных центральных осей, от которых отсчитывается расстояние точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения. Особенно опасными для стержней из хрупких материалов являются случаи, когда внецентренное сжатие вызывает в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. Необходимо уметь примерно устанавливать положение нейтральной линии при различных положениях продольной силы помня, что если точка приложения силы находится внутри ядра, то нейтральная линия проходит вне поперечного сечения и наоборот.

В общем случае сложного сопротивления, когда стержень испытывает одновременно растяжение(сжатие), изгиб в двух плоскостях и кручение, напряжение зависит от всех внутренних силовых факторов $M_{кр}$, M_y , M_z , N , Q_y , Q_z , которые вычисляются общеизвестными способами.

Вопросы для самопроверки:

10.1 Что такое сложное сопротивление?

10.2. В каком случае изгиб называется косым? Какой изгиб называется сложным?

10.3. Может ли балка круглого поперечного сечения испытывать косой изгиб?

10.4. Как определяются нормальные напряжения в любой точке поперечного сечения при сложном изгибе?

10.5. Выведите формулу для определения положения нейтральной линии при косом изгибе.

10.6. Как определяется полный прогиб сечения балки в случае косоугольного изгиба?

10.7. Запишите условие прочности для прямого бруса в случае сложного изгиба с растяжением (сжатием).

10.8. Приведите формулы для определения нормальных напряжений в поперечном сечении стержня при внецентренном растяжении (сжатии).

10.9. Как определяется положение нейтральной оси при внецентренном растяжении или сжатии? Выведите соответствующие формулы.

10.10. Что такое ядро сечения?

10.11. Порядок построения ядра сечения.

10.12. Какое напряженное состояние возникает в точках поперечного сечения стержня при изгибе с кручением?

10.13. Как записывается по различным гипотезам прочности приведенный момент при изгибе с кручением стержня круглого сечения? Выведите соответствующие формулы.

10.14. В чем отличие расчета на прочность круглого и прямоугольного сечений при изгибе с растяжением (сжатием)?

Тема 11. Плоские кривые брусья.

Литература ([1] гл.6)

При деформации плоских кривых брусьев в их поперечных сечениях возникают нормальные напряжения, распределенные по более сложному закону, чем для прямолинейных брусьев. Вместо линейного закона получаем гиперболический закон распределения нормальных напряжений в поперечном сечении. Главная особенность криволинейных стержней состоит в том, что длины продольных волокон различны по высоте сечения. Поэтому форма эпюры абсолютных удлинений не совпадает с эпюрой относительных удлинений. При изгибе кривого стержня нейтральная ось не совпадает с

центром тяжести поперечного сечения. Она всегда смещается по направлению к центру кривизны.

При $8 < \frac{R}{h} < \infty$ стержни относят к брусам малой кривизны, в которых нормальные напряжения можно определять как в прямых брусках.

При $0 < \frac{R}{h} < 8$ кривые стержни относят к брусам большой кривизны, которые обязательно рассчитываются по формулам для кривого бруса.

Вопросы для самопроверки:

11.1. Приведите практические примеры брусков с криволинейной осью.

11.2. По какому признаку различаются стержни малой и большой кривизны?

11.3. Выведите формулу для определения нормальных напряжений при чистом изгибе стержня большой кривизны.

11.4. Как распределяются эти напряжения в поперечном сечении стержня?

11.5. По какой формуле определяется положение нейтральной линии стержня большой кривизны с прямоугольным поперечным сечением? Выведите эту формулу.

11.6. Запишите условия прочности для стержней малой и большой кривизны в случае действия в опасном сечении изгибающего момента и осевой силы.

11.7. Напишите общую формулу для определения перемещений бруса большой кривизны.

Тема 12. Устойчивость сжатых стержней.

Литература ([1] гл.15; [2] гл.13; [3] гл.11)

При изучении данной темы необходимо обратить особое внимание на то, что потеря устойчивости стержня может наступить при напряжениях, значительно меньших предела прочности материала. Эти напряжения называют критическими. Для длинного тонкого сжатого стержня величина критической силы $F_{кр}$ определяется по формуле Эйлера: $F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{l^2}$, где J_{min} – наименьший момент инерции стержня. Формула справедлива пока критические напряжения $\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A}$, где A – площадь поперечного сечения стержня, не превысят предела пропорциональности материала стержня.

Формула Эйлера получена для шарнирно опертого стержня. При различных способах закрепления концов стержня критическая сила определяется по обобщенной формуле:

$F_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu \cdot l)^2}$, где μ – коэффициент приведенной длины стержня.

$\mu \cdot l = l_0$ – приведенная или свободная длина стержня (условная длина шарнирно опертого по концам стержня). Например для заземленного по концам стержня $l_0 = 0,5l$

Обратите внимание на то, что критическая сила не зависит от характеристик прочности материала.

Для стержней средней длины используют формулу Ясинского: $\sigma_{кр} = a - b\lambda$, где a, b – коэффициенты, зависящие от свойств материала, а λ – гибкость стержня.

$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}}$, где i_{min} – минимальный радиус поперечного сечения стержня

Последовательность расчета стержня на устойчивость:

- определяется гибкость стержня λ
- полученная λ сопоставляется с предельной гибкостью – $\lambda_{пред}$, где

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}}, \sigma_n – \text{предел пропорциональности материала стержня.}$$

Если $\lambda > \lambda_{пред}$ используют формулу Эйлера,
если $\lambda < \lambda_{пред}$ то – формулу Ясинского.

Вопросы для самопроверки:

12.1. В чем заключается явление продольного изгиба?

12.2. Какой вид упругого равновесия называется устойчивым, неустойчивым, безразличным?

12.3. Чем характеризуется явление потери устойчивости сжатого стержня?

12.4. Какая нагрузка называется критической?

12.5. Какое исходное уравнение теории изгиба используется для определения критической силы?

12.6. Выведите формулу Эйлера, определяющую величину критической силы.

12.7. Как влияет жесткость поперечного сечения, длина стержня и условия его закрепления на критическую силу?

12.8. Чему равен коэффициент приведенной длины для различных условий закрепления концов сжатого стержня?

12.9. Что называется гибкостью стержня? Какова ее размерность?

12.10. Как определяется предельная гибкость стержня? Для чего необходимо знать ее значение?

12.11. Какой вид имеет график зависимости критических напряжений от гибкости для стальных стержней?

12.12. Напишите формулу Ясинского для определения критических напряжений?

12.13. Как рассчитываются на устойчивость сжатие стержня малой гибкости?

- 12.14. Запишите условие устойчивости сжатого стержня.
- 12.15. Какие значения коэффициента запаса устойчивости выбирают для стали, чугуна, дерева?
- 12.16. В чем заключаются проверочный и проектировочный расчеты сжатых стержней?
- 12.17. Что называется продольно-поперечным изгибом?
- 12.18. Допускается ли использование принципа независимости действия сил при продольно-поперечном изгибе?
- 12.19. Выведите формулу для определения прогиба посередине пролета балки при совместном действии продольной и поперечной нагрузки.
- 12.20. Относительно какой оси поперечного сечения следует брать момент инерции при вычислении эйлеровой силы?
- 12.21. В чем разница в понятиях «эйлерова сила» и критическая сила, вычисляемая по формуле Эйлера?
- 12.22. Как определяются наибольшие нормальные напряжения в поперечном сечении балки при продольно-поперечном изгибе?

Теме 13. Расчет на действие динамических нагрузок.

Литература ([1] гл.17; [3] гл.12)

Расчет конструкций с учетом сил инерции и возникающего движения масс системы называют динамическим расчетом. Усилия, возникающие в движущемся теле, определяют по принципу Даламбера: если движущееся тело в какой-то промежуток времени представить находящимся в покое и помимо сил, производящих движение приложить к нему силы инерции, то в покоящемся теле возникнут такие же внутренние силы, напряжения и деформации, какие и во время его движения. Обратите внимание на динамический коэффициент при постоянном ускорении – это отношение динамического значения некоторого фактора (усилия, напряжения, перемещения) к соответствующему статическому значению этого фактора. В инженерной практике часто используют динамический коэффициент, когда в расчетах определение внутренних усилий ведут от условных статических нагрузений, а затем найденное усилие умножают на динамический коэффициент. Особое внимание уделяется ударным нагрузкам. Удар – это взаимодействие тел, при котором за очень малый промежуток времени скачкообразно возникают конечные изменения скорости этих тел. В случае удара напряжения и деформации будут существенно большими тех, которые возникли бы в той же системе при статическом нагружении. Напряжения и перемещения в ударяемой системе достигают максимальных в момент наибольшей деформации системы, а это позволяет применить приближенный энергетический метод расчета, рассматривая при этом удар как неупругий.

Вопросы для самопроверки:

13.1. Приведите примеры статического и динамического действия нагрузок.

13.2. Как определяется интенсивность погонной инерционной нагрузки?

13.3. Как определить напряжения в тонком кольце, вращающемся относительно центральной оси, перпендикулярной его плоскости?

13.4. Какое явление называется ударом?

13.5. Что называется коэффициентом динамичности при ударе?

13.6. Какие гипотезы положены в основу элементарной теории удара в курсе сопротивления материалов?

13.7. Выведите формулу для определения коэффициента динамичности в случае пренебрежения массой системы, подвергающейся удару.

13.8. Чем обусловлены пределы применимости приближенной теории расчета на удар?

13.9. От чего зависит величина динамических напряжений в поперечном сечении стержня при продольном ударе?

13.10. Что представляет собой «внезапное действие нагрузки» и чему равен коэффициент динамичности в этом случае?

13.11. Какими путями можно понизить напряжения при ударе?

13.12. Как учитывается в выражении динамического коэффициента масса упругой системы, подвергшейся удару? Выведите соответствующую формулу.

13.13. Как определяются напряжения и перемещения при скручивающем ударе?

13.14. Как определяются перемещения и напряжения в случае изгибающего удара?

13.15. Дайте определения ударной вязкости материала.

13.16. Какие свойства характеризует величина ударной вязкости материала? Как она определяется?

Тема 14. Сопротивление материалов действию повторно-переменных напряжений.

Литература ([1] гл.19; [2] гл.13; [3] гл.13)

Процесс постепенного накопления повреждений в материале под действием переменных напряжений, приводящих к образованию трещины и разрушению, называют усталостью материала. Свойство материала противостоять усталости называется выносливостью. Основной характеристикой выносливости материала является кривая усталости (кривая усталости получается экспериментальным путем).

Обратите внимание на предел выносливости материала – одна из основных величин, определяемых по кривым усталости.

Необходимо разобраться с факторами, влияющими на усталостную прочность. Особое внимание уделите влиянию состояния поверхности материала и коэффициентам концентрации.

Вопросы для самопроверки:

- 14.1. Что называется выносливостью материала?
- 14.2. Как определяются среднее напряжение цикла, амплитуда, размах, коэффициент асимметрии цикла?
- 14.3. Выведите характерные циклы нагружения.
- 14.4. Какие циклы называются подобными?
- 14.5. Что называется пределом усталости?
- 14.6. В каких координатах и как производится построение кривой усталости?
- 14.7. Что такое база испытаний?
- 14.8. В каких координатах строятся диаграммы предельных напряжений?
- 14.9. Как учитывается влияние различных конструктивно-технологических факторов на предел выносливости? Выведите основные коэффициенты и дайте их определение.
- 14.10. Как производится расчет на прочность при повторно-переменном напряжениях?
- 14.11. Выведите формулу для определения запаса прочности при сложном напряженном состоянии.

II. Примеры расчета

2.1. Сложное сопротивление.

Проверка прочности в общем случае нагружения.

Для бруса с ломанной пространственной осью, представленного на рис. 2.1 необходимо:

- построить эпюры внутренних силовых факторов;
- построить эпюры распределения напряжений для опасных сечений двух участков бруса (один участок с прямоугольным сечением, второй на выбор – сплошное круглое сечение, либо с отверстием)
- проверить прочность на этих участках.

Дано:

$P_1=20\text{кН}$, $P_2=10\text{кН}$, $P_3=30\text{кН}$, $P_4=40\text{кН}$, $a=0,7\text{м}$, $b=0,5\text{м}$, $c=0,6\text{м}$, $[G]=160\text{МПа}$.

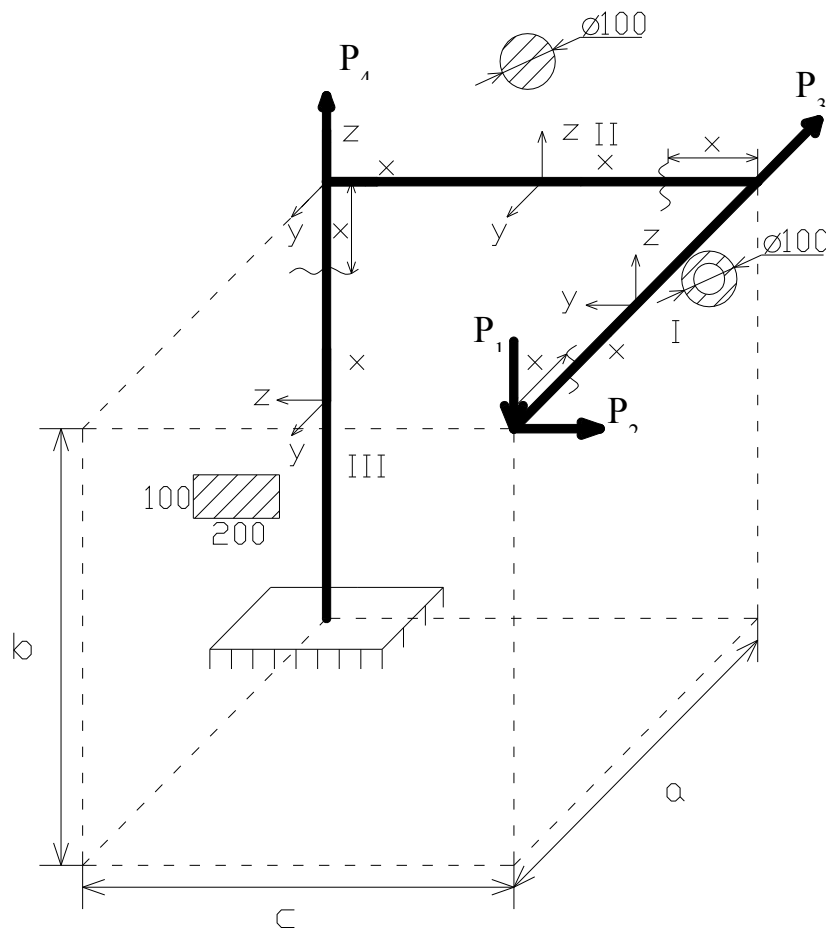


Рис. 2.1

2.1.1. Построение эпюр внутренних силовых факторов.

Нормальная сила N

$$N_1=0$$

$$N_2=P_2=10\text{кН}$$

$$N_3=-P_1+P_4=-20+40=20\text{кН}$$

Крутящий момент $M_{кр}$

$$M_{крI}=0$$

$$M_{крII}=-P_1 \cdot a = -20 \cdot 0,7 = -14(\text{кН} \cdot \text{м})$$

$$M_{крIII}=-P_2 \cdot a - P_3 \cdot c = -10 \cdot 0,7 - 30 \cdot 0,6 = -7 - 18 = -25\text{кНм}$$

Перерезывающая сила Q_z

$$Q_{zI}=P_1=20\text{кН}$$

$$Q_{zII}=P_1=20\text{кН}$$

$$Q_{zIII}=P_2=10\text{кН}$$

Перерезывающая сила Q_y

$$Q_{yI}=-P_2=-10\text{кН}$$

$$Q_{yII}=-P_3=-30\text{кН}$$

$$Q_{yIII}=-P_3=-30\text{кН}$$

Изгибающий момент M_y

$$M_{yI}=-P_1 \cdot x = -20 \cdot 0,7 = -14\text{кНм} \Big|_{x=a}$$

$$M_{yII}=-P_1 \cdot x = -20 \cdot 0,6 = -12\text{кНм} \Big|_{x=c}$$

$$M_{yIII}=-P_1 \cdot x - P_2 \cdot x = -20 \cdot 0,6 = -12\text{кНм} \Big|_{x=0}$$
$$-17\text{кНм} \Big|_{x=b}$$

Изгибающий момент M_z

$$M_{zI}=-P_2 \cdot x = -10 \cdot x = -10 \cdot 0,7 = -7\text{кНм}$$

$$M_{zII}=-P_2 \cdot a - P_3 \cdot x = -10 \cdot 0,7 - 30 \cdot x = -25\text{кНм} \Big|_{x=0,6}$$

$$M_{zIII}=P_1 \cdot a - P_3 \cdot x = 20 \cdot 0,7 - 30 \cdot x = -1\text{кНм}$$

$$14\text{кНм} \Big|_{x=0}$$

Эпюры внутренних силовых факторов представлены на рис. 2.2 - 2.7.

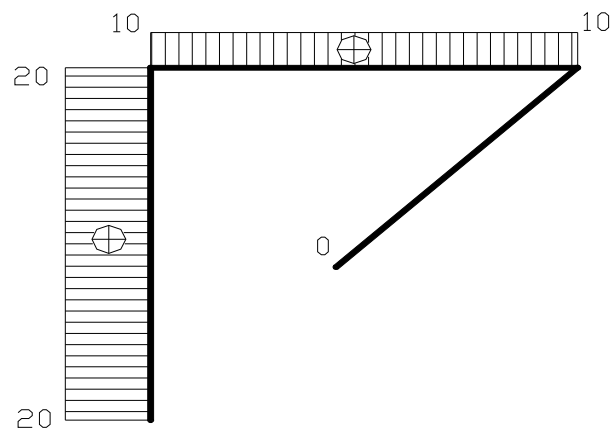


Рис. 2.2. Эпюра N, кН

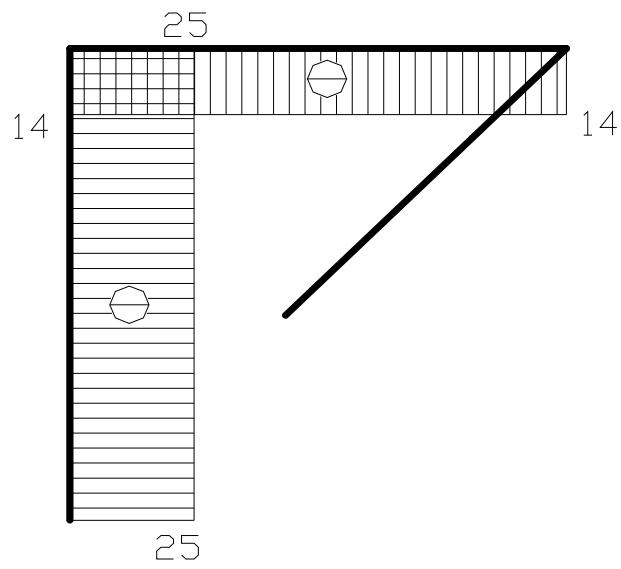


Рис. 2.3. Эпюра $M_{кр}$, кНм

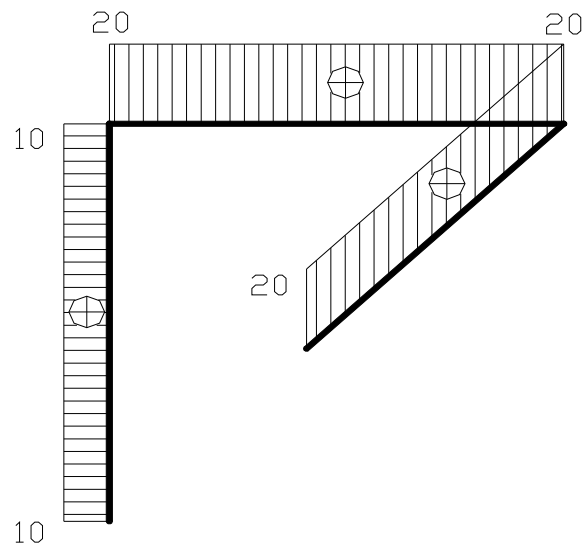


Рис. 2.4. Эпюра Q_z , кН

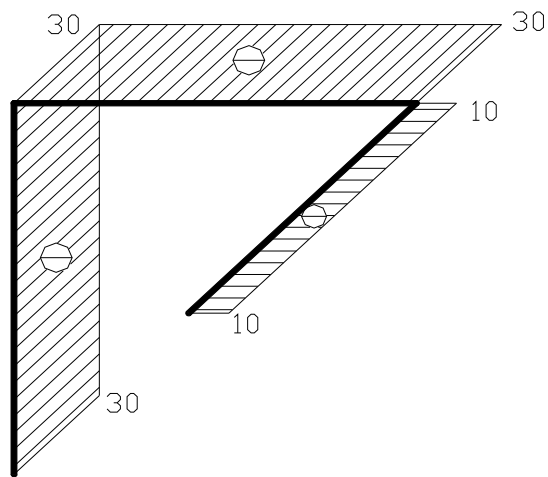


Рис. 2.5. Эпюра Q_y , кН

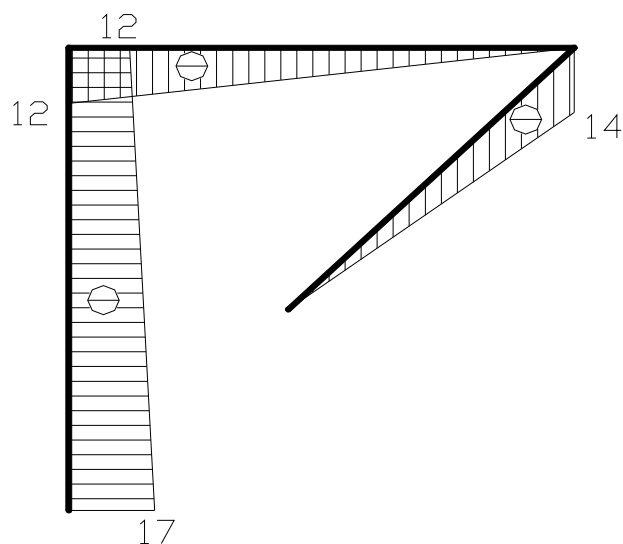


Рис. 2.6. Эпюра M_y , кНм

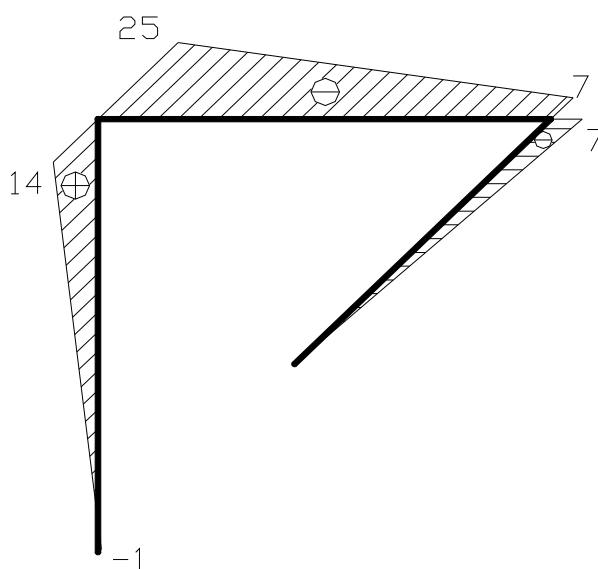


Рис. 2.7. Эпюра M_z , кНм

2.1.2. Проверим прочность бруса на II участке. Брус круглого сечения $d=100\text{мм}$

Брус круглого сечения испытывает следующие виды деформаций:

- прямой поперечный изгиб
- кручение
- центральное растяжение (сжатие)

Косой изгиб бруса круглого сечения невозможен, т.к. моменты инерции сечения относительно главных осей равны между собой.

Находим опасное сечение.

Опасным является сечение на границе с III участком, где изгибающие моменты наибольшие.

Воссоздадим направление внутренних силовых факторов на II участке бруса (рис. 2.8)

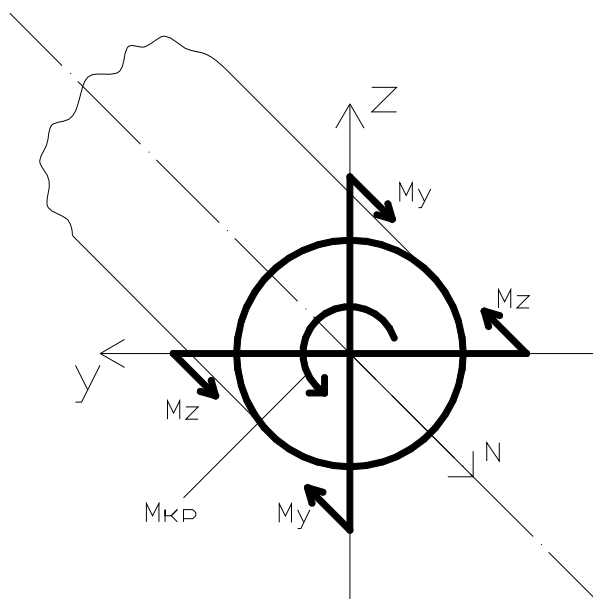


Рис. 2.8 Направление внутренних силовых факторов на II участке бруса.

$$N_{II}=10\text{кН}, M_{крII}=-14\text{кН}\cdot\text{м}, M_{zII}=-25\text{кН}\cdot\text{м}, M_{yII}=-12\text{кН}\cdot\text{м}, Q_{zII}=20\text{кН}, Q_{yII}=-30\text{кН}$$

В брусках круглого сечения, как правило, длина во много раз больше диаметра, величины наибольших касательных напряжений от поперечной нагрузки ничтожно малы и при расчете прочности брусков на совместное действие изгиба и кручения не учитываются.

Для отыскания опасной точки сечения необходимо построить эпюры распределения напряжений по сечению от каждого из составляющих простых видов нагружения.

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W}, \text{ где } M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \quad W = 0,1d^3$$

$$\sigma_{\max M} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{0,1d^3} = \frac{\sqrt{12^2 + 25^2} \cdot 10^3}{0,1 \cdot 0,1^3} = \frac{27,732 \cdot 10^3}{0,0001} = 277,32 \text{ МПа}$$

$$\sigma_N = \frac{N}{F} = \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 4}{3,14 \cdot 0,1^2} = 1,27 \cdot 10^6 = 1,27 \text{ МПа}, \text{ где } F = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\tau_{\max M_{кр}} = \frac{M_{кр}}{W_\rho} = \frac{14 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 0,1^3} = 70 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70 \text{ МПа}$$

$$W_\rho = 0,2d^3$$

$$\sigma_{\text{эк max}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma_A^2 + 4\tau_A^2} = \sqrt{278,6^2 + 4 \cdot 70^2} > 160 \text{ МПа} = [\sigma]$$

Эпюры распределения напряжений на II участке бруса представлены на рис. 2.9.

Прочность бруса на II участке не обеспечена.

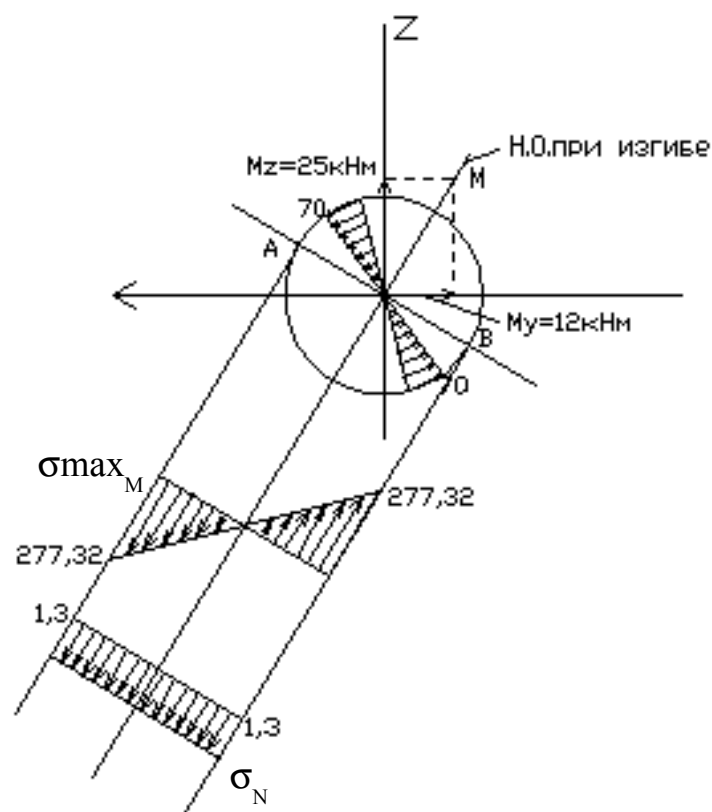


Рис. 2.9 Эпюры распределения нормальных и касательных напряжений на II участке бруса.

2.1.3. Проверим прочность на III участке. Брус прямоугольного сечения.

Опасным является сечение на границе со вторым участком, т.к. там изгибающий момент M_z действующий в плоскости наименьшей жесткости максимален.

Воссоздадим направление внутренних силовых факторов на III участке бруса (рис. 2.10).

Перерезывающая сила Q в сечении направлена как главный вектор внешних сил на отсеченной (отброшенной) части.

$$\begin{array}{lll}
 N=20\text{кН} & Q_z=10\text{кН} & M_y=12\text{кНм} \\
 M_{кр}=-25\text{кН}\cdot\text{м} & Q_y=-30\text{кН} & M_z=14\text{кНм}
 \end{array}$$

Для отыскания опасной точки построим эпюры распределения по сечению нормальных напряжений и эпюры распределения по сторонам контура сечения касательных напряжений от каждого из составляющих простых видов нагружения:

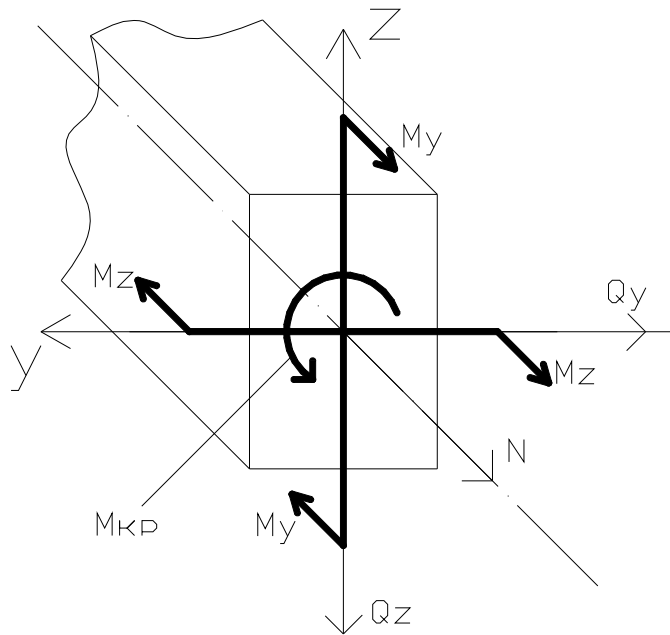


Рис. 2.10. Направление внутренних силовых факторов на III участке бруса.

N – осевое растяжение

$M_{кр}$ – крутящий момент

M_z и Q_y – плоский изгиб

M_y и Q_z – плоский изгиб

Нормальные напряжения

$$\sigma_N = \frac{N}{F} = \frac{20 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 0,2} = 1 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\max M_y} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 6}{0,1 \cdot 0,2^2} = 18 \cdot 10^6 \text{ Па} = 18 \text{ МПа}, \text{ где}$$

$$W_y = \frac{bh^2}{6}$$

$$\sigma_{\max M_z} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{14 \cdot 10^3 \cdot 6}{0,2 \cdot 0,1^2} = 42 \cdot 10^6 \text{ Па} = 42 \text{ МПа}$$

$$W_z = \frac{hb^2}{6}$$

Эпюры распределения нормальных напряжений на III участке представлены на рис. 2.11.

По этим эпюрам можно отыскать нормальные напряжения в любой точке сечения как алгебраическую сумму σ_{M_y} и σ_{M_z}

2.1.4. Определение касательных напряжений

От кручения вдоль длинной стороны

$$\sigma_{\max M_{кр}} = \frac{M_{кр}}{W_k} = \frac{M_{кр}}{\beta \cdot e^3} = \frac{25 \cdot 10^3}{0,493 \cdot 0,1^3} = 50,7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 50,7 \text{ МПа} \quad \beta = 0,493[1]$$

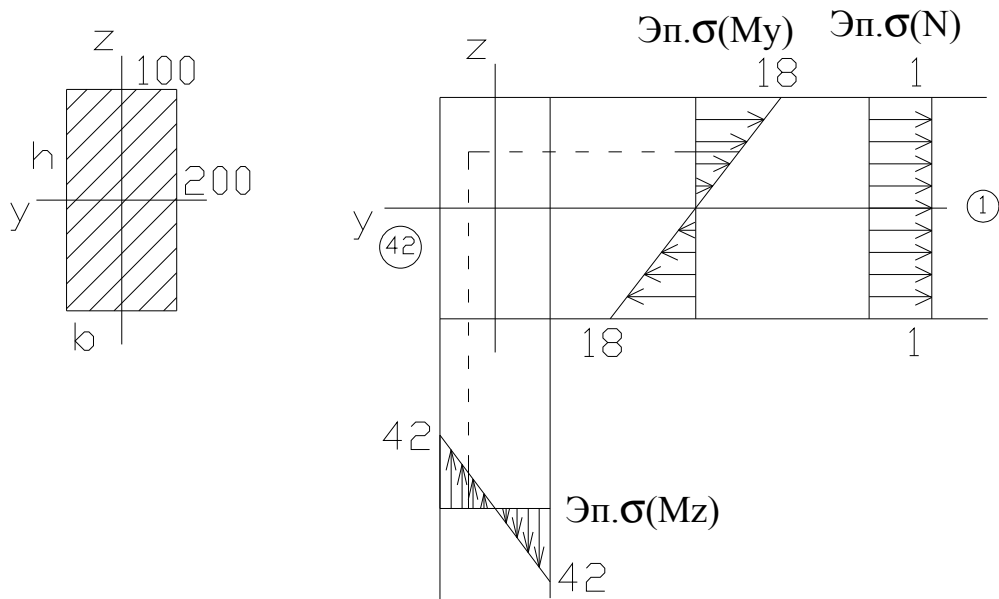


Рис. 2.11. Эпюры распределения нормальных напряжений на III участке бруса.

От кручения вдоль короткой стороны

$$\tau'_{\max M_{кр}} = \gamma \cdot \tau_{\max M_{кр}} = 0,795 \cdot 50,7 = 40,3 \text{ МПа}$$

$$\gamma = 0,795[1]$$

Касательные напряжения от изгиба

$$\tau_{\max Q_z} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_z}{F} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 0,2} = 0,75 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,75 \text{ МПа}$$

$$\tau_{\max Q_y} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_y}{F} = \frac{3}{2} \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 0,2} = 2,25 \cdot 10^6 \text{ Па} = 2,25 \text{ МПа}$$

В точках каждой стороны напряжения зависят от двух внутренних силовых факторов. Чтобы знать одного они направления или разных введем правило знаков. Будем считать положительной интенсивность касательных сил, стремящихся повернуть сечение вокруг центра тяжести по часовой стрелке.

Во всех точках сечения касательные напряжения от изгиба параллельны вектору поперечной силы и направлены как поперечная сила.

От $M_{кр}$ знаки для всех сторон одинаковы

От Q – разные.

Эпюры распределения касательных напряжений на III участке представлены на рис. 2.12.

2.1.5. Определение опасной точки сечения.

Общий случай – среди опасных точек могут быть: одна угловая и точки в серединах сторон.

Опасной является точка А

$$\sigma_{\text{экв max}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma_A^2 + 4\tau_A^2} = \sqrt{41^2 + 4 \cdot 51,45^2} = 110,76 \text{ МПа} < [\sigma]$$

Прочность бруса на III участке обеспечена.

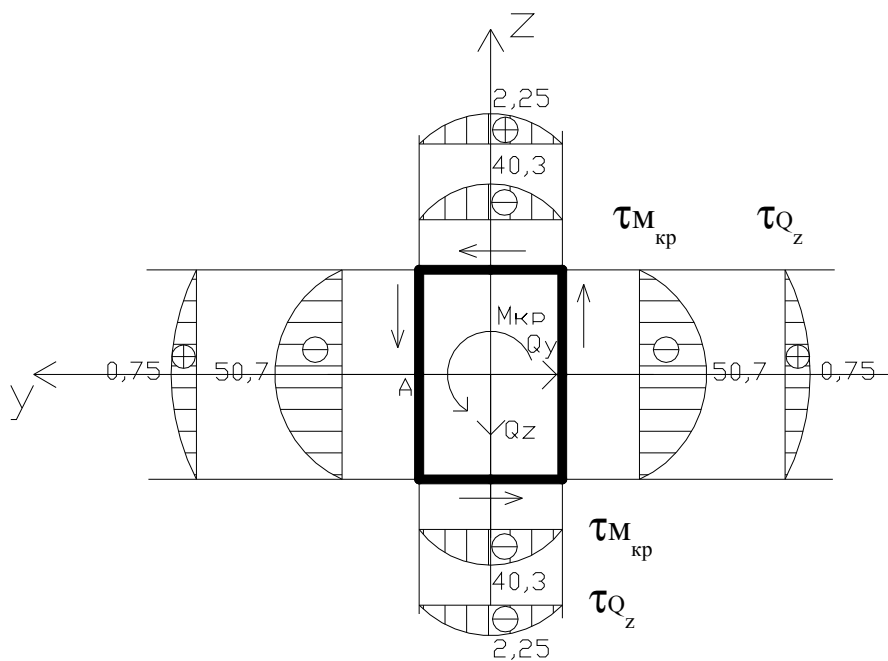


Рис. 2.12. Распределение касательных напряжений на III участке бруса.

2.2. Статически неопределимые системы. Расчет неразрезной балки методом трех моментов

Для балки, представленной на рис.2.13 необходимо:

- методом трех моментов раскрыть статическую неопределимость
- построить эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил.

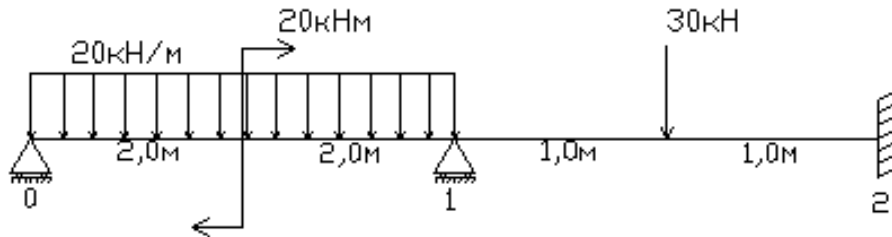


Рис.2.13. Заданная система.

Дано: $l_{01}=4$ м; $l_{12}=2,0$ м;
 $P=30$ кН; $m=20$ кНм; $q=20$ кН/м;
 $EJ_{10}=EJ_{12}=EJ$

Решение:

2.2.1. В опорах 1 и 2 вводим шарниры, прикладываем неизвестные моменты M_1 и M_2 и загружаем балку внешней нагрузкой. Получили систему, эквивалентную заданной (рис. 2.14)

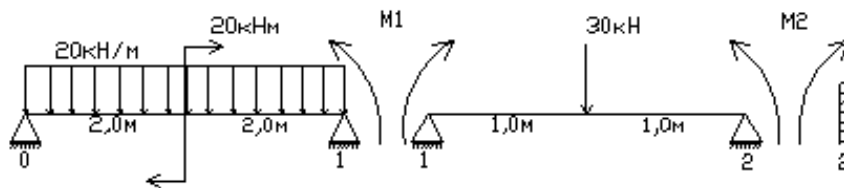


Рис.2.14. Эквивалентная система.

2.2.2. Составим условия совместности деформаций смежных пролетов.

Угол поворота поперечного сечения на опоре слева, равен углу поворота поперечного сечения справа. Угол поворота на опорах представляет из себя сумму углов поворота от неизвестных моментов и углов поворота от внешней нагрузки.

Углы поворота от внешней нагрузки можно определить известными способами либо воспользоваться справочными данными (приложение 4) настоящих МУ.

$$\alpha_{10}(M_1) = -\frac{M_1 l_{10}}{3EJ} = -\frac{4M_1}{3}$$

$$\alpha_{10}(q) = -\frac{ql^3}{24EJ} = -\frac{20 \cdot 4^3}{24} = -53,33$$

$$\alpha_{10}(m) = -\frac{ml}{6EJ} \left(1 - 3\frac{a^2}{l^2}\right) = -\frac{20 \cdot 4}{6} \left(1 - 3\frac{2^2}{4^2}\right) = -3,33$$

$$\alpha_{12}(M_1) = \frac{M_1 l_{12}}{3EJ} = \frac{2M_1}{3}$$

$$\alpha_{12}(P) = \frac{Pl^2}{16EJ} = -\frac{30 \cdot 2^2}{16} = 7,5$$

$$\alpha_{12}(M_2) = \frac{M_2 l_{12}}{6EJ} = \frac{M_2}{3}$$

$$\alpha_{21}(M_1) = -\frac{M_1 l_{12}}{6EJ} = -\frac{M_1}{3}$$

$$\alpha_{21}(M_2) = -\frac{M_2 l_{12}}{3EJ} = -\frac{2M_2}{3}$$

$$\alpha_{21}(P) = -\frac{Pl^2}{16EJ} = -\frac{30 \cdot 2^2}{16} = -7,5$$

Уравнения совместности деформаций:

$$\begin{cases} -\frac{4M_1}{3} - 53,33 - 3,33 = \frac{2M_1}{3} + 7,5 + \frac{M_2}{3} \\ -\frac{M_1}{3} - \frac{2M_2}{3} - 7,5 = 0 \end{cases}$$

$$M_1 = -32,95 (\text{кНм}) \quad M_2 = 5,23 (\text{кНм})$$

Подставим полученные значения опорных моментов в оба уравнения системы, получим:

$$\begin{cases} 43,93 - 53,33 - 3,33 = -21,97 + 7,5 + 1,74 \\ 10,98 - 3,49 - 7,5 = 0 \\ -12,73 = -12,73 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

Проверка сошлась, значит опорные моменты определены верно.

По полученным данным строим эпюру изгибающих моментов от опорных моментов (рис. 2.15а).

2.2.3. Построение эпюр изгибающих моментов от внешней нагрузки.

Используя справочные данные (приложение 4) настоящих МУ, строим эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки.

Каждый пролет рассматриваем как отдельную свободно опертую однопролетную балку.

$$M(q) = \frac{ql^2}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right); \quad M(q)_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{20 \cdot 4^2}{8} = 40(\kappa Hm)$$

$$M(m) = -\frac{m \cdot x}{l}; \quad M_{\max|x=2m} = -\frac{20 \cdot 2}{4} = -10(\kappa Hm)$$

$$M(p) = \frac{p \cdot x}{2}; \quad M(p)_{\max|x=1m} = \frac{30 \cdot 1}{2} = 15(\kappa Hm)$$

Эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки приведены на рис. 2.15б.

2.2.4. Построение суммарной эпюры изгибающих моментов.

Построение суммарной эпюры изгибающих моментов осуществляем путем суммирования эпюр изгибающих моментов от внешней нагрузки и эпюры изгибающих моментов от опорных моментов.

$$M^I(q)|_{x=1,34m} = \frac{ql^2}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right) = \frac{20 \cdot 4^2}{2} \left(\frac{1,34}{4,0} - \frac{1,34^2}{4,0^2} \right) = 35,68(\kappa Hm)$$

$$M^I(m)|_{x=1,34m} = -\frac{m \cdot x}{l} = -\frac{20 \cdot 1,34}{4,0} = -6,7(\kappa Hm)$$

$$M^I(M_{OP})|_{x=1,34m} = -11,04(\kappa Hm)$$

$$\sum M^I|_{x=1,34} = 35,68 - 6,7 - 11,04 = 17,94(\kappa Hm)$$

$$M^I|_{x=2m} = 40 - 16,48 - 10 = 13,52(\kappa Hm)$$

$$M^{II}|_{x=1m} = 15 - 13,9 = 1,1(\kappa Hm)$$

Суммарная эпюра изгибающих моментов приведена на рис. 2.15в.

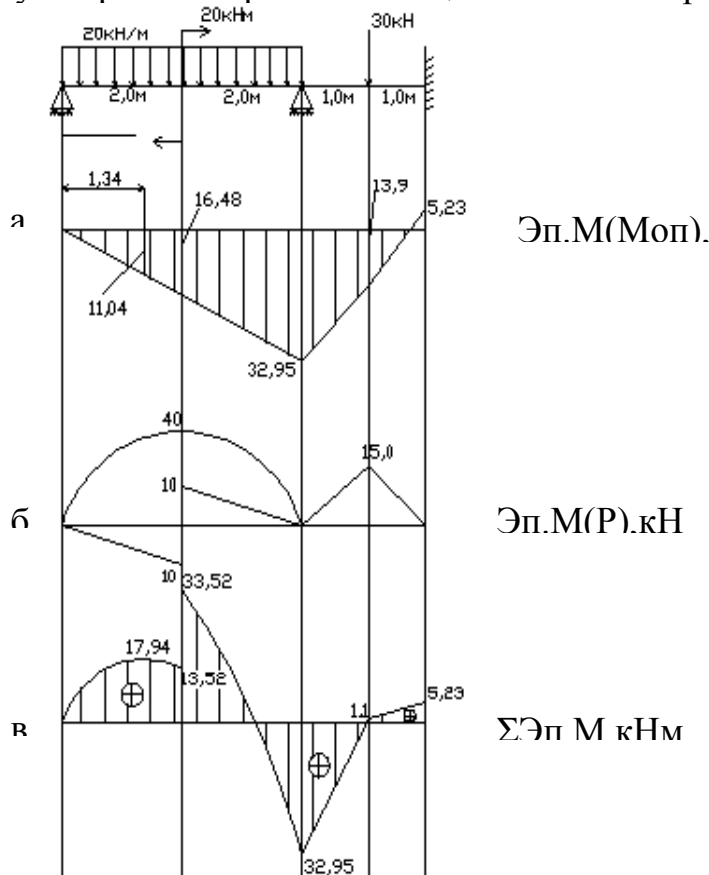


Рис.2.15. Эпюры изгибающих моментов.

2.2.5. Построение эпюры перерезывающих сил

Каждый пролет, как и при построении эпюры изгибающих моментов рассматриваем отдельно.

Расчетные схемы приведены на рис.2.16.

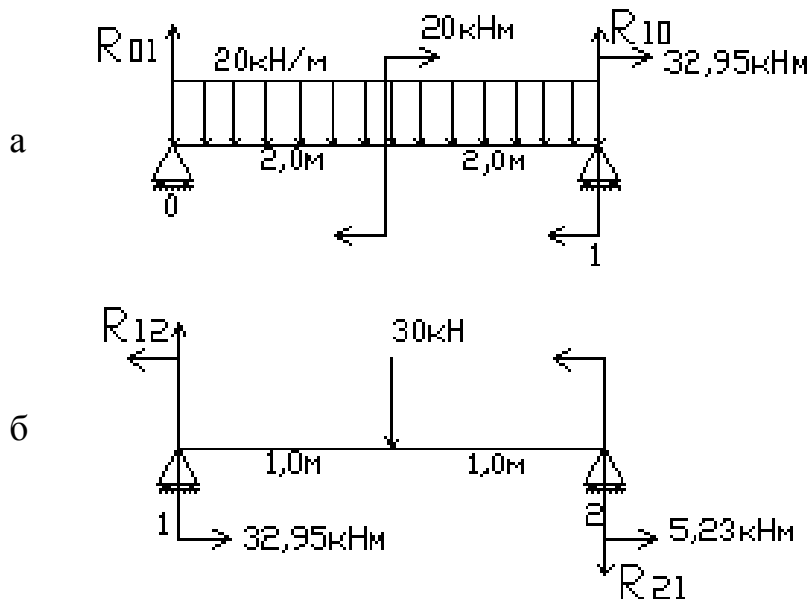


Рис.2.16. Расчетные схемы для построения эпюры перерезывающих сил.

I пролет

Определяем реакции опор

$$\Sigma M(0)=0$$

$$q \cdot 4 \cdot 2 + 20 + 32,95 - R_{10} \cdot 4 = 0$$

$$R_{10} = \frac{160 + 20 + 32,95}{4} = 53,24 (\text{кН})$$

$$\Sigma M(1)=0$$

$$-20 \cdot 4 \cdot 2 + 32,95 + 20 + R_{01} \cdot 4 = 0$$

$$R_{01} = \frac{160 - 32,95 - 20}{4} = 26,76 (\text{кН})$$

II пролет

Определяем реакции опор

$$\Sigma M(1)=0$$

$$-32,95 + 30 \cdot 1,0 - 5,23 + R_{21} \cdot 2 = 0$$

$$R_{21} = \frac{8,18}{2} = 4,09 (\text{кН})$$

$$\Sigma M(2)=0$$

$$R_{1,2} \cdot 2,0 - 32,95 - 30 \cdot 1,0 - 5,23 = 0$$

$$R_{1,2} = \frac{32,95 + 30 + 5,23}{2} = 34,09 (\text{кН})$$

Эпюра перерезывающих сил представлена на рис.2.17а.

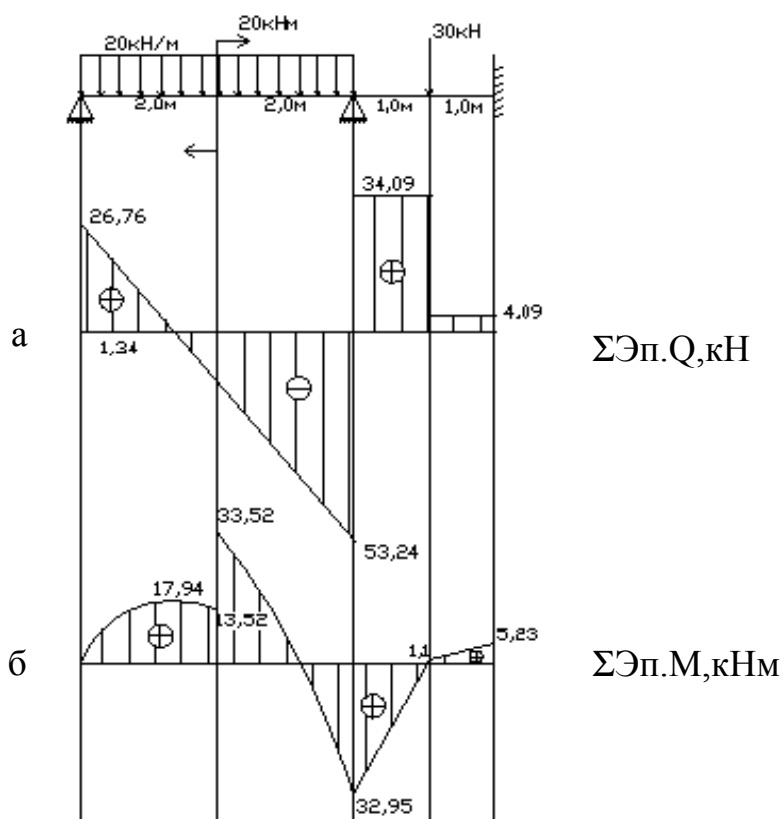


Рис.2.17. Суммарные эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил.

2.3. Расчет простой рамы методом сил

Для рамы, представленной на рис. 2.18 необходимо:

- раскрыть статическую неопределенность;
- построить эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил.

Алгоритм решения приведен в методических указаниях к темам курса настоящих МУ (тема 9).

Пример расчета

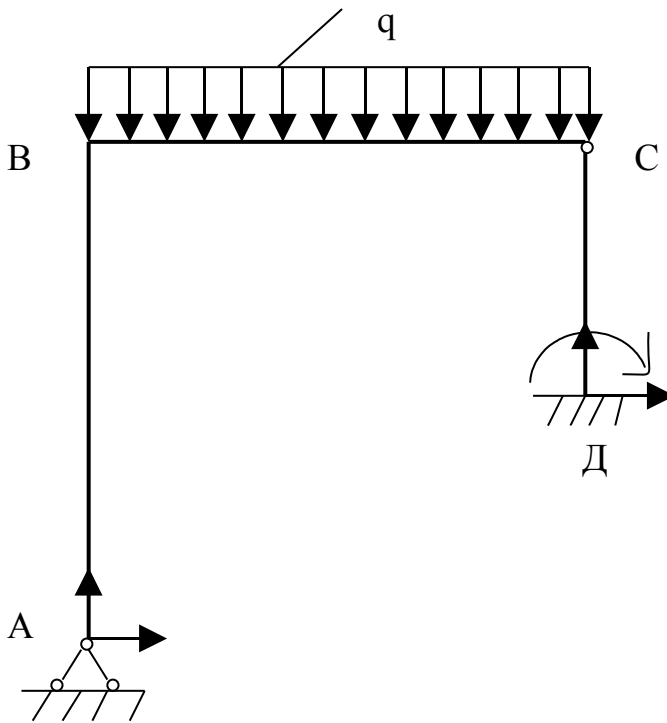


Рис.2.18 Заданная система

Дано:

$AB=BC=4\text{м}$; $CD=2\text{м}$; $q=20\text{кН/м}$.

В узле (C) – шарнир.

Решение.

2.3.1. Определяем степень статической неопределенности рамы.

Неизвестных пять – четыре реакции и момент в заделке.

Для данной системы можно составить три уравнения статики, плюс сумма моментов в шарнире (C) равна нулю.

И так $5-(3+1)=1$.

Система один раз статически неопределимая.

2.3.2. Отбросим дополнительные связи и превратим заданную систему в статически определимую, т.е. получим основную систему.

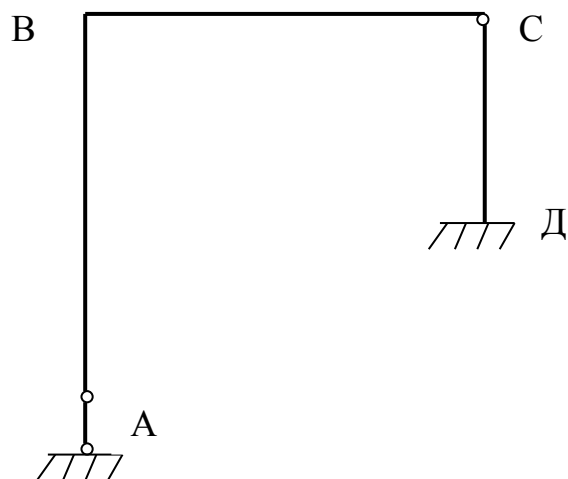


Рис. 2.19 Основная система.

2.3.3. Вместо отброшенной связи вводим силовой фактор X_1 , загружаем раму внешней нагрузкой, получаем эквивалентную систему.

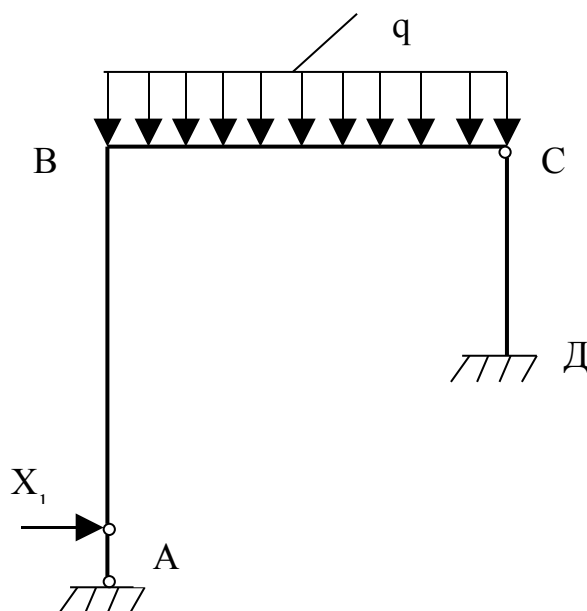


Рис. 2.20 Эквивалентная система.

2.3.4. Т.к. система один раз статически неопределимая, то составляем одно каноническое уравнение

$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1p} = 0$, где δ_{11} – перемещение от единичной силы

δ_{1p} – перемещение от внешней нагрузки

2.3.5. Строим эпюру изгибающих моментов от единичных сил. (Предварительно определяем значение реакции R_{A1}).

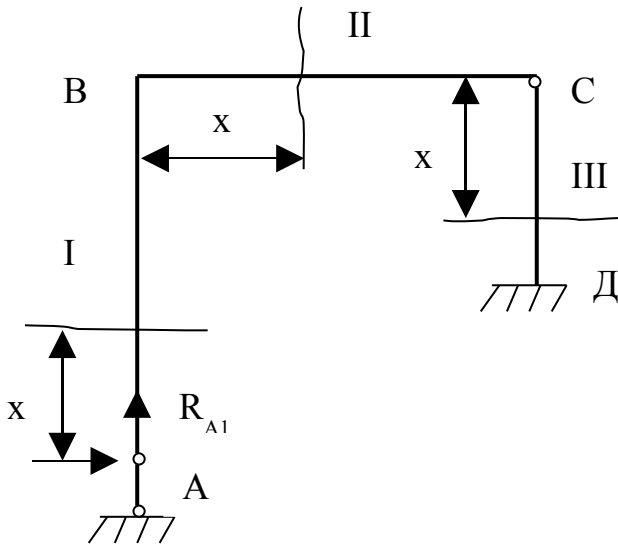


Рис.2.21

$$X_1=1$$

Состояние 1

К системе приложена только сила $X_1=1$.

$$M_{yc}=0$$

Составляем уравнение моментов всех сил относительно точки (C).

$$M_{Y1}=-X_1 \cdot AB + R_{A1} \cdot BC = 0$$

$$M_{Y1}=-1 \cdot 4 + R_{A1} \cdot 4 = 0$$

$R_{A1}=1$ – значение реакции от единичных сил.

Раму разбиваем на три участка и составляем уравнение изгибающих моментов для каждого из них

I участок $M_y^I = -1 \cdot x$

II участок $M_y^{II} = -1 \cdot 4 + R_{A1} \cdot x$

III участок $M_y^{III} = -1(4-x) + R_{A1} \cdot 4 = X$

На рис.2.2.2 приведена эпюра изгибающих моментов от силового фактора $X_1=1$.

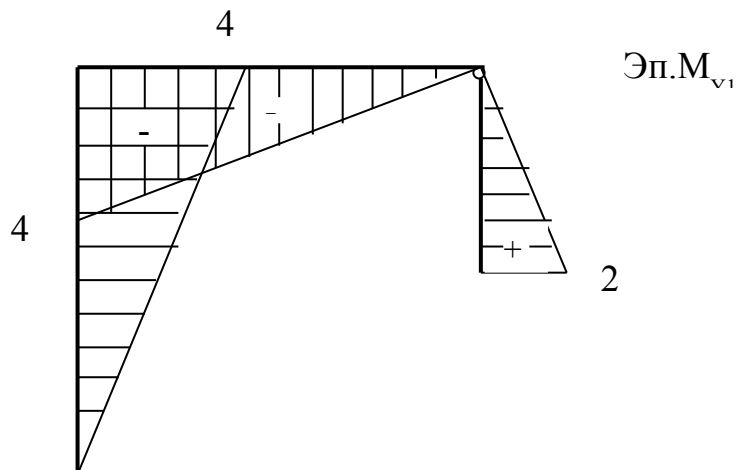


Рис. 2.22 Эпюра изгибающих моментов от единичной силы.

2.3.6. Строим эпюру изгибающих моментов от внешней нагрузки без учета единичной силы X_1 .

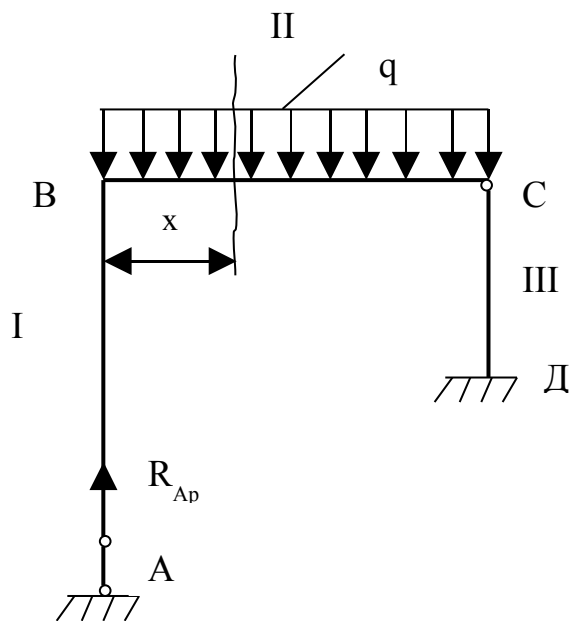


Рис. 2.23

Состояние P (от внешней нагрузки).

Определяем значение реакции R_{Ap} (рис. 2.23)

$$M_{yc} = R_{Ap} \cdot BC - q \cdot BC \cdot BC / 2 = 0$$

$$R_{Ap} \cdot 4 - 20 \cdot 4 \cdot 2 = 0$$

$$R_{Ap} = 40 \text{ кН.}$$

Составляем уравнение изгибающих моментов для II участка рамы (на I и III участках рамы изгибающие моменты равны 0).

$$M_{yp} = R_{Ap} \cdot x - qx^2 / 2$$

$$M_{yp} = 40 \cdot x - 20x^2 / 2 \Big|_{\text{при } x=2} = 40 \text{ (кНм)}$$

На рис. 2.24 приведена грузовая эпюра (эпюра изгибающих моментов от внешней нагрузки).

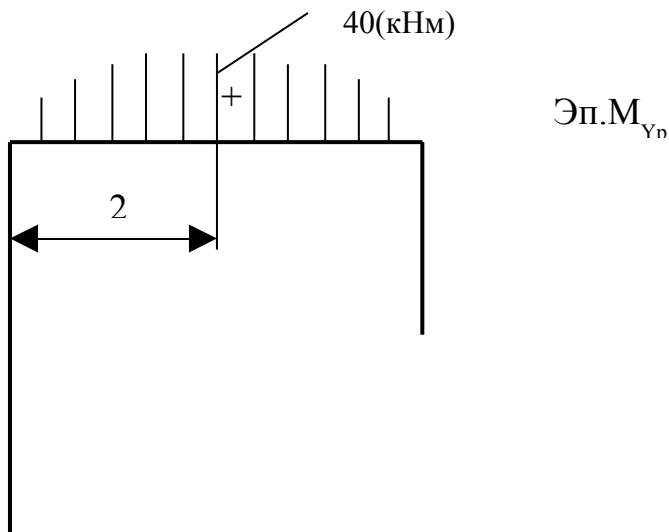


Рис. 2.24 Эпюра изгибающих моментов от внешней нагрузки

2.3.7. Определяем перемещения от единичных сил и перемещения от внешней нагрузки.

Перемещение δ_{11} находим перемножением площади эпюры изгибающих моментов от единичной силы на ординаты, находящиеся под центром тяжести эпюры для каждого участка рамы (рис. 2.22)

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ_y} \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \right) = \frac{136}{3EJ_y}$$

EJ – жесткость стержневой рамы.

Перемещение δ_{1p} находим перемножая площадь грузовой эпюры (эп. M_{Yp}) на ординату эпюры M_{Y1} , находящуюся под центром тяжести первой эпюры.

$$\delta_{1p} = - \frac{1}{EJ_y} \left(\frac{2}{3} \cdot BC \cdot M_{Yp} \cdot 2 \right) = - \frac{1}{EJ_y} \left(\frac{2}{3} \cdot 40 \cdot 40 \cdot 2 \right) = - \frac{640}{3EJ_y}$$

Знак минус указывает на то обстоятельство, что перемножаются эпюры с разными знаками.

2.3.8. Подставляем полученные значения для δ_{11} и δ_{1p} в каноническое уравнение и определяем величину X_1 .

$$\frac{136}{3EJ_y} X_1 - \frac{640}{3EJ_y} = 0; \quad X_1 = 4,7(\text{кН}).$$

2.3.9. Строим окончательно эквивалентную систему, определяем значение реакции R_A .

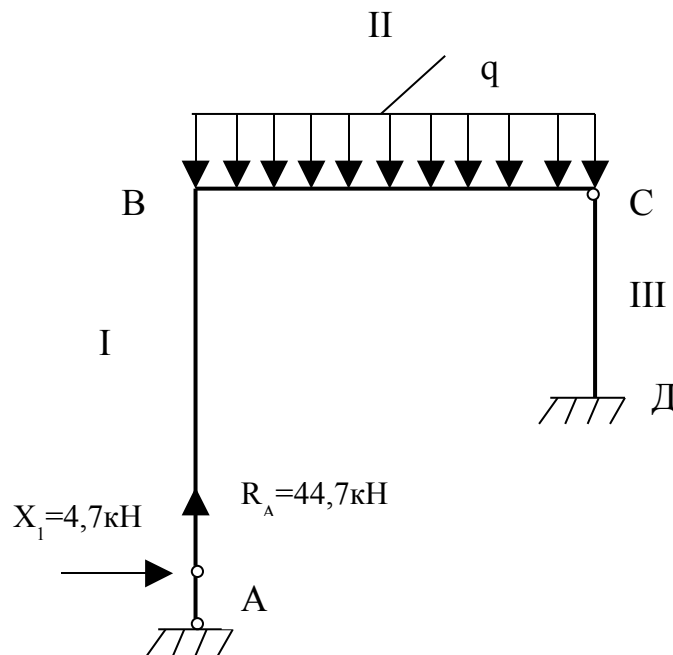


Рис. 2.25 Окончательно эквивалентная система.

$$R_A = R_{Ap} + R_{A1} \cdot X_1 = 40 + 1 \cdot 4,7 = 44,7(\text{кН}).$$

Определяем значение реакций и моменты в заделке (Д) (рис. 2.26).

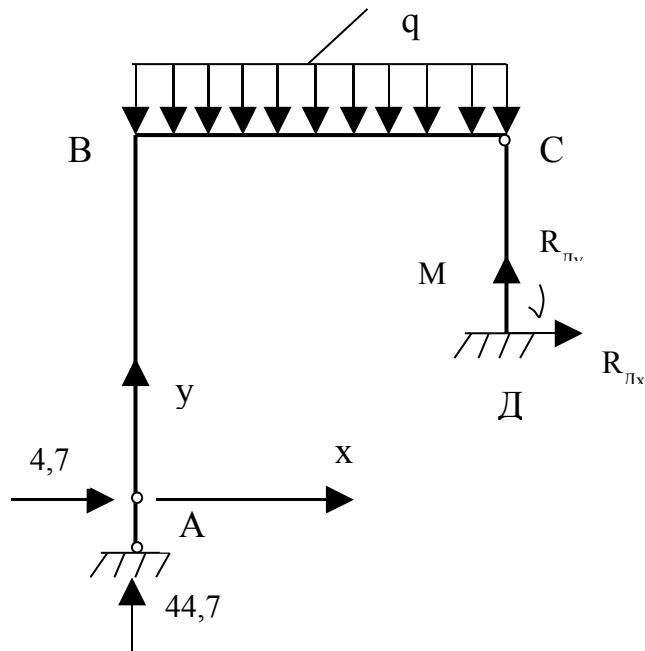


Рис.2.27

$$\sum F_x = 0 \quad 4,7 + R_{Dx} = 0$$

$R_{Dx} = -4,7 \text{ кН}$ – реакцию необходимо направить в противоположную сторону.

$$\sum F_y = 0$$

$$44,7 + R_{Dy} - q \cdot BC = 0$$

$$44,7 + R_{Dy} - 20 \cdot 4 = 0$$

$$R_{Dy} = 35,3 \text{ кН}$$

$$\sum M_{(D)} = 0$$

$$\sum M_{(D)} = 44,7 \cdot 4 - 4,7 \cdot 2 - 20 \cdot 4 \cdot 2 + M = 0$$

$M_D = -9,4 \text{ кНм}$ – момент необходимо направить в противоположную сторону.

2.3.10. Построение эпюр.

а) эпюра перерезывающих сил (эп. Q)

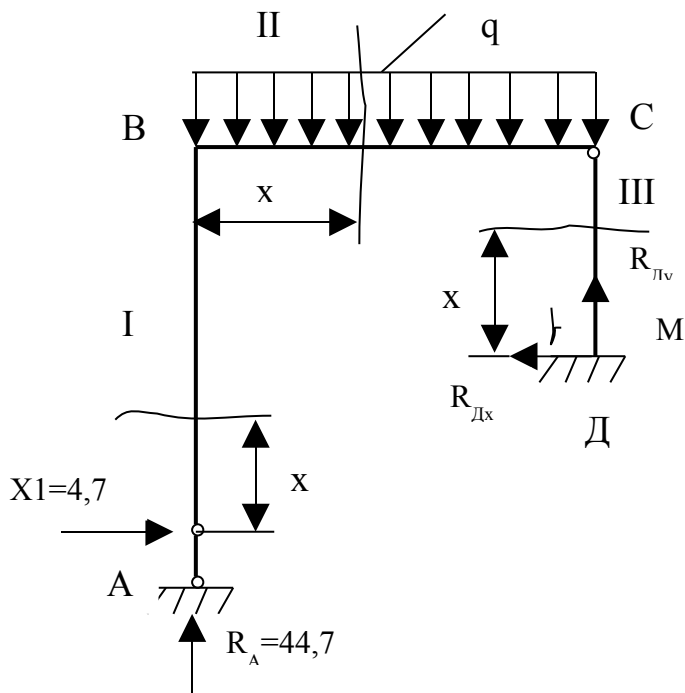


Рис. 2.27

I участок $Q^I = -X_1 = -4,7$ кН.

II участок $Q^{II} = R_A - q \cdot x = 44,7 - 20 \cdot x$ кН.

III участок $Q^{III} = R_{Дx} = 4,7$ кН.

На рис. 2.28 приведена эпюра перерезывающих сил (эп. Q).

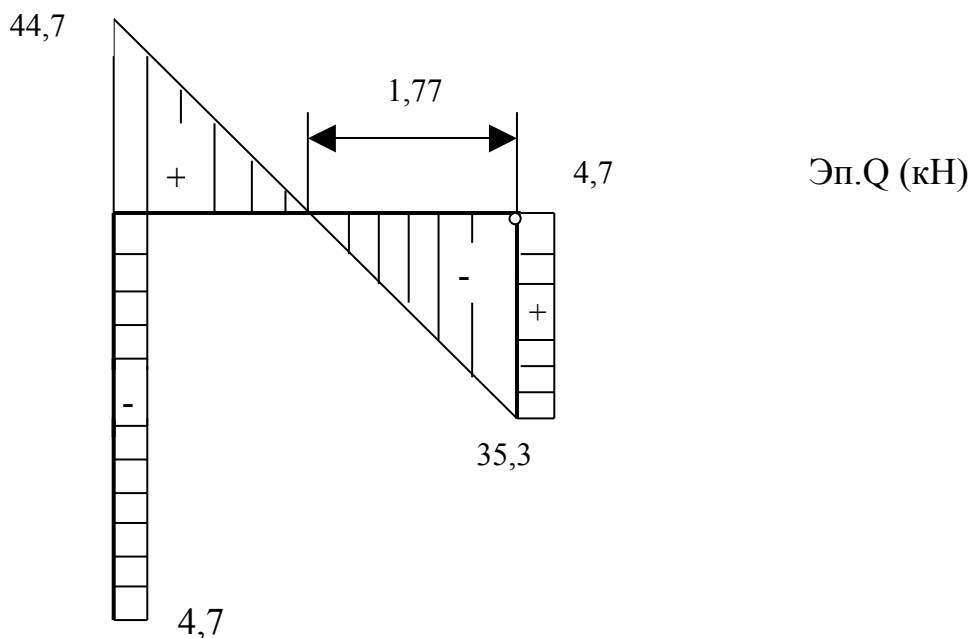


Рис. 2.28 - эпюра перерезывающих

б) эпюра изгибающих моментов

I участок $M^I = -X_1 \cdot x = -4,7 \cdot x|_{x=4,0} = -18,8$ (кНм)

II участок $M^{II} = R_A \cdot x - qx^2/2 - X_1 \cdot AB = 44,7 \cdot x - 10x^2 - 18,8$

при $x=0$ $M^I = -18,8$ (кНм)
 при $x=2,23$ $M^I_{\max} = 31,2$ (кНм)
 III участок $M^III = M - R_{Дx} \cdot x = 9,4 - 4,7 \cdot x$
 при $x=0$ $M^III = 9,4$ (кНм)
 при $x=2$ $M^III = 0$

На рис. 2.29 приведена эпюра изгибающих моментов.

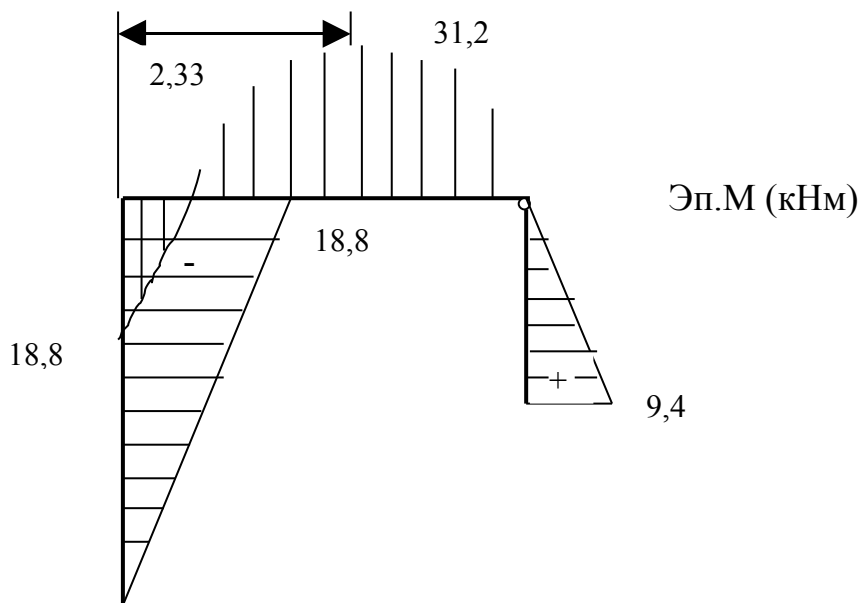


Рис. 2.29 Эпюра изгибающих моментов

Приложения

Приложение 1

Выбор варианта курсовой работы.

Вариант курсовой работы выбирается по шифру-номеру, составленному по двум последним цифрам зачетной книжки. Цифрам присваивается буквы «а» и «в».

Например:

Номер зачетной книжки 0527

ав

Из каждого вертикального столбца любой таблицы, обозначенного внизу буквой, необходимо взять только одно число, стоящее в той горизонтальной строке, номер которой совпадает с номером буквы.

Для варианта 0527 таблица 1 «Проверка прочности в общем случае нагружения» получили следующие данные:

Схема 27, $d_1=120\text{мм}$, $d_2=150\text{мм}$, $v_1=100\text{мм}$, $v_2=80\text{мм}$,

$h_1=100\text{мм}$, $h_2=160\text{мм}$, $l_1=0,4\text{м}$, $l_2=0,4\text{м}$, $l_3=0,6\text{м}$,

$F_{1u}=8\text{кН}$, $F_{2v}=20\text{кН}$, $F_{1w}=0$, $F_{2u}=34\text{кН}$, $F_{2v}=30\text{кН}$, $F_{2w}=14\text{кН}$,

$F_{3u}=16\text{кН}$, $F_{3v}=20\text{кН}$, $F_{3w}=0$

В нашем варианте ломанный брус состоит:

I и II участок – сплошное круглое сечение

III участок – прямоугольное сечение

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ» (ФГОУ ВПО «КГТУ»)

Кафедра строительной механики корабля и сопротивления материалов

Курсовая работа
по дисциплине «Сопротивление материалов»
**РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ И
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Допущен к защите:

преподаватель

Выполнил студент

гр. _____

Работа защищена с оценкой:

Преподаватель

Калининград

2007

39

Таблица I

Данные к расчету « Проверка прочности в общем случае нагружения ».

a, b	Номер схемы		Размеры поперечных сечений						Длины элементов			Составляющие внешних сил									
	цифра1-я	цифра2-я	d1	d2	b1	h1	b2	h2	lI	lII	lIII	F1U	F1V	F1W	F2U	F2V	F2W	F3U	F3V	F3W	
-	-	-	мм	мм	мм	мм	мм	мм	м	м	м	кН	кН	кН	кН	кН	кН	кН	кН	кН	кН
0	0	0	150	150	60	180	140	140	0,5	0,6	0,4	25	10	-	10	10	34	-	25	16	
1	1	1	110	100	100	100	70	210	0,6	0,5	0,6	-	14	16	20	14	10	24	8	-	
2	2	2	120	140	100	200	80	160	0,4	0,4	0,6	8	25	-	18	30	18	16	18	-	
3	0	3	90	120	70	140	70	210	0,3	0,3	0,4	-	30	20	14	25	30	-	24	14	
4	1	4	100	160	110	110	120	120	0,4	0,6	0,5	-	30	30	20	15	28	38	12	-	
5	2	5	160	130	80	240	130	130	0,6	0,5	0,5	28	16	10	24	18	25	-	36	-	
6	0	6	140	110	120	120	70	140	0,3	0,4	0,3	-	28	25	30	32	10	12	15	-	
7	1	7	80	150	90	180	80	160	0,5	0,4	0,6	18	20	-	34	28	14	-	20	20	
8	2	8	130	140	80	240	100	100	0,6	0,5	0,5	14	18	-	25	12	16	-	10	20	
9	0	9	90	120	60	120	80	240	0,4	0,6	0,6	-	26	14	34	22	20	34	28	-	
	a	b	a	b	a	a	b	b	a	b	a	a	b	a	b	a	b	a	b	a	

Таблица II

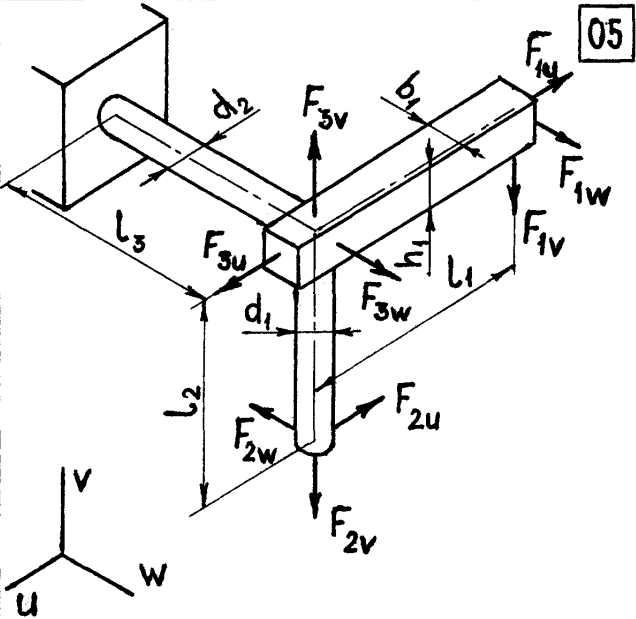
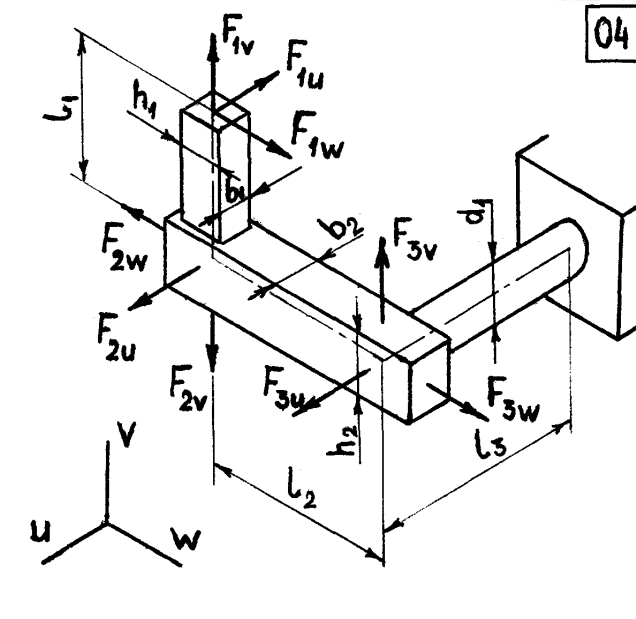
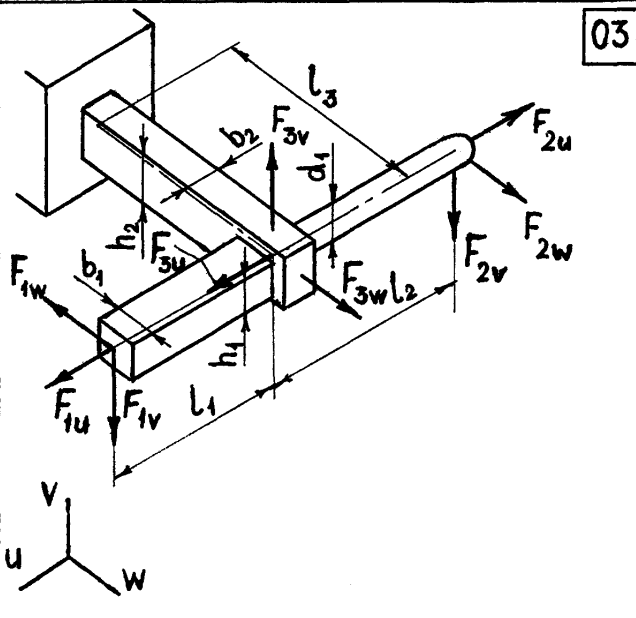
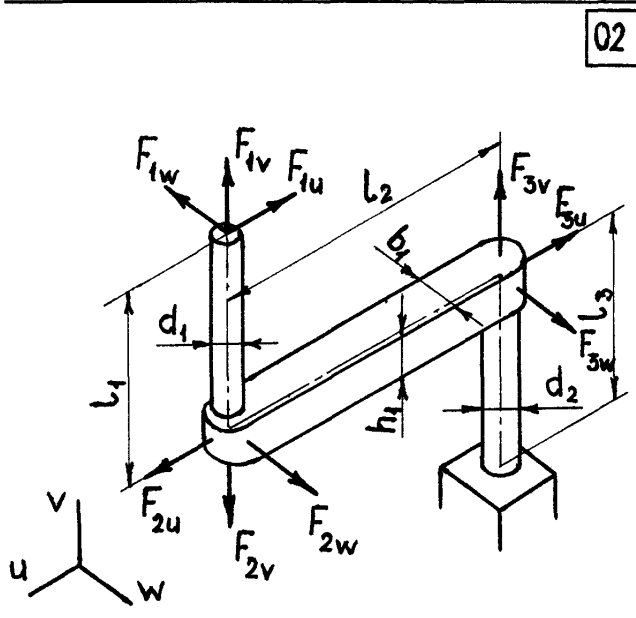
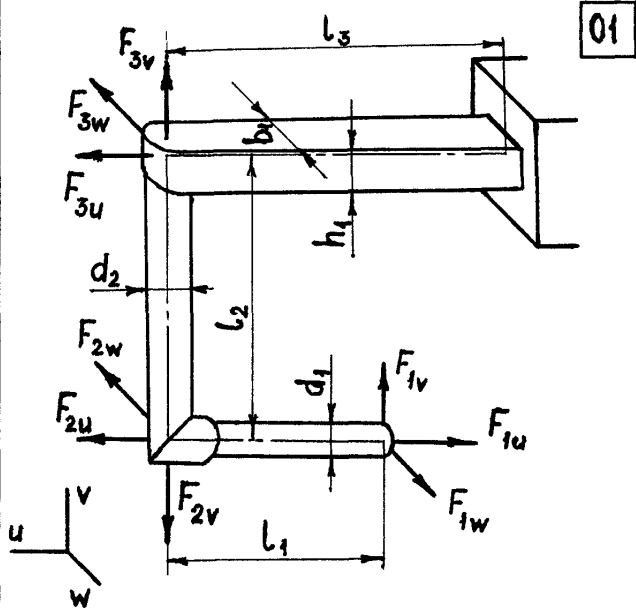
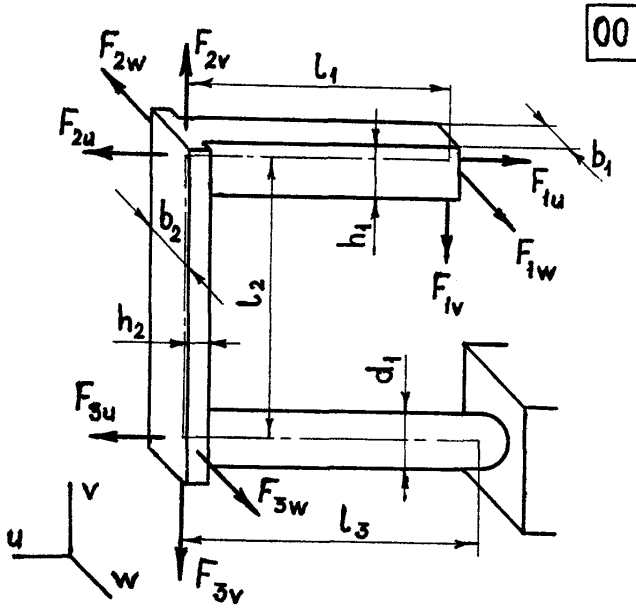
a,b	№ схемы		a	P	q	M
	-	-	м	кН	кН/м	кН*м
0	0	0	1,0	10	10	50
1	1	1	1,5	20	15	40
2	2	2	2,0	30	20	30
3	0	3	2,5	40	25	20
4	1	4	1,0	50	30	30
5	2	5	1,5	40	35	40
6	0	6	2,0	30	30	50
7	1	7	2,5	20	25	40
8	2	8	2,0	10	20	30
9	0	9	2,5	20	15	20
	a	b	b	a	b	b

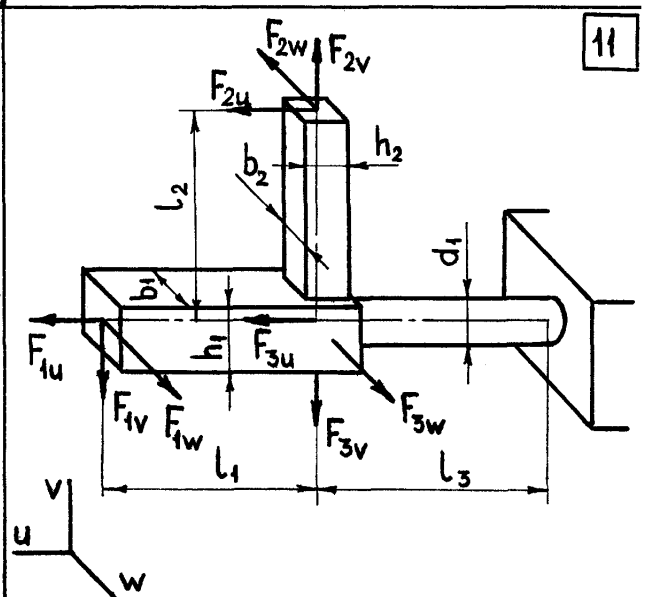
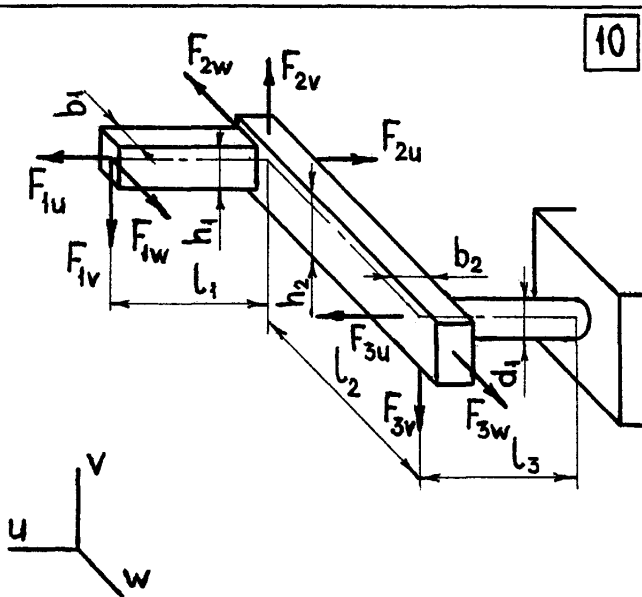
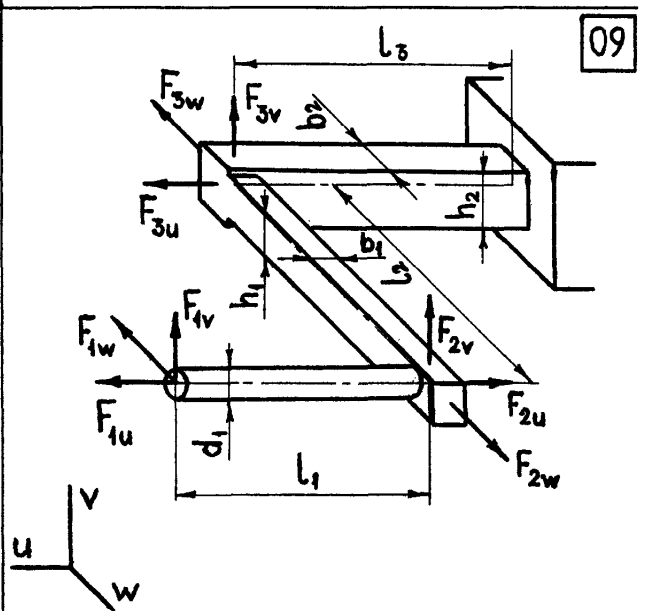
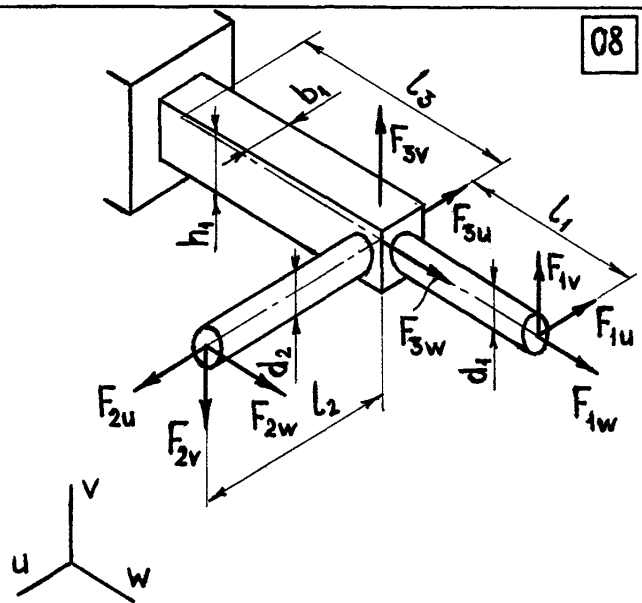
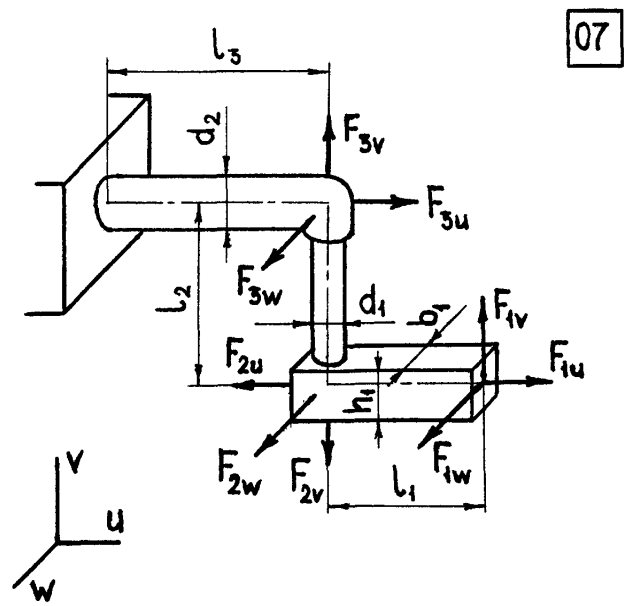
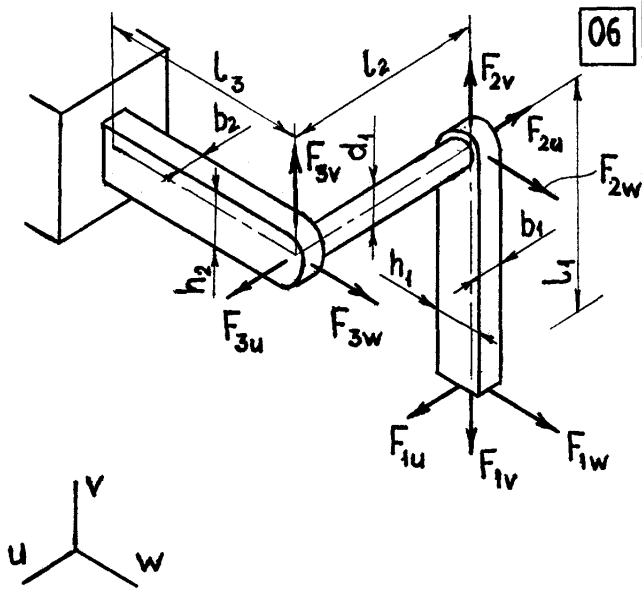
Данные к расчету неразрезных балок.

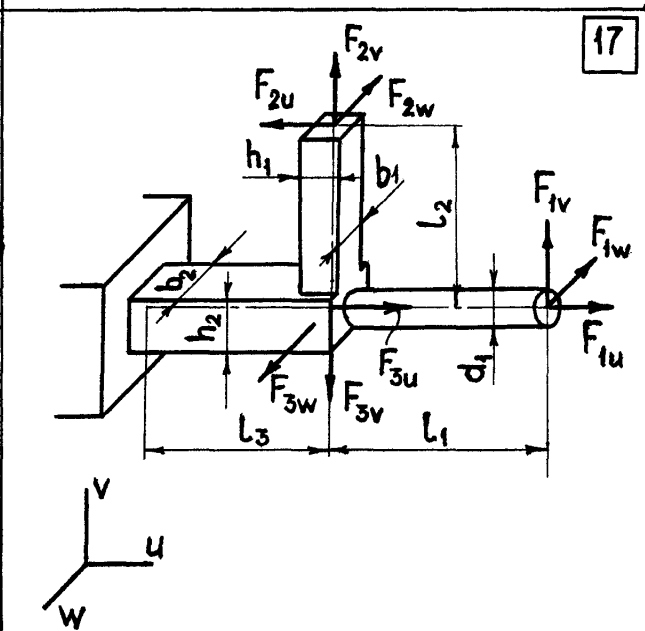
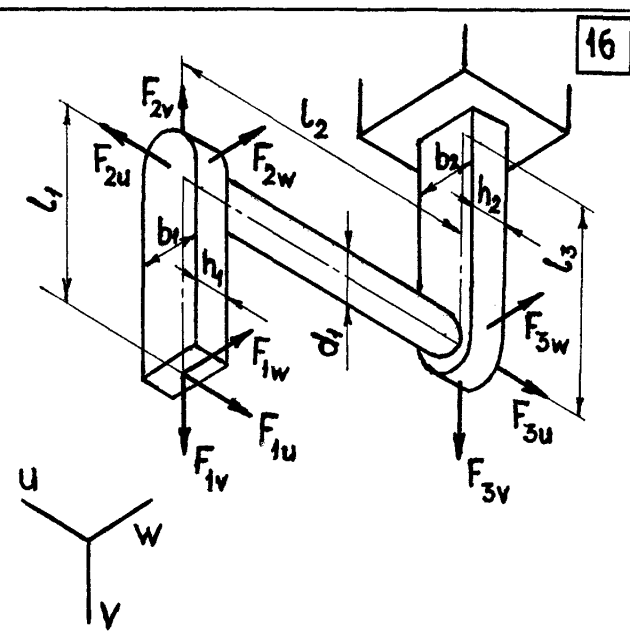
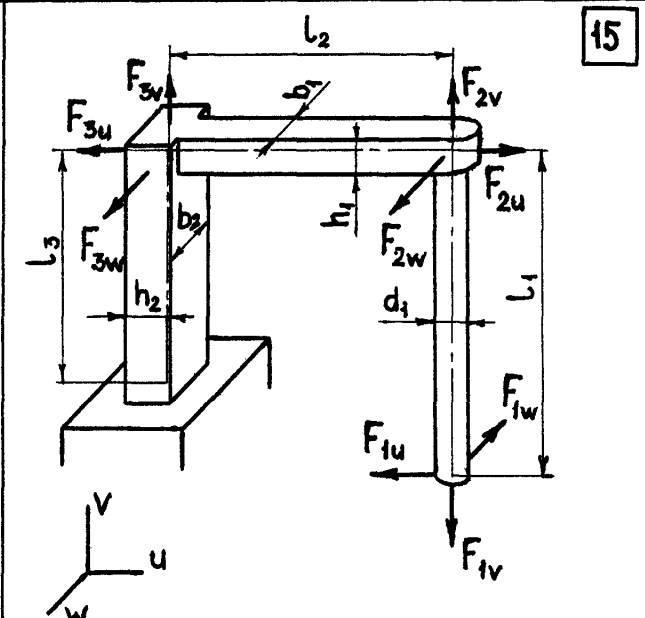
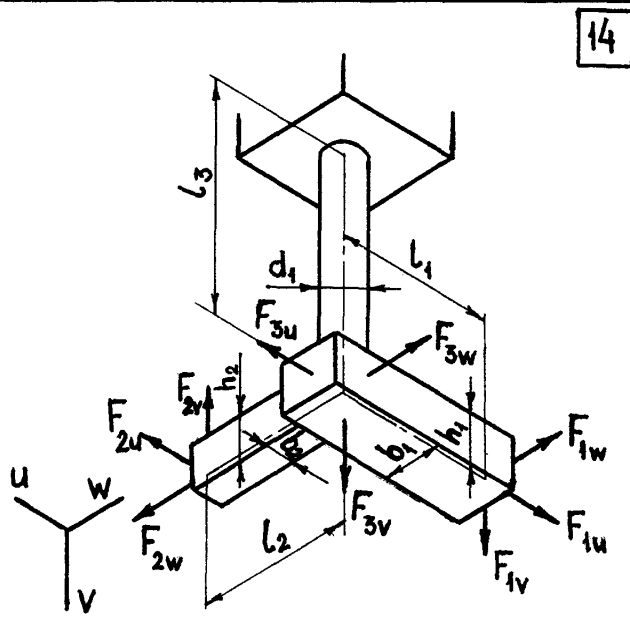
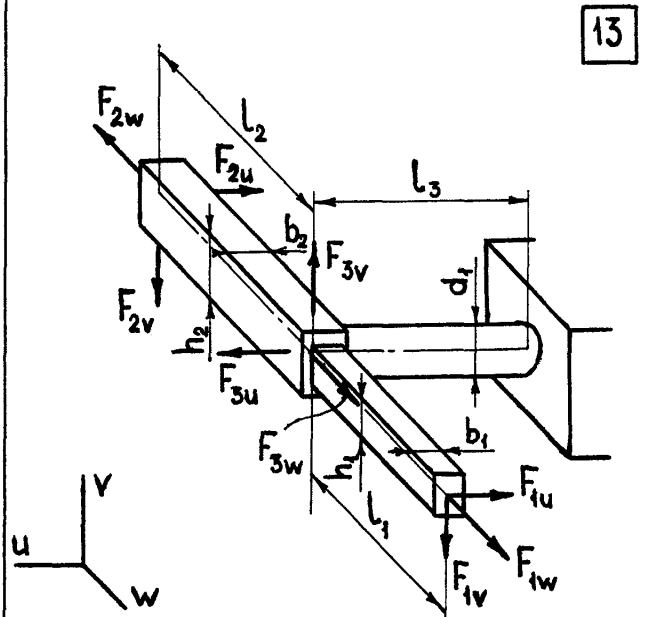
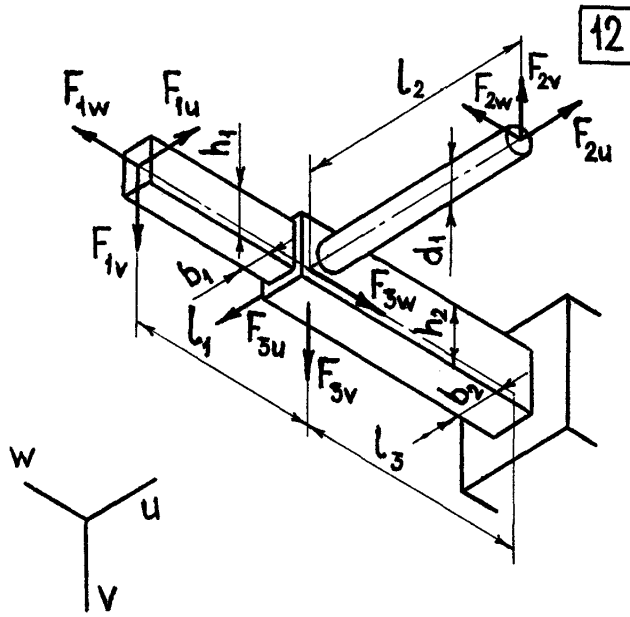
Таблица III

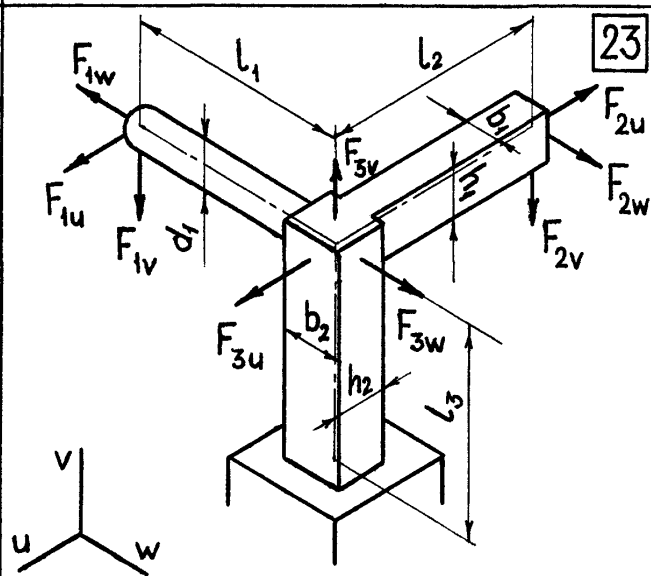
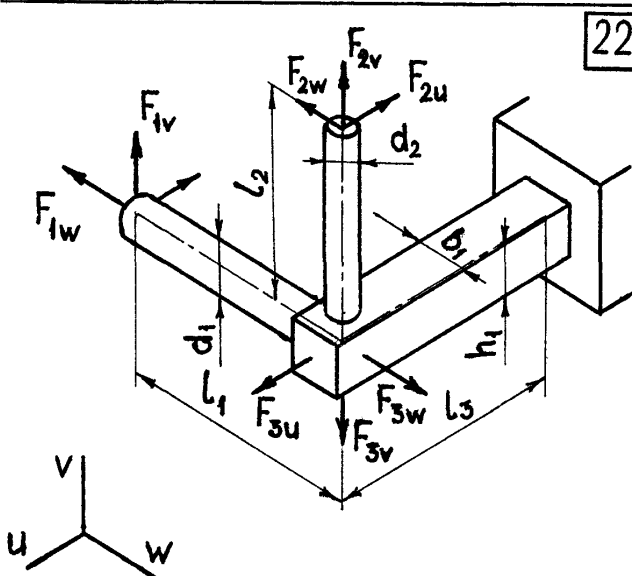
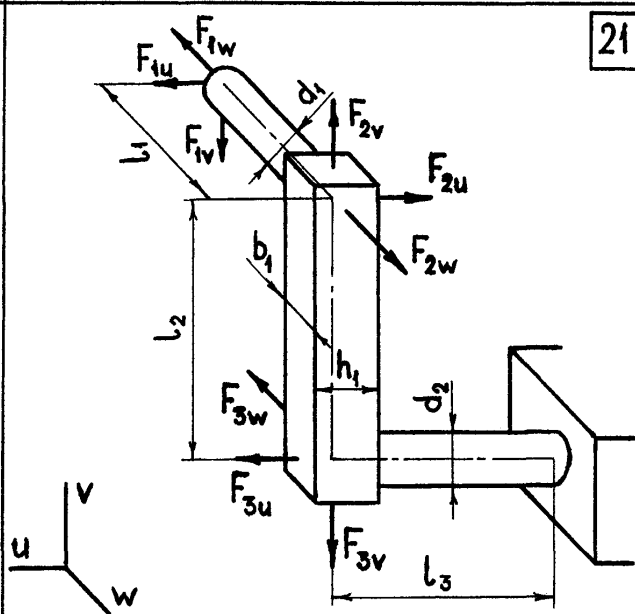
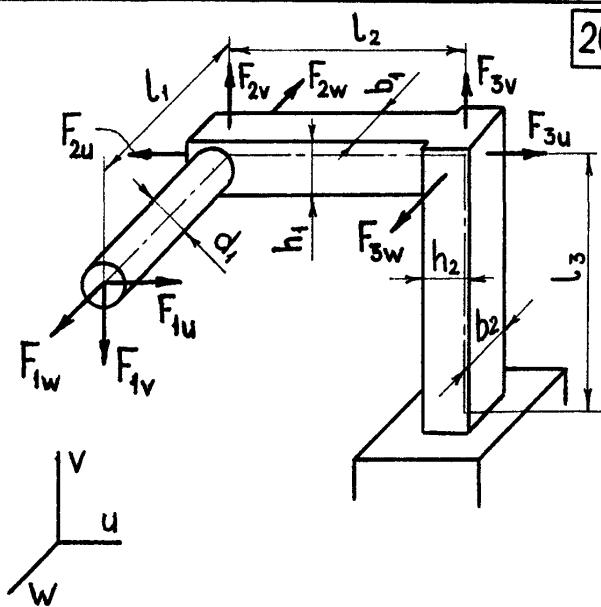
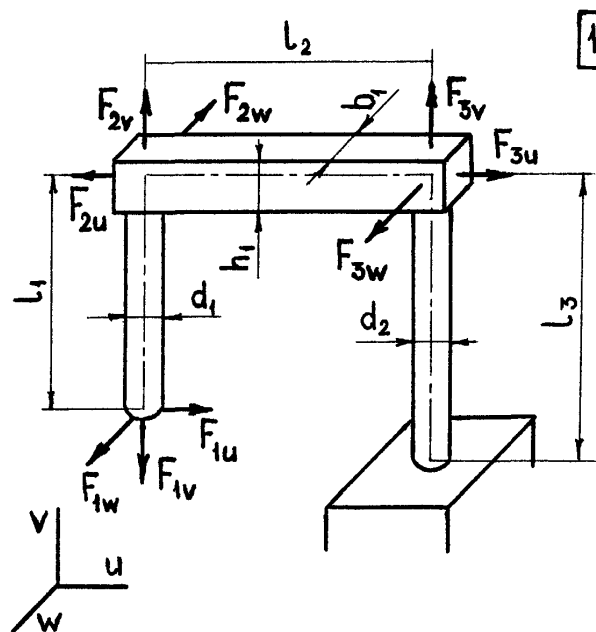
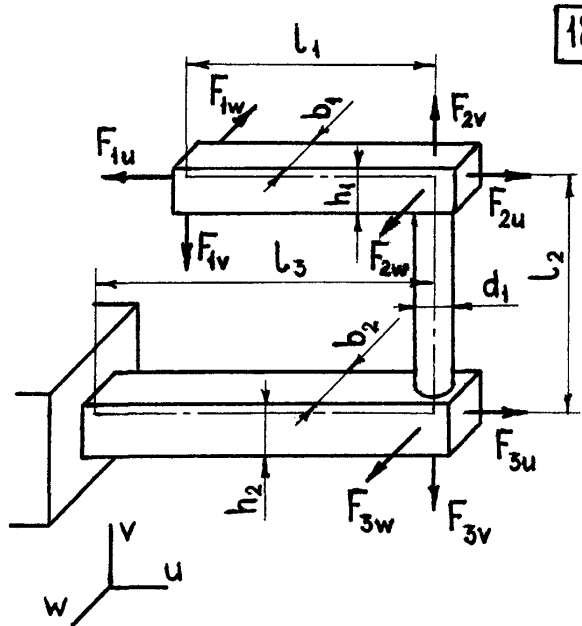
a,b	№ схемы		c	h	l	q	P	M
	-	-	м	м	м	кН/м	кН	кН*м
0	0	0	1,0	2	4	20	20	40
1	1	1	1,5	3	6	15	30	30
2	2	2	2,0	4	4	10	40	20
3	0	3	2,5	2	5	25	50	25
4	1	4	1,0	3	4	20	20	40
5	2	5	1,5	4	6	30	30	60
6	0	6	2,0	2	4	10	40	20
7	1	7	2,5	3	5	25	50	50
8	2	8	2,0	4	6	15	20	30
9	0	9	2,5	2	4	20	30	20
	a	b	b	a	b	b	a	b

Данные к расчету плоской рамы









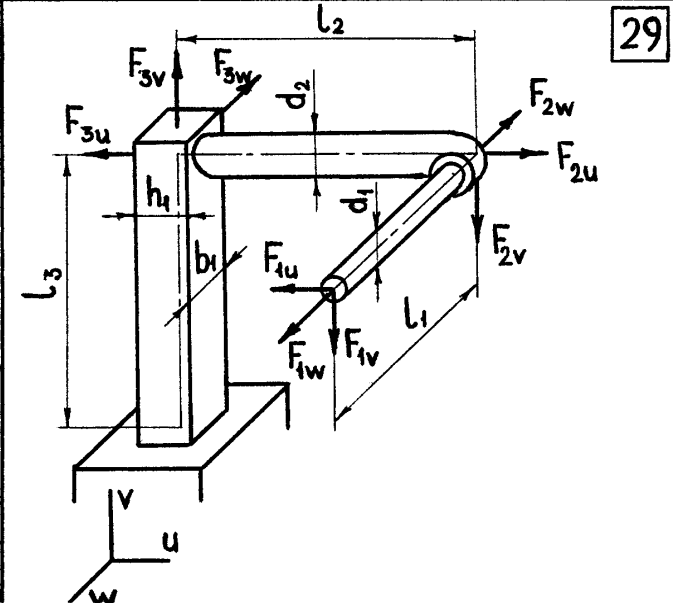
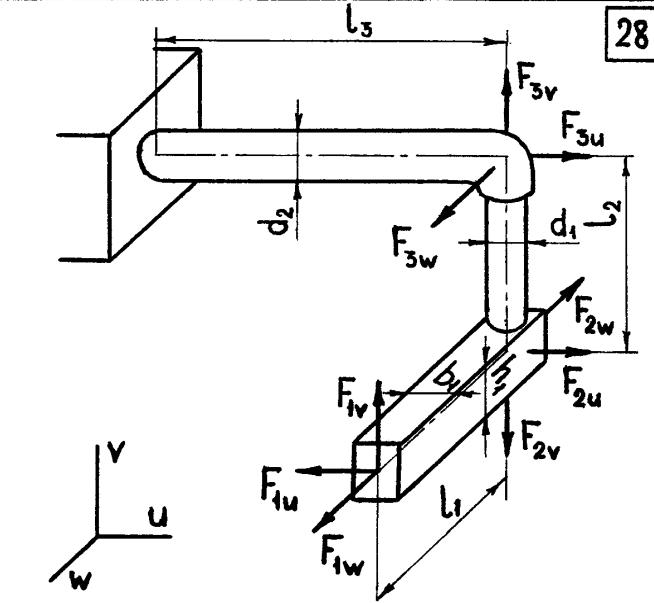
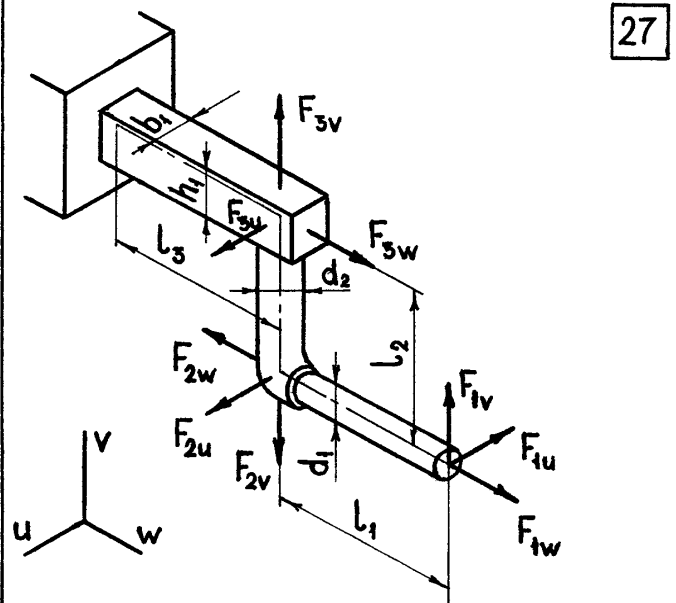
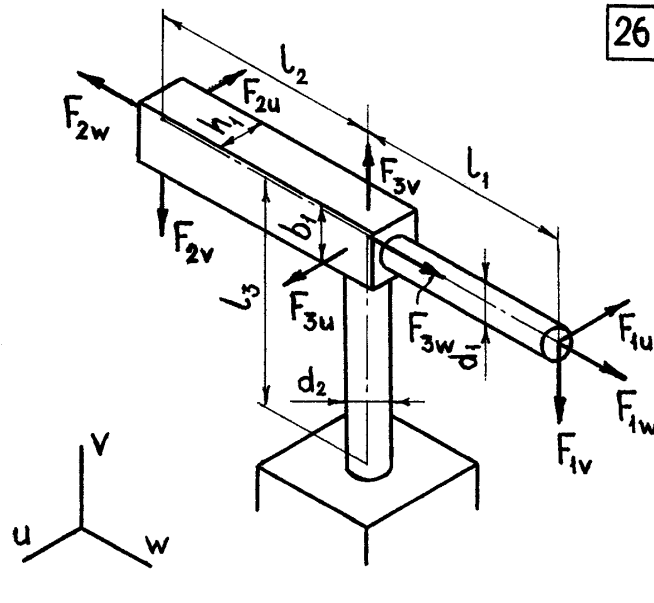
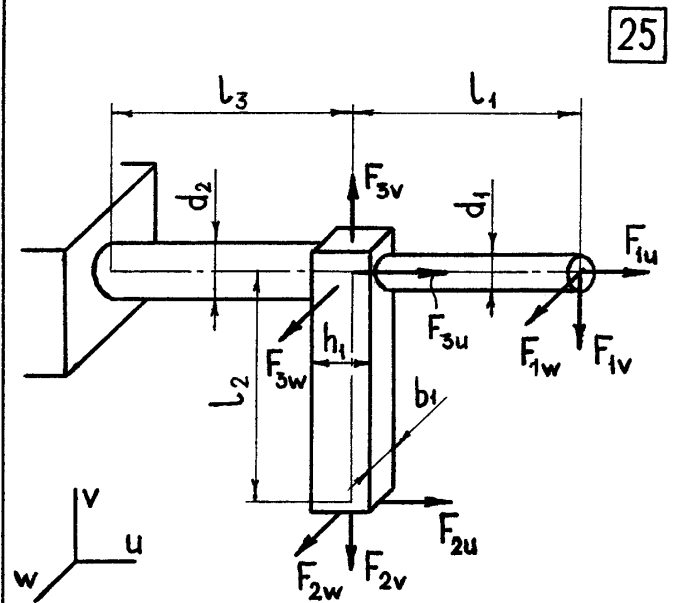
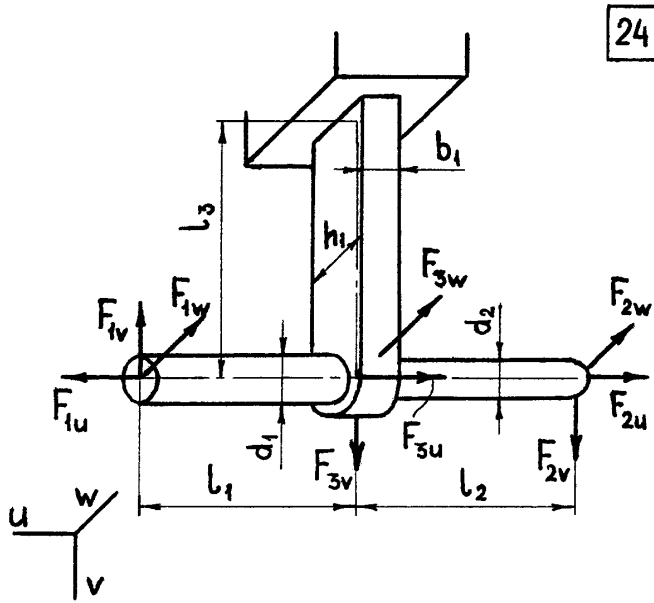
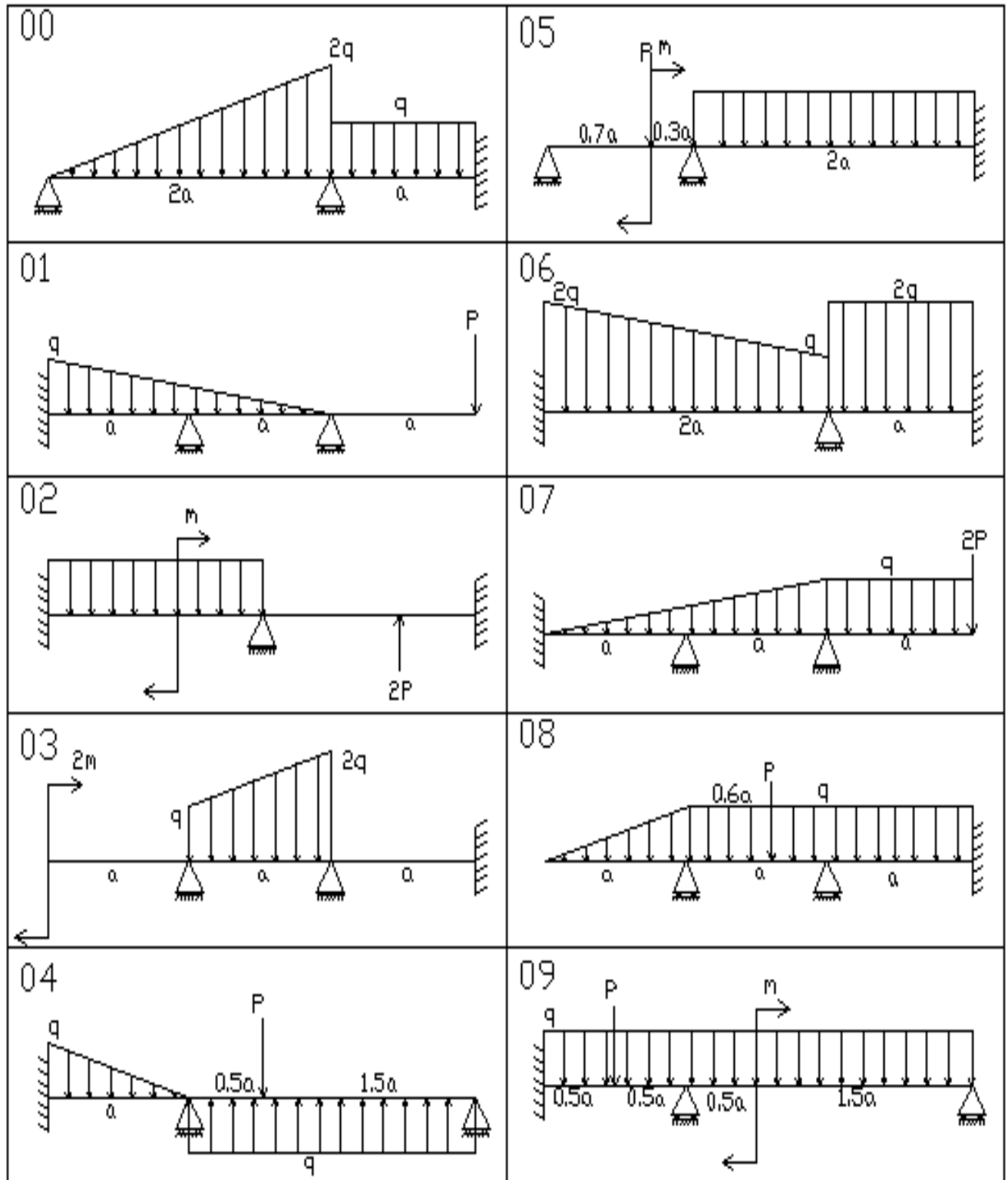
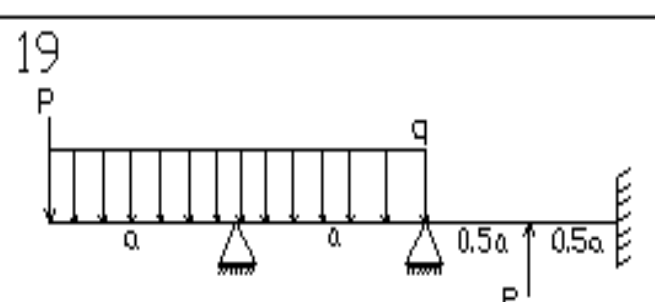
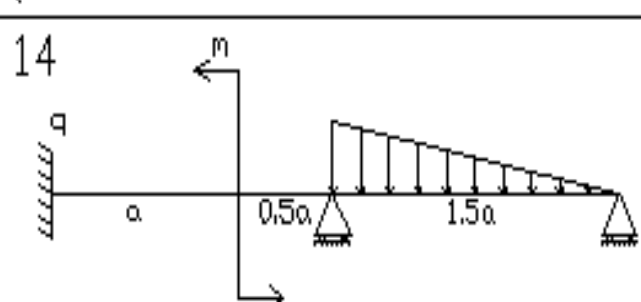
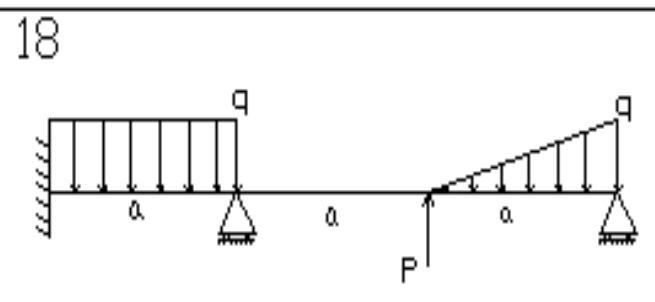
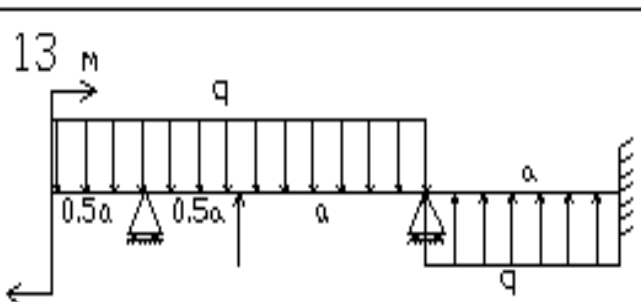
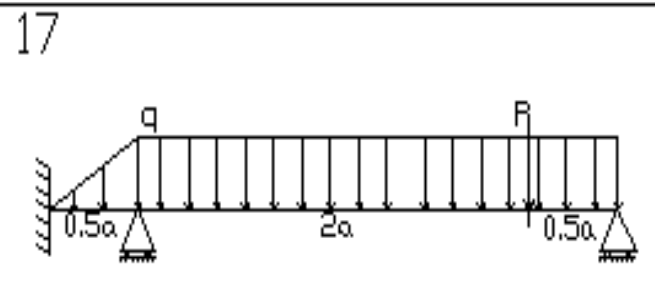
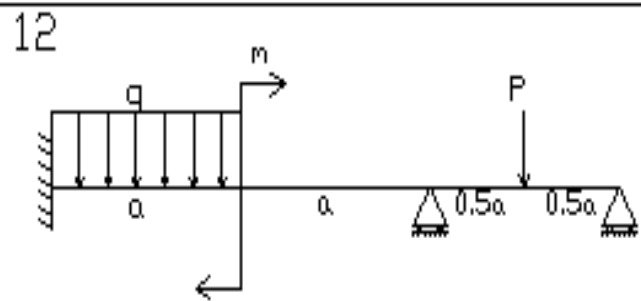
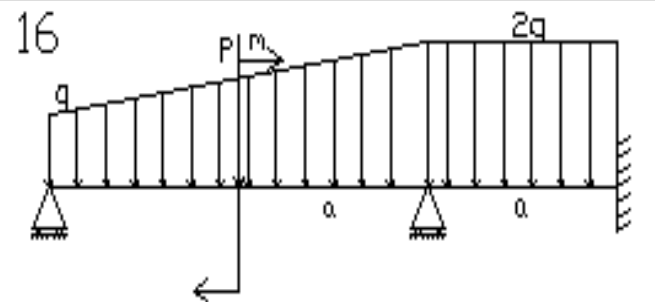
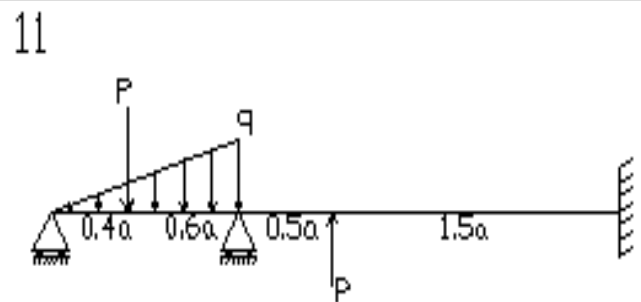
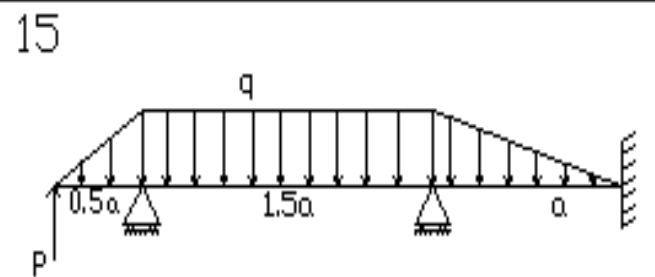
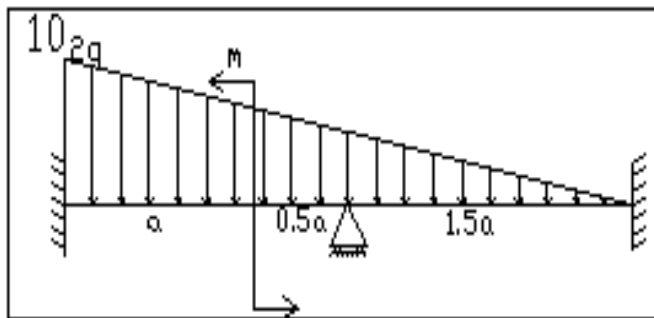


Рис. III-1





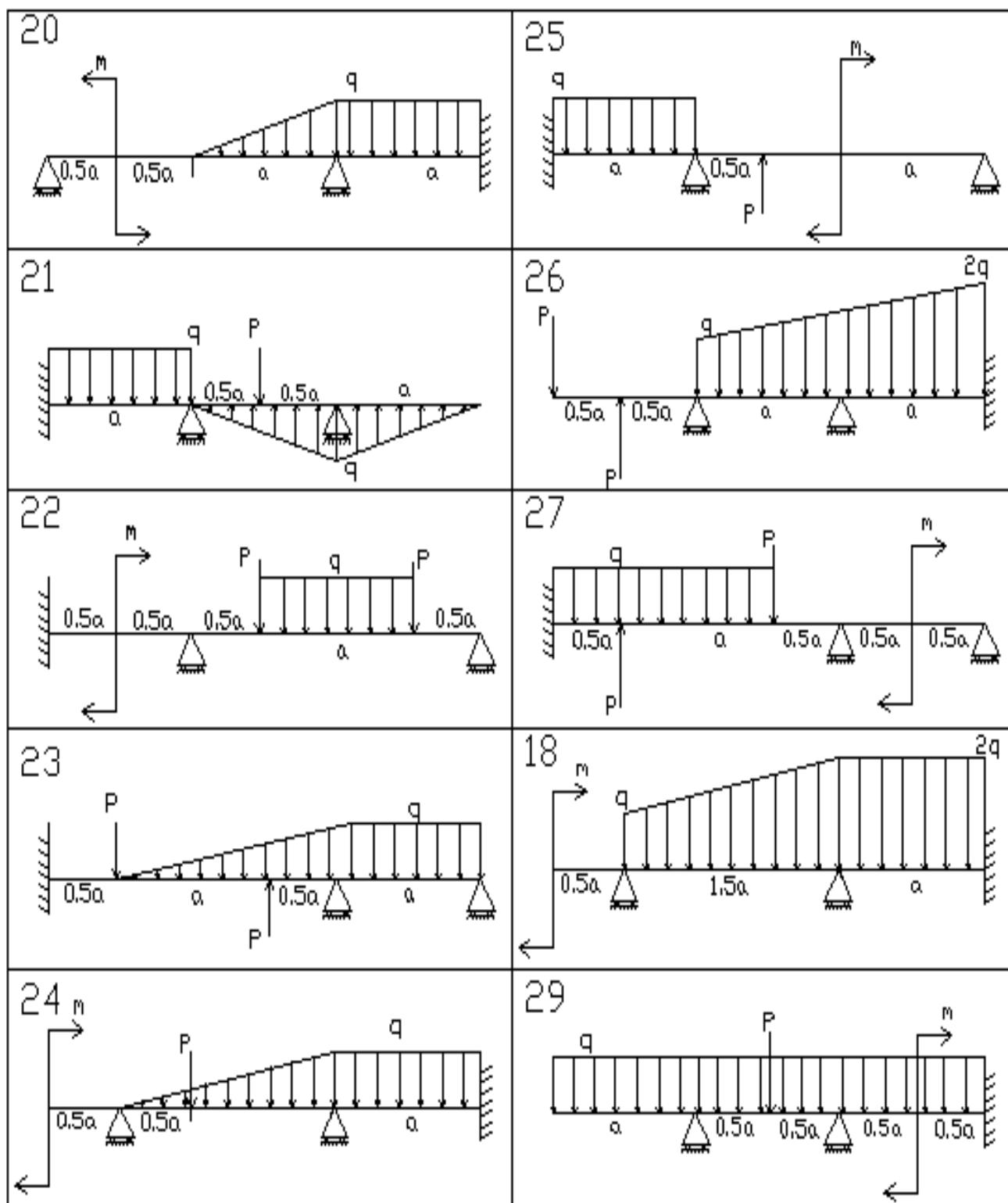
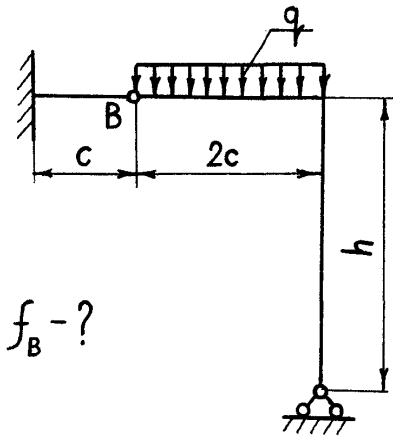
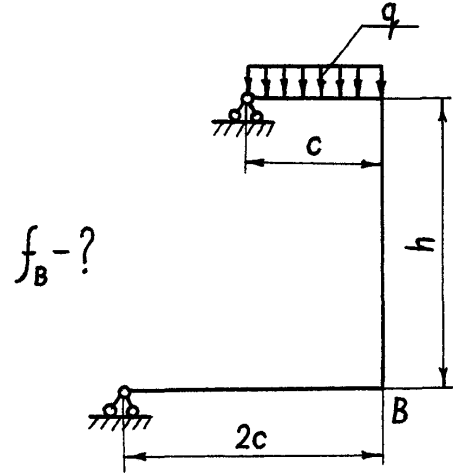


Рис. III-2

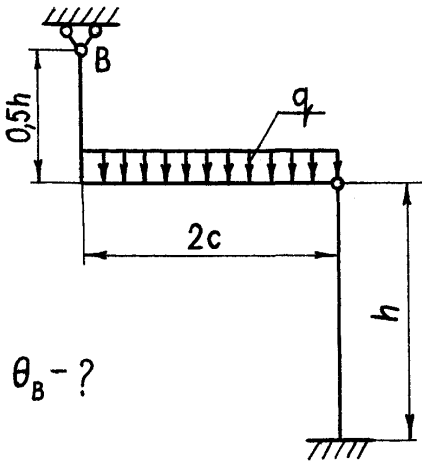
00



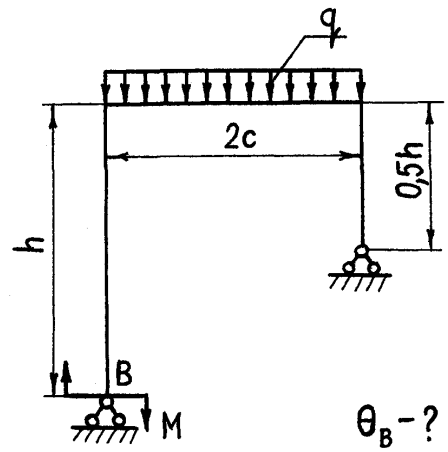
01



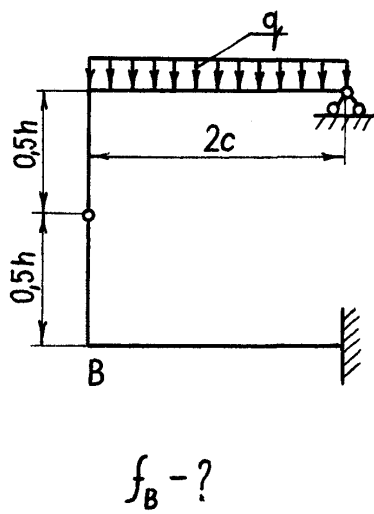
02



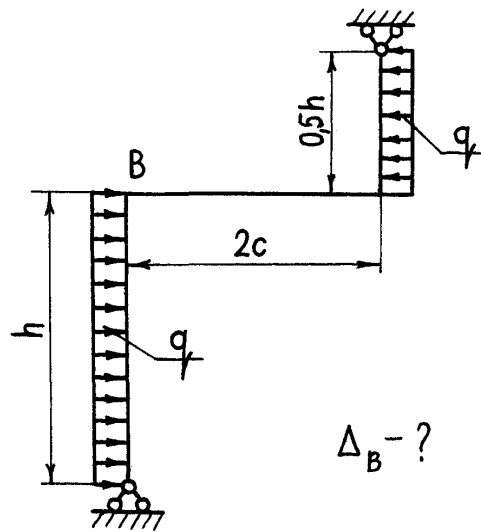
03



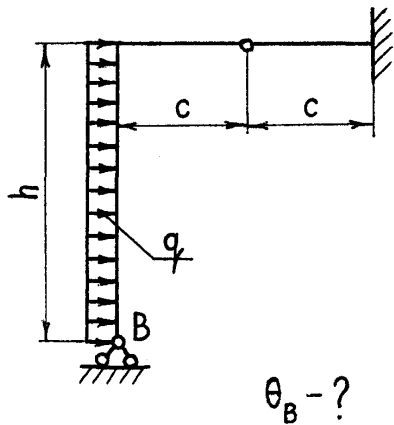
04



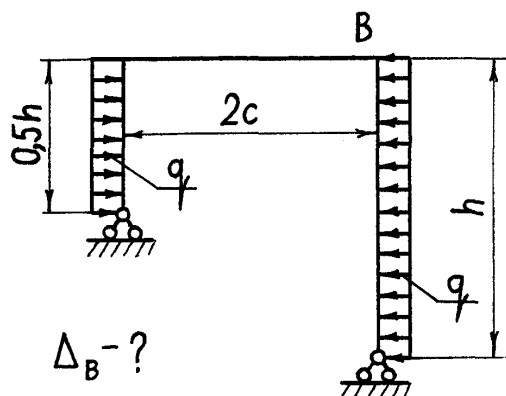
05



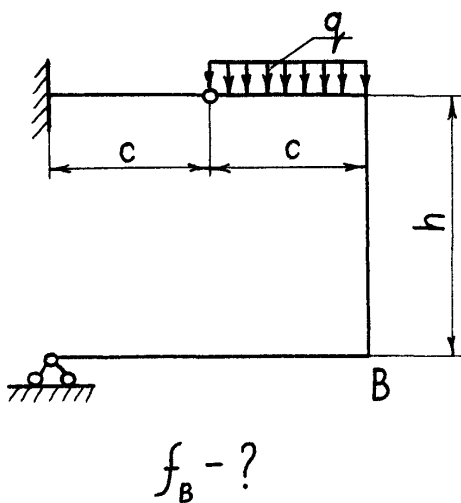
06



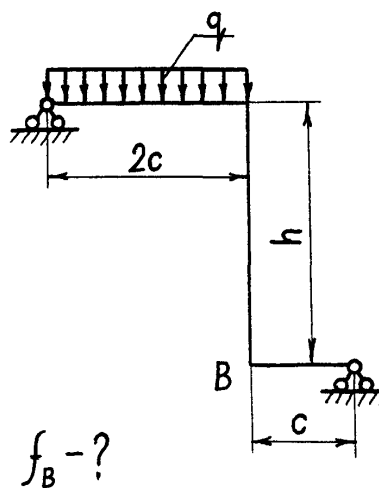
07



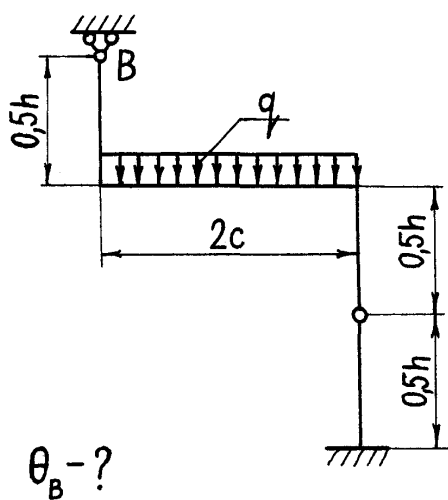
08



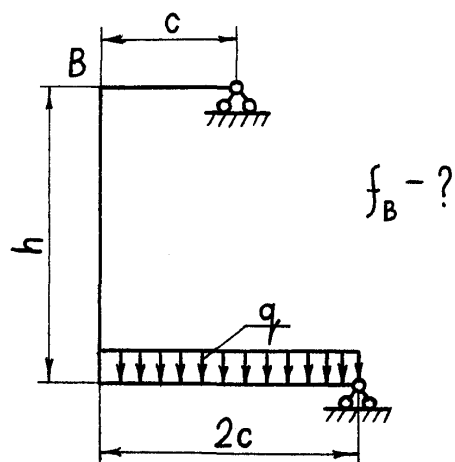
09



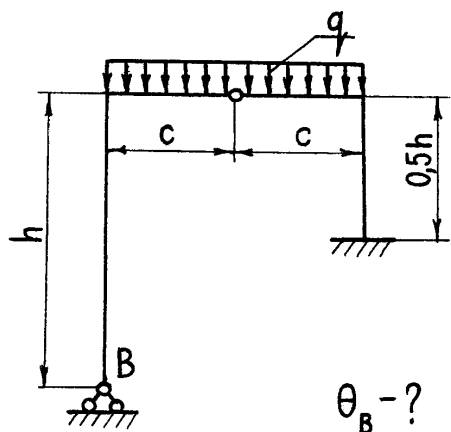
10



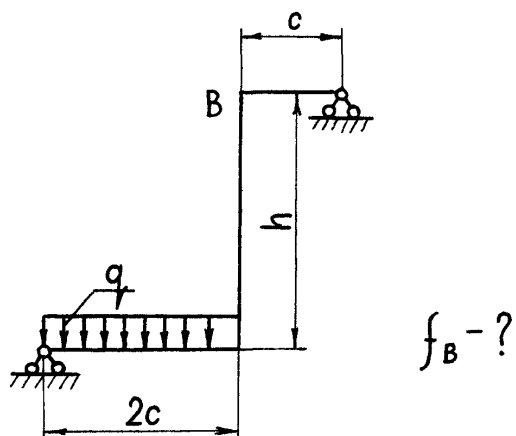
11



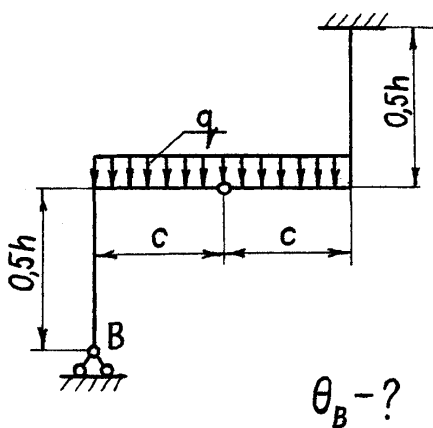
12



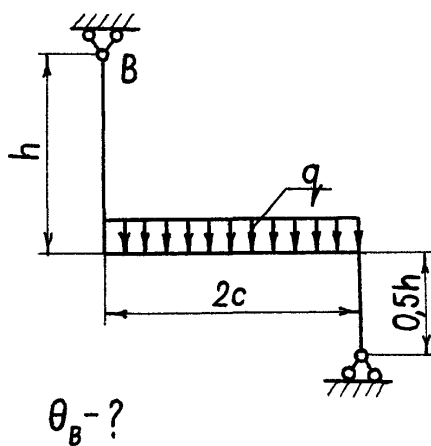
13



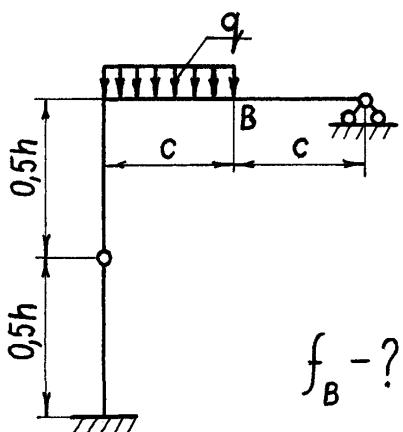
14



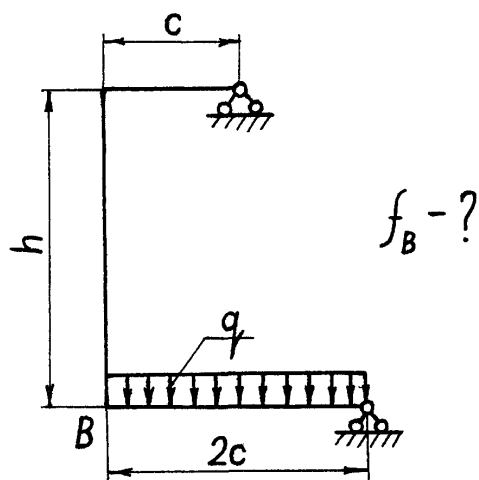
15



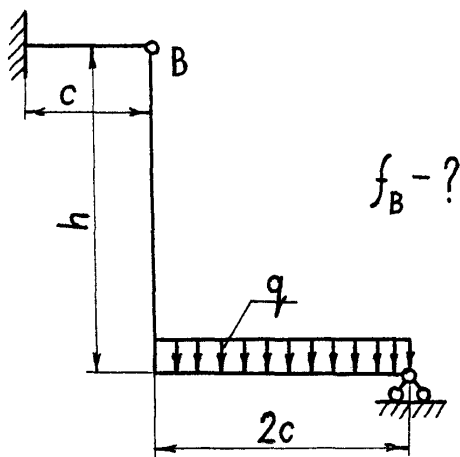
16



17

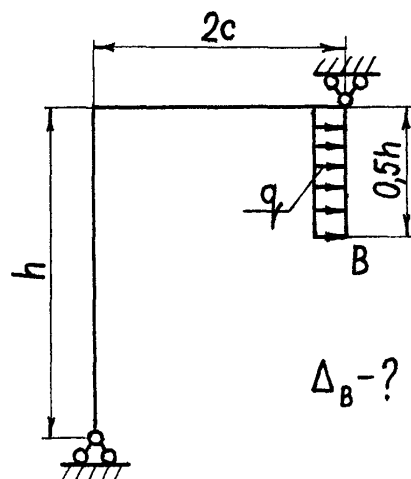


18



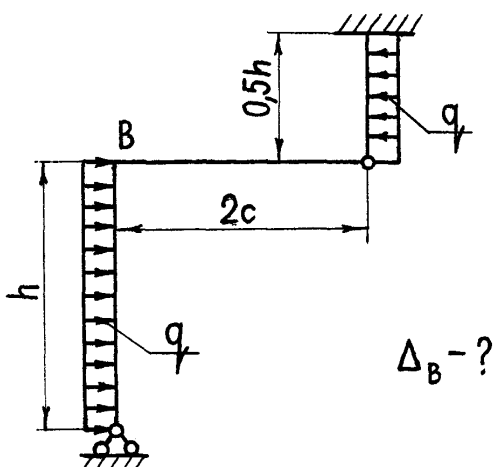
$f_B - ?$

19



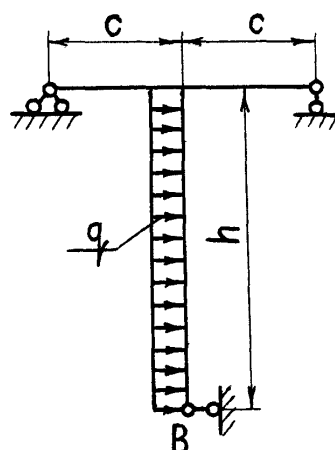
$\Delta_B - ?$

20



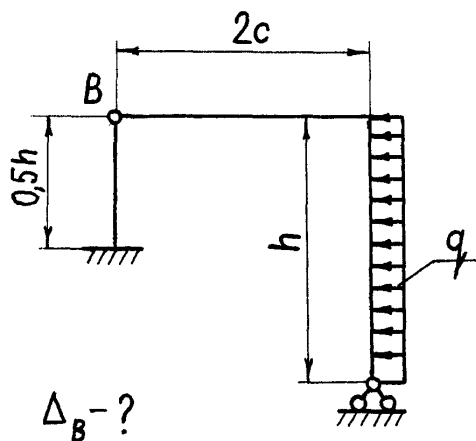
$\Delta_B - ?$

21



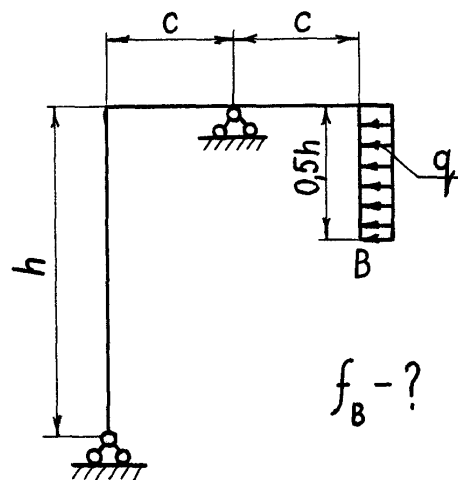
$f_B - ?$

22



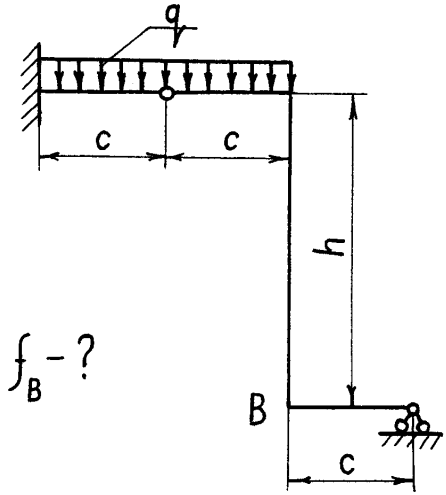
$\Delta_B - ?$

23

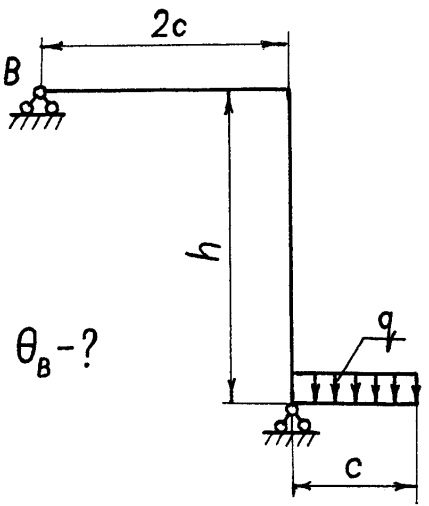


$f_B - ?$

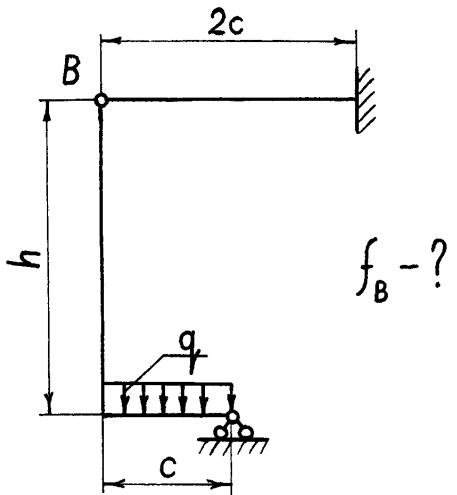
24



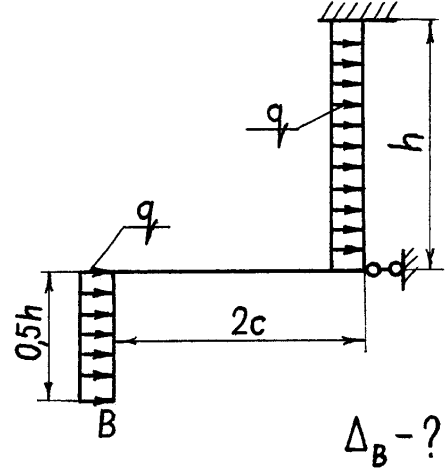
25



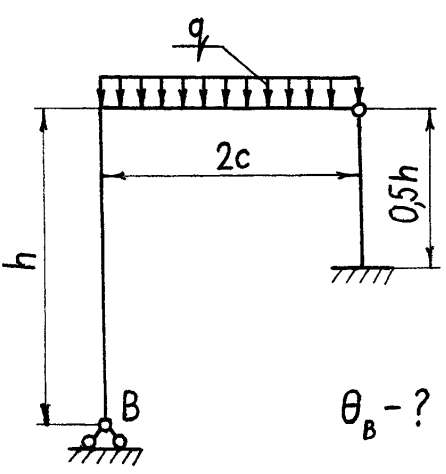
26



27



28



29

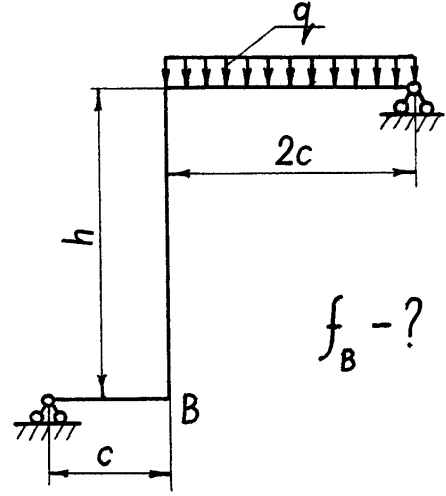
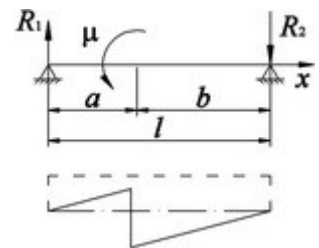
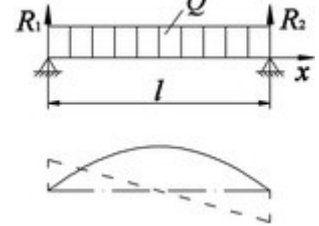
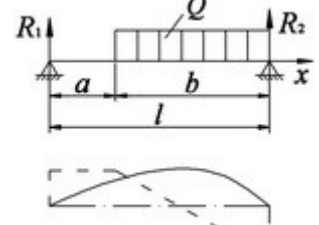
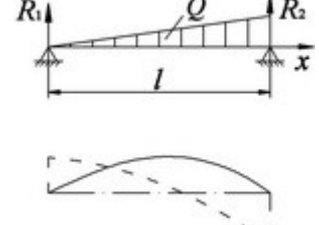
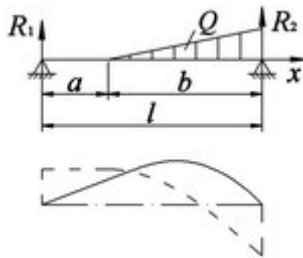


Рис. III-3

Элементы изгиба балки, свободно опертой на две опоры

Способ нагружения, эпюры	Опорные реакции	Изгибающие моменты	Углы поворота поперечных сечений
 <p>Сосредоточенный груз в середине пролета</p>	$R_1 = -\frac{P}{2};$ $R_2 = -\frac{P}{2}$	$M = -Pl \left[\frac{x}{2l} - \int_{l/2}^x \left(\frac{x}{l} - 0,5 \right) dx \right];$ $M_{\max} = -\frac{Pl}{4} \text{ при } x = \frac{l}{2}$	$\omega' = \frac{Pl^2}{16EI} \text{ при } x = 0;$ $\omega' = -\frac{Pl^2}{16EI} \text{ при } x = l$
 <p>Сосредоточенный груз в пролете</p>	$R_1 = -P \frac{b}{l};$ $R_2 = -P \frac{a}{l}$	$M = -Pl \left[\frac{b}{l} \frac{x}{l} - \int_a^x \left(\frac{x-a}{l} \right) dx \right];$ $M_{\max} = -\frac{Pab}{l} \text{ при } x = a$	$\omega' = \frac{Pab}{6EI} \left(1 + \frac{b}{l} \right) \text{ при } x = 0;$ $\omega' = -\frac{Pab}{6EI} \left(1 + \frac{a}{l} \right) \text{ при } x = l$
 <p>Два симметричных сосредоточенных груза</p>	$R_1 = R_2 = -P$	$M = -Pl \left[\frac{x}{l} - \int_a^x \frac{x-a}{l} dx - \int_b^x \frac{x-b}{l} dx \right];$ $M_{\max} = -Pa \text{ при } a \leq x \leq b$	$\omega' = \frac{Pab}{2EI} \text{ при } x = 0;$ $\omega' = -\frac{Pab}{2EI} \text{ при } x = l$
 <p>Сосредоточенный момент на опоре</p>	$R_1 = -\frac{\mu}{l};$ $R_2 = \frac{\mu}{l}$	$M = -\mu \frac{x}{l};$ $M_{\max} = -\mu \text{ при } x = l$	$\omega' = \frac{\mu l}{6EI} \text{ при } x = 0;$ $\omega' = -\frac{\mu l}{3EI} \text{ при } x = l;$ $\omega_c' = -\frac{\mu}{lG\omega_c}$

 <p>Сосредоточенный момент в пролете</p>	$R_1 = -\frac{\mu}{l};$ $R_2 = \frac{\mu}{l}$	$M = -\mu \frac{x}{l} \text{ при } x \leq a;$ $M = \mu \left(1 - \frac{x}{l}\right) \text{ при } x \geq a;$ $M_{\max} = \mu \frac{a}{l} \text{ при } a \geq b \text{ или}$ $M_{\max} = \mu \frac{b}{l} \text{ при } a \leq b$	$\omega' = \frac{\mu}{6EI} \left(1 - 3 \frac{b^2}{l^2}\right) \text{ при } x = 0;$ $\omega' = \frac{\mu}{6EI} \left(1 - 3 \frac{a^2}{l^2}\right) \text{ при } x = l;$ $\omega' = \frac{\mu}{6EI} \left(3 \frac{ab}{l^2} - 1\right) \text{ при } x = a;$ $\omega_c' = -\frac{\mu}{lG\omega_c}$
 <p>Равномерно распределенная нагрузка по всему пролету</p>	$R_1 = R_2 = -\frac{1}{2}Q$	$M = -\frac{Ql}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right);$ $M_{\max} = -\frac{Ql}{8} \text{ при } x = \frac{1}{2}l$	$\omega' = \frac{Ql^2}{24EI} \text{ при } x = 0;$ $\omega' = -\frac{Ql^2}{24EI} \text{ при } x = l$
 <p>Равномерно распределенная нагрузка на части пролета</p>	$R_1 = -\frac{Qb}{2l};$ $R_2 = -Q \left(1 - \frac{b}{2l}\right)$	$M = -\frac{Ql}{2} \left[\frac{bx}{l} - \frac{(x-a)^2}{2b}\right];$ $M_{\max} = -\frac{Qb}{8} \left(1 + \frac{a}{l}\right)^2 \text{ при } x = a + \frac{b^2}{2l}$	$\omega' = \frac{Qlb}{24EI} \left(1 + 2\frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2}\right) \text{ при } x = 0;$ $\omega' = -\frac{Qlb}{24EI} \left(1 + \frac{a}{l}\right)^2 \text{ при } x = l$
 <p>Нагрузка по треугольнику на всем пролете</p>	$R_1 = -\frac{Q}{3};$ $R_2 = -\frac{2}{3}Q$	$M = -\frac{Ql}{3} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l}\right)^3\right];$ $M_{\max} = -0,1283Ql \approx -\frac{Ql}{7,8} \text{ при } x = 0,577l$	$\omega' = \frac{7}{180} \frac{Ql^2}{EI} \text{ при } x = 0;$ $\omega' = -\frac{2}{45} \frac{Ql^2}{EI} \text{ при } x = l$

 <p data-bbox="191 436 462 548">Нагрузка по треугольнику на части пролета</p>	$R_1 = -\frac{Qb}{3l};$ $R_2 = -Q\left(1 - \frac{1}{3}\frac{b}{l}\right)$	$M = -\frac{Ql}{3}\left[\frac{bx}{l} - \frac{(x-a)^3}{3lb^2}\right];$ $M_{\max} = -\frac{Qb}{3}\left[\frac{a}{l} + \frac{2}{3\sqrt{3}}\left(\frac{b}{l}\right)^{3/2}\right] \text{ при}$ $x = a + \sqrt{\frac{b^3}{3l}}$	$\omega' = \frac{Qlb}{180EI}\left(7 + 6\frac{a}{l} - 3\frac{a^2}{l^2}\right) \text{ при}$ $x = 0;$ $\omega' = -\frac{Qlb}{180EI}\left(8 + 9\frac{a}{l} + 3\frac{a^2}{l^2}\right) \text{ при}$ $x = l$
--	---	--	---