Материалы к теме: сетевое планирование и управление

1. Сетевой график и его характеристики.

В планировании и управлении сложными проектами высокоэффективными являются сетевые методы.

Основу сетевой модели составляет сетевой график. Пример сетевого графика показан на рис.1.

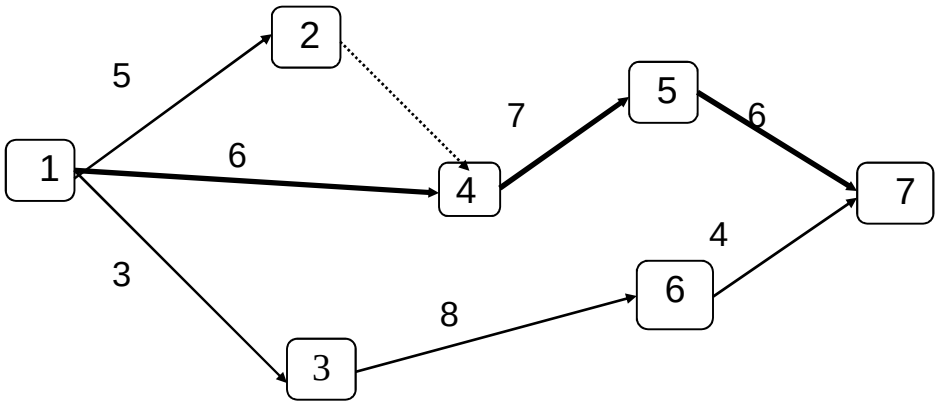

Рис. 1. Сетевой график

Основными понятиями сетевого графика являются работа (обозначается на графике стрелками), события (обозначаются на графике обведенными цифрами), путь.

Под термином “работа” подразумевается:

а) действительная работа, то есть процесс, требующий затрат времени, труда и других материальных ресурсов;

на рис.1 действительные работы представлены сплошными стрелками, цифры над ними - время выполнения работы;

б) “ожидание” - пассивный процесс, требующий только затрат времени, но не затрат труда и других средств; обозначается также сплошными стрелками;

в) “зависимость” или “фиктивная” работа - изображение логической связи между двумя или несколькими работами - не требует затрат труда, материальных ресурсов и времени;

на рис. 1 представлена пунктирной стрелкой; при переходе от события 1 к событию 2 необходимо выполнить две работы длительностью 5 и 6 единиц времени, для отражения этого факта вводится фиктивное событие 4 и фиктивная работа нулевой продолжительности. Событие определяет окончание одной или нескольких работ. Событие, в отличие от работы, не имеет длительности и не сопровождается затратами времени и ресурсов. На сетевых графиках каждому событию присваивается номер. Любая работа - стрелка соединяет два события. Событие, из которого стрелка выходит, называется начальным или предшествующим по отношению к данной работе. Событие, в которое стрелка входит, является конечным или последующим. На рис. 1 работа длительностью 7 единиц времени имеет в качестве начального событие 4 и в качестве конечного событие 5.

В сетевом графике событие, которое не имеет предшествующих работ, называется исходным (событие 1 на рис.1), не имеющее последующих работ - конечным или завершающим (событие 7 на рис.1), все остальные - промежуточными (события 2, 3, 4, 5, 6 на рис.1).

Любая технологическая последовательность работ образует путь в сетевом графике. Путь, ведущий от исходного события к завершающему, называется полным.

Продолжительность любого пути равна сумме продолжительностей составляющих его работ. Самый длинный полный путь называют критическим (на рис. 1 выделен жирными стрелками). Критическими также называют события и работы, лежащие на этом пути.

Пути, имеющие продолжительность меньше критической, но близкие к ней называются под критическими и субкритическими. Определяются для сложных сетевых графиков, содержащих большое количество событий и работ.

2. Построение сетевого графика

Пусть необходимо построить сетевой график выполнения работ по матрице, в которой указаны длительности выполнения каждой работы.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	0	3	5	2	-	-	-	-	-	-
2	-	0	-	-	6	-	-	-	-	-
3	-	-	0	7	-	4	-	-	-	-
4	-	-	-	0	5	3	7	-	-	-
5	-	-	-	-	0	-	-	3	-	-
6	-	-	-	-	-	0	4	-	6	-
7	-	-	-	-	-	-	0	2	7	5
8	-	-	-	-	-	-	-	0	-	5
9	-	-	-	-	-	-	-	-	0	2
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0

Приступая к построению сетевого графика, следует вначале установить работы, которые: должны быть завершены раньше, чем начинается данная работа (предшествующие работы); могут быть начаты после завершения данной работы (последующие работы). Далее для каждого из 10 событий следует провести входящие стрелки из предшествующих событий и выходящие к последующим.

Первоначальный вариант сетевого графика, построенного по матрице, приведен на рис. 2.

Упорядочение сетевого графика заключается в таком расположении событий и работ, при котором все работы-стрелки направлены только слева направо. В каждом вертикальном слое упорядоченного графика находятся события, имеющие предшествующие события только в слоях, расположенных левее.

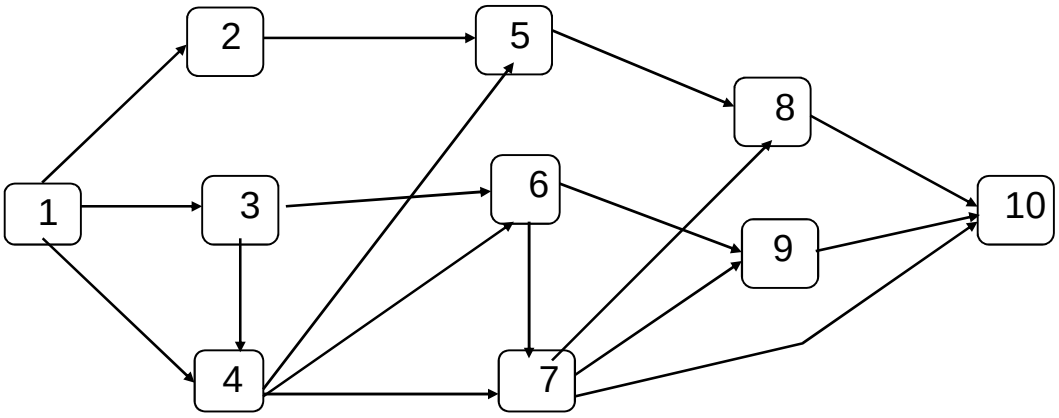

Рис. 2. Первоначальный сетевой график

Для выделения слоев и полного упорядочения нашего графика проделаем следующие. События, не имеющие предыдущих работ, называются исходными. Поместив в первый слой исходное событие 1, мысленно вычеркнем на рис. 2 это событие и выходящие из него стрелки. Тогда без входящих стрелок останутся события 2 и 3. Они образуют второй слой. Вычеркнув мысленно события 2 и 3 с выходящими из них стрелками, обнаружим, что без входящих стрелок остается событие 4, которое образует третий слой. Продолжая процедуру вычеркивания, получим четвертый слой с событиями 5 и 6, пятый - с событием 7, шестой с событиями 8 и 9 и седьмой с конечным событием 10 (рис.3). Далее остается над стрелками указать цифры, соответствующие временам выполнения каждой работы.

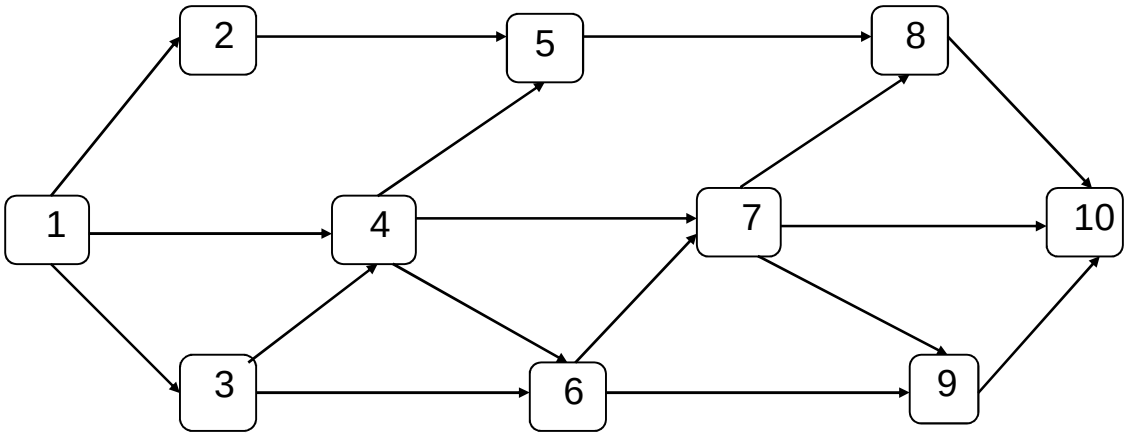

Рис.3. Упорядоченный сетевой график.

3. Расчет сетевого графика.

Расчет сетевого графика заключается в определении продолжительности критического пути и работ, лежащих на нем; наиболее ранних из возможных и наиболее поздних из допустимых сроков начала и окончания работ; всех видов резервов времени работ, не лежащих на критическом пути.

Используем следующие обозначения:

Ti,j - продолжительность данной работы i-j;

Ti,j(р.н) - раннее время начала работы i-j;

Ti,j(р.о) - раннее время окончания работы i-j;

$T_{i,j}$(п.н) - позднее начало работы i-j;

$T_{i,j}$(п.о) - позднее окончание работы i-j;

$R_{i,j}$(с) - свободный резерв времени на работы i-j;

$R_{i,j}$(п) - полный резерв времени работы i-j.

Время раннего и позднего начала работ, у которых начальным событием является исходное событие сетевой модели, равно 0.

Раннее начало всех остальных работ равно

$$T_{i,j}(\text{р.н}) = \max_{k} [T_k(\text{р.о}) + T_{k,i}]$$

где T_k(р.о) - раннее окончание предшествующего события, соединенного с событием i единственной работой.

Раннее окончание работы равно сумме раннего начала работы и длительности выполнения самой работы.

Поздним временем окончания всех работ является длительность критического пути Ткр.

Для всех остальных работ вначале определяется позднее время окончания работы, а затем вычитанием из нее длительности выполнения работы находится позднее время начала работы.

Полный резерв времени работы равен

$$R_{i,j}(\text{п}) = T_j(\text{п}) - T_i(\text{р}) - T_{i,j},$$

где T_j(п) - позднее время наступления события j,

T_i(р)=$T_{i,j}$(р.н.) - раннее время наступления события i.

Позднее время наступления события j определяется как

$$T_j(\text{п}) = T_{\text{кр}} - T[h(j)], \text{ где}$$

T[h(j)] - максимальный, следующий за событием j путь.

Свободный резерв времени работы равен

$$R_{i,j}(\text{п}) = T_j(\text{р}) - T_i(\text{р}) - T_{i,j},$$

где T_j(р) - раннее время наступления события j.

Проиллюстрируем методику расчета на примере сетевого графика, представленного на рис. 4.

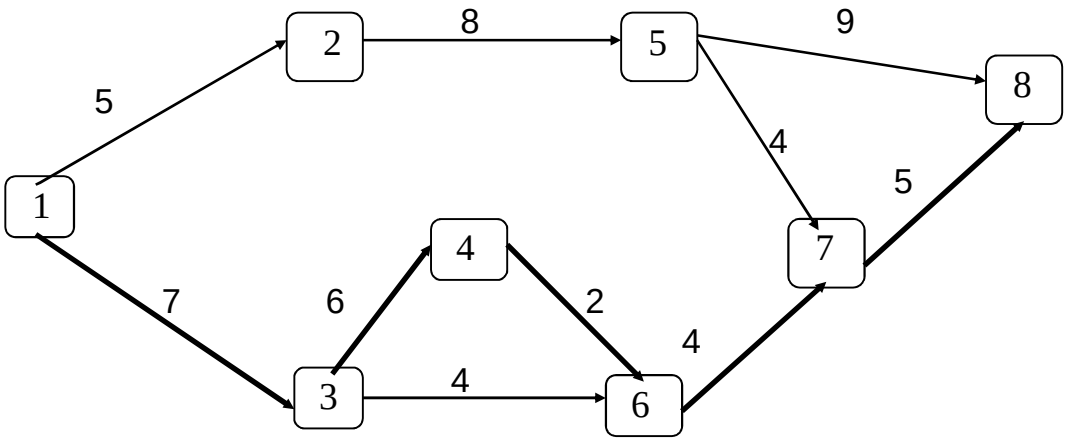

Рис. 4. Сетевой график

Результаты расчета заносятся в таблицу:

Табл. 1.

код i	работ j	Ti,j (р.н)	Ti,j	Ti,j (р.о.)	Ti,j (п.н)	Ti,j	Ti,j (п.о)	Ri,j (п)	T[h(j)]	Ri,j (с)	крит. путь
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	2	0	5	5	2	5	7	2	5	0	
1	3	0	7	7	0	7	7	0	7	0	1,3
2	5	5	8	13	7	8	15	2	13	0	
3	4	7	6	13	7	6	13	0	13	0	3,4
3	6	7	4	11	11	4	15	4	15	4	
4	6	13	2	15	13	2	15	0	15	0	4,6
5	7	13	4	17	15	4	19	2	19	2	
5	8	13	9	22	15	9	24	2	24	2	
6	7	15	4	19	15	4	19	0	19	0	6,7
7	8	19	5	24	19	5	24	0	24	0	7,8

По данным сетевой модели заполняются графы таблицы в следующей последовательности: **1, 2, 4, 7.** Запись работ в графы **1** и **2** ведется в строгой последовательности по возрастающим номерам начальных событий работ. Далее определяются времена раннего начала работ - графа **3**. Графа 5 получается суммированием значений граф **3** и **4**.

Далее заполняется графа **8**. Позднее окончание завершающей работы равно ее раннему окончанию. Время позднего начала всех остальных работ определяется как разность между поздним окончанием последующего события работы и временем выполнения самой работы. Если работа имеет несколько последующих, то результатом является минимальное значение из всех полученных разностей.

Значения графы **6** определяется как разность граф **8** и **7** по соответствующим строкам.

Последним этапом расчетов является вычисление резервов времени по каждой работе и запись соответствующих значений в графы **9, 10, 11.** На критическом пути лежат работы, полный резерв времени которых равен 0. Они отмечаются в графе **12.**