1) На множестве всех вещественных непрерывных функций, заданных на отрезке [a, b], определены бинарные отношения R1, R2, согласно которым f(x)R1g(x) ⇔ f(a) = g(a), f(b) = g(b); f(x)R2g(x) ⇔ f(c) ≠ g(c) ∀c ∈ [a, b];. Найдите $R_1^2, R_2^2, R_1R_2, R_2R_1$.

2) Доказать, что отображение $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \to \dfrac{az+b}{cz+d}$, где a, b, c, d ∈ C, ad – bc ≠ 0, является гомоморфизмом. Найти ядро этого гомоморфизма.

3) Пусть n, m ≥ 2 — натуральные числа и Sn,m = SLn(Z; mZ) — подмножество в SLn(Z), состоящее из матриц вида E + Xm, где X — целочисленная квадратная матрица размера n. Доказать, что a) Sn,m — нормальная подгруппа в SLn(Z); б) SLn(Z)/Sn,p ≅ SLn(Z/pZ), где p — простое число.

4) Перечислить все кольца с единицей, в которых ровно четыре элемента (не предполагая ассоциативности и коммутативности).

5) В факторкольце Q[x]/(x2 – x + 1) найти смежный класс, обратный к 3x3 – 2x2 + x + 2 + (x2 – x + 1).

6) Для поля $\mathbf{F}_{81}$ найти неприводимый полином из $\mathbf{F}_3[x]$, корень α которого порождает группу $\mathbf{F}_{81}^*$. Выписать все степени α как полиномы от α степени меньше 2.