

Методические указания

Теория вероятностей и математическая статистика

Сыктывкар, 2011

Глава 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей	3
Глава 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей	3
Глава 2. Повторные независимые испытания	7
Глава 3. Случайные величины	10
Домашняя контрольная работа	17

Глава 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей

- 1.1. Три человека стреляют по мишени. Событие A состоит в том, что в мишень попал первый стрелок. Событие B — попал второй. Событие C — попал третий. Используя операции с событиями, запишите события: 1) попал только один стрелок; 2) попали только два стрелка; 3) попали хотя бы два стрелка; 4) попал хотя бы один стрелок; 5) попали все.
- 1.2. В урне находятся 5 шариков — 3 белых и 2 черных. Наудачу вынимаются 3 шарика. Найти вероятность того, что среди трех шариков: 1) будут 2 белых и 1 черный шарик; 2) будут 3 белых шарика; 3) будет хотя бы 1 белый шарик; 4) будет хотя бы 1 черный шарик.
- 1.3. Из колоды карт (36) наудачу вынимаются 3 карты. Найти вероятность того, среди них окажется: а) точно один туз; б) хотя бы один туз. Ответ: а) 0,278; б) 0,305.
- 1.4. (Гмурман В.Е., 3) Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное двузначное число; б) случайно названное двузначное число, цифры которого различны. Ответ: а) $1/90$; б) $1/81$.
- 1.5. Колоду карт (36) наудачу разделяют на две равные части. Чему равна вероятность того, что в обеих частях окажется по равному числу красных и черных карт.
- 1.6. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найдите вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными. Ответ: 0,264.
- 1.7. (Кремер Н.Ш., 1.38) Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5)? Ответ: $1/P_5 = 1/5! = 1/120$.
- 1.8. (Кремер Н.Ш., 1.39) Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются четыре билета, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся: а) четыре девушки; б) четыре юноши; в) три юноши и одна девушка? Ответ: а) $C_{15}^4 / C_{25}^4 = 0,108$; б) $C_{10}^4 / C_{25}^4 = 0,0166$; в) $C_{15}^1 C_{10}^3 / C_{25}^4 = 0,142$.
- 1.9. (Кремер Н.Ш., 1.40) Из 20 сбербанков 10 расположены за чертой города. Для обследования случайным образом отобрано 5 сбербанков. Какова вероятность того, что среди отобранных окажется в черте города: а) 3 Сбербанка; б) хотя бы один? Ответ: а) $C_{10}^3 C_{10}^2 / C_{20}^5 = 0,348$; б) $1 - C_{10}^5 / C_{20}^5 = 0,984$.
- 1.10. (Кремер Н.Ш., 1.44) Для проведения соревнования 16 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по восемь команд в каж-

дой). Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: а) в разных подгруппах; б) в одной подгруппе. Ответ: а) $C_2^1 C_{14}^7 / C_{16}^8 = 0,533$; б) $(C_{14}^8 + C_2^2 C_{14}^6) / C_{16}^8 = 0,467$.

- 1.11. (Кремер Н.Ш., 1.45) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что он его знает. Какова вероятность того, что студент: а) сдаст зачет; б) не сдаст зачет? Ответ: а) $(C_{19}^2 C_5^1 + C_{19}^3) / C_{24}^3 = 0,901$; б) 0,099.
- 1.12. Имеются две урны с шариками. Причем в первой урне находятся 4 белых и 3 черных шарика. Во второй — 5 белых и 4 черных шарика. Из каждой урны на удачу вынимаются по 2 шарика. Найти вероятность того, что среди вынутых шариков а) все шарика белые; б) ровно 3 белых; в) хотя бы один белый. Ответ: 5/63; б) 20/63; в) 41/42.
- 1.13. В семье капитана голубоглазые и кареглазые дети. Когда капитан возвращается из плавания, его на пристани всегда встречают 2 ребенка. С вероятностью 0,5 встречают голубоглазые дети. Сколько детей в семье капитана и сколько из них голубоглазых? Ответ: 4 и 3, 21 и 15.
- 1.14. (Кремер Н.Ш., 1.48) В старинной игре в кости необходимо было для выигрыша получить при бросании трех игральных костей сумму очков, превосходящую 10. Найти вероятности: а) выпадения 11 очков; б) выигрыша. Ответ: а) 0,125; б) 0,5.
- 1.15. (Кремер Н.Ш., 1.51) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него квадрата? Ответ: 0,637.
- 1.16. В центре квадратной площадки со стороной 20 м расположен низкий фонарь, освещающий круг радиуса 10 м. Поздно вечером, когда уже стемнело, где-то на площадке выронили телефон. Какова вероятность, что телефон не виден?
- 1.17. (Кремер Н.Ш., 1.54) Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе отделение - 0,9 и в третье — 0,8. Найти вероятность следующих событий: а) только одно отделение получит газеты вовремя; б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием. Ответ: а) 0,032; б) 0,316.
- 1.18. (Кремер Н.Ш., 1.62) Среди 15 лампочек 4 стандартные. Одновременно берут наудачу 2 лампочки. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них нестандартная. Ответ: 0,476.
- 1.19. (Кремер Н.Ш., 1.64) В коробке 10 красных, 3 синих и 7 желтых карандашей. Наудачу вынимают 3 карандаша. Какова вероятность того, что они все: а) разных цветов; б) одного цвета? Ответ: а) 0,184; б) 0,137.

- 1.20. (Кремер Н.Ш., 1.68) На полке стоят 10 книг, среди которых 3 книги по теории вероятностей. Наудачу берутся три книги. Какова вероятность, что среди отобранных хотя бы одна книга по теории вероятностей? Ответ: $1 - C_7^3 / C_{10}^3 = 0,708$.
- 1.21. (Кремер Н.Ш., 1.69) На связке 5 ключей. К замку подходит только один ключ. Найти вероятность того, что потребуется не более двух попыток открыть замок, если опробованный ключ в дальнейших испытаниях не участвует. Ответ:
- 1.22. (Кремер Н.Ш., 1.70) В магазине продаются 10 телевизоров, 3 из них имеют дефекты. Какова вероятность того, что посетитель купит телевизор, если для выбора телевизора без дефектов понадобится не более трех попыток? Ответ: 0,992.
- 1.23. (Кремер Н.Ш., 1.71) Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2, второй — 0,3, третий — 0,4. События, состоящие в том, что данный вызов будет услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит вызов радиста. Ответ: 0,664.
- 1.24. (Кремер Н.Ш., 1.80) Батарея, состоящая из 3 орудий, ведет огонь по группе, состоящей из 5 самолетов. Каждое орудие выбирает себе цель случайно и независимо от других. Найти вероятность того, что все орудия будут стрелять: а) по одной и той же цели; б) по разным целям. Ответ: а) $5/5^3 = 0,04$; б) $C_5^3 \cdot 3!/5^3 = 0,48$.
- 1.25. (Гмурман В.Е., 22) В «секретном» замке на общей оси четыре диска, каждый из которых разделен на пять секторов, на которых написаны различные цифры. Замок открывается только в том случае, если диски установлены так, что цифры на них составляют определенное четырехзначное число. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок будет открыт. Ответ: $1/5^4$.
- 1.26. (Гмурман В.Е., 24) По цели произведено 20 выстрелов, причем зарегистрировано 18 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель. Ответ: 0,9.
- 1.27. (Гмурман В.Е., 25) При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 приборов. Ответ: 180.
- 1.28. (Гмурман В.Е., 47) В ящике 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того. Что хотя бы одна деталь из взятых деталей окрашена. Ответ:
- 1.29. (Гмурман В.Е., 65) Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу выбранные билета окажутся выигрышными. Ответ:

- 1.30. (Гмурман В.Е., 71) По данным переписи населения (1891г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья (AB) составили 5% обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ($A\bar{B}$) – 7,9%, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ($\bar{A}B$) – 8,9%, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ($\bar{A}\bar{B}$) – 78,2%. Найти связь между цветом глаз отца и сына. Ответ:
- 1.31. (Гмурман В.Е., 82) Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить четыре бомбы, вероятности попадания которых соответственной равны: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7. Ответ:
- 1.32. Аналитики оценили вероятность возвращения банку кредита: для финансовых структур эта вероятность составляет 0,99; для физических лиц 0,9; в остальных случаях 0,95. Найти вероятность невозвращения кредита, если кредиты, предоставляемые банком, финансовым структурам, составляют – 10%, а физическим лицам – 60% всех кредитов. Ответ: 0,076.
- 1.33. Клиент с вероятностью 0,8 заключит сделку, если он получит денежный перевод в ближайшие три дня. Если он получит перевод позднее, но не позже, чем через неделю, вероятность заключения сделки равна 0,5. Вероятность того, что денежный перевод дойдет не дольше, чем за три дня, равна 0,3; не дольше чем за неделю – 0,8. Какова вероятность заключения сделки? Ответ: 0,49.
- 1.34. Первый этап проекта будет выполнен в срок с вероятностью 0,7; с задержкой до 10 дней – с вероятностью 0,2; с задержкой от 10 до 15 дней – с вероятностью 0,1. Весь проект будет закончен своевременно с вероятностями 0,9; 0,7; 0,6 соответственно (т.е. проект будет закончен в срок с вероятностью 0,9, если первый этап будет выполнен вовремя и т.д.). Найти вероятность того, что проект не удастся закончить в срок.
- 1.35. (Кремер Н.Ш., 1.73) В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй — 85%, третьей — 75%. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется нестандартным; б) приобретенное изделие оказалось стандартным. Какова вероятность того, что оно изготовлено третьей фирмой? Ответ: 0,1725; 0,317.
- 1.36. (Кремер Н.Ш., 1.75) Вероятность изготовления изделия с браком на данном предприятии равна 0,04. Перед выпуском изделие подвергается упрощенной проверке, которая в случае бездефектного изделия пропускает его с вероятностью 0,96, а в случае изделия с дефектом — с вероятностью 0,05. Определить: а) какая часть изготовленных изделий выходит с предприятия; б) какова вероятность того, что изделие, выдержавшее упрощенную проверку, бракованное?

Глава 2. Повторные независимые испытания

- 2.1. (Кремер Н.Ш., 2.14) В среднем пятая часть поступающих в продажу автомобилей некомплектны. Найти вероятность того, что среди десяти автомобилей имеют некомплектность: а) три автомобиля; б) менее трех. Ответ: а) 0,201; б) 0,677.
- 2.2. (Кремер Н.Ш., 2.15) Производится залп из шести орудий по некоторому объекту. Вероятность попадания в объект из каждого орудия равна 0,6. Найти вероятность ликвидации объекта, если для этого необходимо не менее четырех попаданий. Ответ: 0,544.
- 2.3. (Кремер Н.Ш., 2.16) В среднем по 15% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Найти вероятность того, что из десяти договоров с наступлением страхового случая будет связано с выплатой страховой суммы: а) три договора; б) менее двух договоров.
- 2.4. (Кремер Н.Ш., 2.18) В семье десять детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки равными между собой, определить вероятность того, что в данной семье: а) не менее трех мальчиков; б) не более трех мальчиков. Ответ: а) 0,945; б) 0,172.
- 2.5. (Кремер Н.Ш., 2.19) Два равносильных противника играют в шахматы. Что более вероятно: а) выиграть 2 партии из 4 или 3 партии из 6; б) не менее 2 партий из 6 или не менее 3 партий из 6? (Ничьи в расчет не принимаются.)
- 2.6. (Кремер Н.Ш., 2.20) В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное число денежных знаков, равна 0,0001. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено: а) три ошибочно укомплектованных пакета; б) не более трех ошибочно упакованных пакетов. Ответ: а) 0,0072; б) 0,9991.
- 2.7. По статистике в книжный магазин заходит поровну мужчин и женщин. Найти вероятность того, что из 10 посетителей магазина, находящихся в зале в данный момент, трое – женщин? Ответ: 15/128.
- 2.8. (Кремер Н.Ш., 2.22) В вузе обучаются 3650 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года, равна $1/365$. Найти: а) наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 мая, и вероятность такого события; б) вероятность того, что по крайней мере 3 студента имеют 1 мая день рождения. Ответ: а) 0,1251; б) 0,9971.
- 2.9. (Кремер Н.Ш., 2.23) Учебник издан тиражом 10 000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что: а) тираж содержит 5 бракованных книг; б) по крайней мере 9998 книг сброшюрованы правильно.

- 2.10. (Кремер Н.Ш., 2.25) Известно, что в среднем 60% всего числа изготавливаемых заводом телефонных аппаратов является продукцией первого сорта. Чему равна вероятность того, что в изготовленной партии окажется: а) 6 аппаратов первого сорта, если партия содержит 10 аппаратов; б) 120 аппаратов первого сорта, если партия содержит 200 аппаратов? Ответ: а) 0,2508; б) 0,0576.
- 2.11. (Кремер Н.Ш., 2.27) Аудиторную работу по теории вероятностей с первого раза успешно выполняют 50% студентов. Найти вероятность того, что из 400 студентов работу успешно выполнят: а) 180 студентов, б) не менее 180 студентов. Ответ: а) 0,0054; б) 0,9773.
- 2.12. (Кремер Н.Ш., 2.28) При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставный фонд свыше 100 млн руб. Найти вероятность того, что среди 1800 банков имеют уставный фонд свыше 100 млн руб.: а) не менее 300; б) от 300 до 400 включительно. Ответ: а) 0,998; б) 0,961.
- 2.13. (Кремер Н.Ш., 2.29) Сколько нужно взять деталей, чтобы наивероятнейшее число годных деталей было равно 50, если вероятность того, что наудачу взятая деталь будет бракованной, равна 0,1?
- 2.14. (Кремер Н.Ш., 2.30). Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,01. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 800 пассажиров и вероятность такого числа опоздавших.
- 2.15. (Кремер Н.Ш., 2.32) В результате проверки качества приготовленных для посева семян гороха установлено, что в среднем 90% всхожи. Сколько нужно посеять семян, чтобы с вероятностью 0,991 можно было ожидать, что доля взошедших семян отклонится от вероятности взойти каждому семени не более, чем на 0,03 (по абсолютной величине)?
- 2.16 (Кремер Н.Ш., 2.33) Вероятность того, что дилер, торгующий ценными бумагами, продаст их, равна 0,7. Сколько должно быть ценных бумаг, чтобы можно было утверждать с вероятностью 0,996, что доля проданных среди них отклонится от 0,7 не более, чем на 0,04 (по абсолютной величине)?
- 2.17. (Кремер Н.Ш., 2.34) У страховой компании имеются 10 000 клиентов. Каждый из них, страхуясь от несчастного случая, вносит 500 руб. Вероятность несчастного случая 0,0055, а страховая сумма, выплачиваемая пострадавшему, составляет 50 000 руб. Какова вероятность того, что: а) страховая компания потерпит убыток; б) на выплату страховых сумм уйдет более половины всех средств, поступивших от клиентов?
- 2.18 (Кремер Н.Ш., 2.36) Студент рассматриваемого вуза по уровню подготовленности с вероятностью 0,3 является «слабым», с вероятностью 0,5 — «средним», с вероятностью 0,2 — «сильным». Какова вероятность того, что из наудачу выбранных 6 студентов вуза: а) число «слабых»,

«средних» и «сильных» окажется одинаковым; б) число «слабых» и «сильных» окажется одинаковым? Ответ: а) 0,081; б) 0,213.

Формула Бернулли.

2.19. Из карточной колоды (36 штук) три раза подряд случайным образом вынимают одну карту с возвращением ее в колоду. Какова вероятность того, что два раза удастся вытянуть туза треф? Ответ: 0,0022.

2.20. Найти вероятность того, что как минимум два студента группы 12, состоящей из 24 человек, получит на экзамене по курсу «Экономическая теория» оценку «хорошо», если считать, что по 25% студентов получают оценку «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично». Ответ: 0,998.

Полиномиальная формула.

2.21. В мешке лежат три кубика: синий, оранжевый и белый. Из мешка кубики по одному извлекают 4 раза, причем после каждого извлечения кубик возвращался обратно в мешок. Определить вероятность того, что синий и оранжевый кубики извлекали не меньше, чем по одному разу каждый. Ответ: 0,518.

Формула Пуассона.

2.22. Продукцию каждый час проверяют на наличие брака, случайно выбирая 100 изделий. Какова вероятность, что в выборке ровно 2 бракованных изделия, если вероятность того, что изделие бракованное, равна 0,01? Вероятность того, что в выборке меньше двух бракованных изделий?

2.23. Замерщик пластиковых окон за год обслуживает 1000 заказов. Вероятность того, что он ошибся в замерах одного окна, составляет 0,01. Какова вероятность того, что по замерам этого работника будет за год изготовлено не меньше 3 бракованных окон?

2.24. Диспетчеру таксопарка за каждые 5 минут поступают в среднем 6 заказов. Найти вероятность того, что за три минуты не поступит ни одного заказа.

Формула Муавра – Лапласа.

2.25. Некий миллиардер разделил свое состояние на равные доли, пожертвовав на благотворительность неделимый остаток, и положил деньги в 50 разных банков. Вероятность того, что любой из банков в скором времени обанкротится, равна 0,3. Найти вероятность того, что миллионер лишится не более 20 долей своего капитала.

2.26. Сделки на электронной бирже осуществляются не чаще, чем раз в секунду. Каждую секунду в течение часа главный компьютер фиксирует одно из двух состояний: «проходит сделка» или «компьютер свободен». Вероятность зафиксировать сделку в любой момент времени равна 0,8. Найти вероятность того, что относительная частота регистрации сделки, вычисленная за час, отклонится от её вероятности не более, чем на 0,01.

Глава 3. Случайные величины

- 3.1. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.
- 3.2. (Кремер Н.Ш., 3.25) Вероятность поражения вирусным заболеванием куста земляники равна 0,2. Составить закон распределения числа кустов земляники, зараженных вирусом, из четырех посаженных.
- 3.3. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
- 3.4. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать дополнительные вопросы, как только студент обнаруживает незнание заданного вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой заданный дополнительный вопрос, равна 0,9. Требуется: а) составить закон распределения случайной дискретной величины X — числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель студенту; б) найти наивероятнейшее число m_0 заданных студенту дополнительных вопросов.
- 3.5. Экзаменатор задает студенту вопросы, пока тот правильно отвечает. Как только число правильных ответов достигнет четырех либо студент ответит неправильно, экзаменатор прекращает задавать вопросы. Вероятность правильного ответа на один вопрос равна $2/3$. Составить закон распределения числа заданных студенту вопросов.
- 3.6. (Кремер Н.Ш., 3.32) Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8 и уменьшается с каждым выстрелом на 0,1. Составить закон распределения числа попаданий в цель, если сделано 3 выстрела. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины. Ответ: 2,1; 0,61; 0,781.
- 3.7. Законы распределения двух случайных величин заданы следующим образом:

X:

x_i	-1	0	2
p_i	0,2	0,4	0,4

Y:

y_j	-2	1	1
p_j	0,3	0,6	0,1

- а) Найти распределение случайной величины $X \cdot Y$; б) Показать, что $X + X \neq 2 \cdot X$, но $M(X + X) = M(2 \cdot X)$.
- 3.8. Пусть X , Y , Z — случайные величины: X — выручка фирмы, Y — ее затраты, $Z = X - Y$ — прибыль. Найти распределение прибыли Z , если затраты и выручка независимы и заданы распределениями:

$$X:$$

x_i	3	4	5
p_i	1/3	1/3	1/3

$$Y:$$

y_j	1	2
p_j	1/2	1/2

- 3.9. Найти дисперсию дискретной случайной величины X —числа появлений события A в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления событий A в каждом испытании равна 0,2.
- 3.10. Найти дисперсию дискретной случайной величины X —числа появлений события A в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что $M(X) = 1,2$.
- 3.11. Дискретная случайная величина X имеет только два возможных значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Вероятность того, что X примет значение x_1 , равна 0,6. Найти закон распределения величины X , если математическое ожидание и дисперсия известны: $M(X)=1,4$; $D(X) = 0,24$. Ответ: 1 и 2.
- 3.12. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \left(\frac{3}{4}\right)x + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3} \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3} \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $(0, 1/3)$.

- 3.13. Случайная величина X задана на всей оси Ox функцией распределения $F(x) = \frac{1}{2} + (\arctg x)/\pi$. Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $(0, 1)$.
- 3.14. (Кремер Н.Ш., 3.69) Случайная величина распределена по закону Коши: $\varphi(x) = \frac{A}{1+x^2}$. Найти: а) коэффициент A ; б) функцию распределения; в) вероятность попадания случайной величины в отрезок $[-1;1]$. Существуют ли для данной случайной величины математическое ожидание и дисперсия?
- 3.15. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \sin 2x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{4} \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$.

- 3.16 (Кремер Н.Ш., 3.72) Случайная величина распределена по закону Симпсона (равнобедренного треугольника) на отрезке $[-3;3]$. Найти: а) выражение для плотности вероятности и функции распределения; б) матема-

тическое ожидание и дисперсию; в) вероятность попадания случайной величины в отрезок $[-3/2; 3]$ и показать ее на графиках плотности вероятности и функции распределения.

3.17. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ x - \frac{1}{2} & \text{при } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

3.18. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = 2x$ в интервале $(0, 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание величины X .

3.19. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = x/2$ в интервале $(0; 2)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание величины X .

3.20. Найти математическое ожидание случайной величины X , заданной функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x}{4} & \text{при } 0 < x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

3.21. Случайная величина X в интервале $(0, \pi)$ задана плотностью распределения $f(x) = 1/2 \sin x$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти дисперсию X .

3.22. Случайная величина X в интервале $(0, 5)$ задана плотностью распределения $f(x) = 2/25 \cdot x$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти дисперсию X .

3.23. Найти дисперсию случайной величины X , заданной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{при } -2 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

3.24. Случайная величина X в интервале $(2, 4)$ задана плотностью распределения $f(x) = -\left(\frac{3}{4}\right)x^2 + \left(\frac{9}{2}\right)x - 6$ вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти моду, математическое ожидание и медиану величины X .

Глава 4. Нормальный закон

- 4.1. (Кремер Н.Ш., 4.21) Коробки с конфетами упаковываются автоматически. Их средняя масса равна 540 г. Известно, что масса коробок с конфетами имеет нормальное распределение, а 5% коробок имеют массу, меньшую 500 г. Каков процент коробок, масса которых: а) менее 470 г; б) от 500 до 550 г; в) более 550 г; г) отличается от средней не более, чем на 30 г (по абсолютной величине)?
- 4.2. (Кремер Н.Ш., 4.19) Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. 1. Найти вероятность того, что цена акции: а) не выше 15,3 ден. ед.; б) не ниже 15,4 ден. ед.; в) от 14,9 до 15,3 ден. ед. 2. С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.
- 4.3. (Кремер Н.Ш., 4.29) Имеется случайная величина X , распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием a и дисперсией σ^2 . Требуется приближенно заменить нормальный закон распределения равномерным законом в интервале $(\alpha; \beta)$; границы α, β подобрать так, чтобы сохранить неизменными математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

Глава 5. Закон больших чисел и предельные теоремы

- 5.1. (Кремер Н.Ш., 6.9) Среднее изменение курса акции компании в течение одних биржевых торгов составляет 0,3%. Оценить вероятность того, что на ближайших торгах курс изменится более, чем на 3%.
- 5.2. (Кремер Н.Ш., 6.11) Электростанция обслуживает сеть на 1600 электроламп, вероятность включения каждой из которых вечером равна 0,9. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что число ламп, включенных в сеть вечером, отличается от своего математического ожидания не более чем на 100 (по абсолютной величине). Найти вероятность того же события, используя следствие из интегральной теоремы Муавра—Лапласа.
- 5.3. (Кремер Н.Ш., 6.16) Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0,7. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2000 студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.
- 5.4. (Кремер Н.Ш., 6.19) Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от математического ожидания их не превышало 50 (по абсолютной величине)? Решить задачу с помощью: а) неравенства Чебышева; б) интегральной теоремы Муавра—Лапласа.

Значения функции Пуассона $P_m(\lambda) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

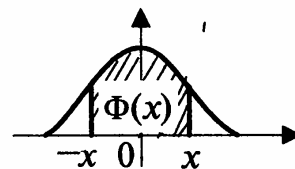
$\lambda \backslash m$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0,0905	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	0,1839
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613
4	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

$\lambda \backslash m$	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
0	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0573	0,0337	0,0189
5	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8	0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10	0,0000	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11	0,0000	0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12	0,0000	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0019
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004
23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Значения функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

Целые и десятичные доли x	Сотые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3725	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
4,2	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Значения функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$



Целые и деся- тые доли x	Сотые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0080	0,0160	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0,0797	0,0876	0,0955	0,1034	0,1113	0,1192	0,1271	0,1350	0,1428	0,1507
0,2	0,1585	0,1663	0,1741	0,1819	0,1897	0,1974	0,2051	0,2128	0,2205	0,2282
0,3	0,2358	0,2434	0,2510	0,2586	0,2661	0,2737	0,2812	0,2886	0,2960	0,3035
0,4	0,3108	0,3182	0,3255	0,3328	0,3401	0,3473	0,3545	0,3616	0,3688	0,3759
0,5	0,3829	0,3899	0,3969	0,4039	0,4108	0,4177	0,4245	0,4313	0,4381	0,4448
0,6	0,4515	0,4581	0,4647	0,4713	0,4778	0,4843	0,4907	0,4971	0,5035	0,5098
0,7	0,5161	0,5223	0,5285	0,5346	0,5407	0,5467	0,5527	0,5587	0,5646	0,5705
0,8	0,5763	0,5821	0,5878	0,5935	0,5991	0,6047	0,6102	0,6157	0,6211	0,6265
0,9	0,6319	0,6372	0,6424	0,6476	0,6528	0,6579	0,6629	0,6679	0,6729	0,6778
1,0	0,6827	0,6875	0,6923	0,6970	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	0,7287	0,7330	0,7373	0,7415	0,7457	0,7499	0,7540	0,7580	0,7620	0,7660
1,2	0,7699	0,7737	0,7775	0,7813	0,7850	0,7887	0,7923	0,7959	0,7984	0,8029
1,3	0,8064	0,8098	0,8132	0,8165	0,8198	0,8230	0,8262	0,8293	0,8324	0,8355
1,4	0,8385	0,8415	0,8444	0,8473	0,8501	0,8529	0,8557	0,8584	0,8611	0,8638
1,5	0,8664	0,8690	0,8715	0,8740	0,8764	0,8789	0,8812	0,8836	0,8859	0,8882
1,6	0,8904	0,8926	0,8948	0,8969	0,8990	0,9011	0,9031	0,9051	0,9070	0,9090
1,7	0,9109	0,9127	0,9146	0,9164	0,9181	0,9199	0,9216	0,9233	0,9249	0,9265
1,8	0,9281	0,9297	0,9312	0,9327	0,9342	0,9357	0,9371	0,9385	0,9392	0,9412
1,9	0,9426	0,9439	0,9451	0,9464	0,9476	0,9488	0,9500	0,9512	0,9523	0,9533
2,0	0,9545	0,9556	0,9566	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9616	0,9625	0,9634
2,1	0,9643	0,9651	0,9660	0,9668	0,9676	0,9684	0,9692	0,9700	0,9707	0,9715
2,2	0,9722	0,9729	0,9736	0,9743	0,9749	0,9756	0,9762	0,9768	0,9774	0,9780
2,3	0,9786	0,9791	0,9797	0,9802	0,9807	0,9812	0,9817	0,9822	0,9827	0,9832
2,4	0,9836	0,9841	0,9845	0,9849	0,9853	0,9857	0,9861	0,9865	0,9869	0,9872
2,5	0,9876	0,9879	0,9883	0,9886	0,9889	0,9892	0,9895	0,9898	0,9901	0,9904
2,6	0,9907	0,9910	0,9912	0,9915	0,9917	0,9920	0,9922	0,9924	0,9926	0,9928
2,7	0,9931	0,9933	0,9935	0,9937	0,9939	0,9940	0,9942	0,9944	0,9946	0,9947
2,8	0,9949	0,9951	0,9952	0,9953	0,9955	0,9956	0,9958	0,9959	0,9960	0,9961
2,9	0,9963	0,9964	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980
3,1	0,9981	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986
3,2	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,3	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,4	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
3,5	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
3,6	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998
3,7	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
4,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Домашняя контрольная работа

Для задания вариантов вычислите цифры a_1, a_2, a_3, a_4 . Цифры вычисляются по следующему правилу:

- a_1 — остаток от деления на 5 номера в алфавите первой буквы фамилии,
- a_2 — остаток от деления на 5 номера в алфавите первой буквы имени,
- a_3 — остаток от деления на 5 номера в алфавите первой буквы отчества,
- a_4 — остаток от деления на 5 года рождения.

Для удобства привожу алфавит

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я

Обращаю ваше внимание на то, что у всех должны получиться **целые** числа от 0 до 4-х. Перед решением следует переписать задачи с подставленными в них числами.

1. Среди $(20+a_1)$ студентов, среди которых $(10+a_2)$ девушек, разыгрываются $(3+a_3)$ билета, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся: а) a_3 юноши; б) a_4 девушки; в) 2 девушки и $(1+a_3)$ юноши.
2. В данный район изделия поставляются тремя фирмами в отношении $(a_1+1):(a_2+1):(a_3+1)$. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют $(5+a_1)*10\%$, второй — $(5+a_2)*10\%$, третьей — $(5+a_3)*10\%$. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется нестандартным; б) приобретенное изделие оказалось стандартным. Какова вероятность, что оно изготовлено третьей фирмой.
3. Известно, что в среднем $(4+a_4)*10\%$ всего числа изготавливаемых заводом телефонных аппаратов являются продукцией первого сорта. Чему равна вероятность того, что в изготовленной партии окажется: а) a_1 аппаратов первого сорта, если партия содержит (a_1+6) аппаратов; б) $(100+a_2)$ аппаратов первого сорта, если партия содержит $(190+a_3)$ аппаратов?
4. Случайная величина X задана следующим законом распределения:

x_i	-3	-2	0	1
P_i	$\frac{1+a_1}{4+a_1+a_2+a_3+a_4}$	$\frac{1+a_2}{4+a_1+a_2+a_3+a_4}$	$\frac{1+a_3}{4+a_1+a_2+a_3+a_4}$	$\frac{1+a_4}{4+a_1+a_2+a_3+a_4}$

Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднее квадратичное отклонение.

5. Случайная величина распределена по закону Симпсона (равнобедренного треугольника) на отрезке $[-(a_1+a_2); (a_3+a_4)]$. Найти: а) выражение для плотности вероятности и функции распределения; б) математическое ожидание и дисперсию; в) вероятность попадания случайной величины в отрезок $[-a_1; a_3]$ и показать ее на графиках плотности вероятности и функции распределения.
6. Заданы математическое ожидание $a=a_1$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma=1+a_2$ нормально распределенной случайной величины X . Найти: 1) вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу

$(1+a_3, 2+a_3+a_4)$; 2) вероятность того, что абсолютная величина отклонения X -а окажется меньше, чем $1+a_4$.

7. В некоторой местности климат весьма изменчив. Здесь никогда не бывает двух ясных дней подряд. Если сегодня ясно, то завтра с вероятностью

$\frac{1+a_1}{2+a_1+a_2}$ пойдет дождь или с вероятностью $\frac{1+a_2}{2+a_1+a_2}$ пойдет снег. Если сегодня дождь (или снег), то с вероятностью $\frac{1+a_3}{2+a_3+a_4}$ погода не изменится.

Если же она изменится, то в половине случаев снег заменяется дождем или наоборот, и лишь в половине случаев на следующий день будет ясная погода.

Требуется: а) принимая в качестве состояний цепи различные виды погоды Д, Я, С, выписать матрицу вероятностей перехода; б) построить граф состояний; в) определить вероятность хорошей погоды через три дня после дождя.

8. Заданы среднее квадратичное отклонение $\sigma=1+a_1$ нормально распределенной случайной величины X , выборочная средняя $\bar{x}=a_2$, объем выборки $n=50+a_3 \cdot 5$. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного мате-

матического ожидания a с заданной надежностью $\gamma = 1 - \frac{2+a_4}{100}$.

9. Найти выборочное уравнение прямой

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_b \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$$

регрессии Y на X по данной корреляционной таблице.

Y	X						n_j
	10	15	20	25	30	35	
6	$2+a_1$	$2+a_2$	-	-	-	-	$4+a_1+a_2$
12	-	$5-a_1$	$7-a_2$	-	-	-	$12-a_1-a_2$
18	-	-	$5+a_3$	$30-a_3-a_4$	$10-a_4$	-	$45-2a_4$
24	-	-	$7-a_1$	$10+a_1$	$8+a_4$	-	$25+a_4$
30	-	-	-	$5+a_2$	$6-a_2$	$3+a_4$	$14+a_4$
n_i	$2+a_1$	$7-a_1+a_2$	$19-a_1-a_2+a_3$	$45+a_1+a_2-a_3-a_4$	$24-a_2$	$3+a_4$	$n=100$