

## Контрольная работа

В задачах 1 – 10 проверить потенциальность плоского поля и вычислить работу силы при перемещении материальной точки единичной массы из точки А в точку В.

1.  $\vec{F} = (x^2 - y)\vec{i} + (y^2 - x)\vec{j}; A(-1,0), B(0,1)$ .
2.  $\vec{F} = (x + 3y)\vec{i} + (3x - 2y)\vec{j}; A(0,0), B(1,1)$ .
3.  $\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (y^2 + 2x)\vec{j}; A(-4,0), B(0,2)$ .
4.  $\vec{F} = (x + y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}; A(0,1), B(1,0)$ .
5.  $\vec{F} = 2y\vec{i} + (2x - y^2)\vec{j}; A(0, -1), B(1,0)$ .
6.  $\vec{F} = (2xy + y)\vec{i} + (x^2 + x)\vec{j}; A(-3,0), B(1,3)$ .
7.  $\vec{F} = (2xy - y^2)\vec{i} + (x^2 - 2xy)\vec{j}; A(0,0), B(1,2)$ .
8.  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (2xy - y^3)\vec{j}; A(0,0), B(1,1)$ .
9.  $\vec{F} = (6xy - x^2)\vec{i} + (3x^2 + 3y)\vec{j}; A(0,0), B(1, -1)$ .
10.  $\vec{F} = (x^2 - 2y)\vec{i} + (y^2 - 2x)\vec{j}; A(-2,0), B(0,1)$ .

В задачах 11 – 20 вычислить криволинейный интеграл 1) по замкнутому контуру в положительном направлении (против часовой стрелки);

2) используя формулу Грина:

11.  $\int_l (x - y^2)dy + (x^3 + 3y)dx; l: x=y, y=x^2$ .
12.  $\int_l ydx + (y + x^2)dy; l: y=1-x^2, y=0$ .
13.  $\int_l x^2 ydx + x^3 dy; l: x=y^2, y=x^2$ .
14.  $\int_l xy^2 dy - x^2 ydx; l: y=x, x=0, y=1$ .
15.  $\int_l 2xy^2 dx + x^2 ydy; l: y=x^3, x=0, y=1$ .
16.  $\int_l 3xydx + \frac{x^2}{2} dy; l: x=0, y=x-1, y=1-x$ .
17.  $\int_l 2x^2 y^2 dx + x^3 ydy; l: y=x^2, y=0, x=1$ .
18.  $\int_l (3x^2 y - y)dx + (x^3 + 3x)dy; l: y=x, x=1, y=0$ .
19.  $\int_l (5xy + 1)dx + (\frac{3}{2}x^2 + x)dy; l: x=0, y=0, y=1-x$ .
20.  $\int_l (4x^2 + y)dx + (2x - 3y^2)dy; l: x=0, y=0, x=1, y=x+1$ .

В задачах 21 – 30 найти общее решение для ДУ с разделяющимися переменными:

21.  $(1 - t) dy - y dt = 0$ .

26.  $y' = e^y / (t + 4)$ .

22.  $dt - \sqrt{1-t^2} dy = 0$ .

23.  $t\sqrt{1-y^2} dt + y\sqrt{1-t^2} dy = 0$ .

24.  $y' = y \cos t$ .

25.  $y' = t\sqrt{1-y^2}$ .

27.  $y' = (t^2 - t)(y^2 + 1)$ .

28.  $y' = e^{t+y}$ .

29.  $t\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{9+t^2} = 0$ .

30.  $(e^t + 3)dy + ye^t dt = 0$ .

**В задачах 31 – 40 решить задачу Коши для линейного уравнения:**

31.  $y' + \frac{y}{t} = \frac{1}{2}t^2 - 2t, \quad y(1) = 0$ .

36.  $y' + \frac{y}{t} = \frac{t+1}{t}, \quad y(1) = 1$ .

32.  $y' + y \operatorname{tg} t = \cos^2 t, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ .

37.  $y' + \frac{y}{t+1} = -2t^3, \quad y(1) = \frac{1}{2}$ .

33.  $y' - \frac{y}{t+2} = t^2 + 2t, \quad y(-1) = 3/2$ .

38.  $y' - \frac{y}{t-2} = 8 - 4t, \quad y(1) = -\frac{1}{2}$ .

34.  $y' - \frac{y}{t+3} = 5 + t, \quad y(2) = 4$ .

39.  $y' - \frac{y}{t+1} = (t+1)^3, \quad y(0) = \frac{1}{2}$ .

35.  $y' + \frac{y}{t} = t + t^2, \quad y(1) = 1/2$ .

40.  $y' - \frac{y}{t} = -\frac{2}{t^2}, \quad y(1) = 1$ .

**В задачах 41 – 50 найти частное решение линейного однородного ДУ второго порядка:**

41.  $y'' - 10y' + 16y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 2$ .

42.  $y'' + 2y' - 3y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -3$ .

43.  $y'' + 4y' - 5y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 2$ .

44.  $y'' - 2y' - 3y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -3$ .

45.  $y'' - 4y' - 12y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$ .

46.  $y'' - 10y' + 9y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$ .

47.  $y'' + 8y' + 12y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$ .

48.  $y'' - 6y' + 5y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1$ .

49.  $y'' - 8y' + 7y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$ .

50.  $y'' + 10y' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$ .

**В задачах 51 – 60 найти общее решение линейного ДУ второго порядка, используя метод подбора:**

51.  $y'' - 4y' + 3y = 4e^{3t}$ .

56.  $y'' - 3y' = t + 5$ .

52.  $y'' + 3y' = 3t + 2$ .

57.  $y'' - 2y' - 8y = 3e^{-t}$ .

53.  $y'' + 2y' - 15y = 3e^t$ .

58.  $y'' - 4y' = 2t - 3$ .

54.  $y'' + 2y' = 2t - 1$ .

59.  $y'' + 4y' + 3y = -e^{2t}$ .

55.  $y'' + y' - 2y = 4e^{2t}$ .

60.  $y'' + 2y' + y = 4e^{-2t}$ .

**В задачах 61 – 70 для данных рядов найти а) радиус сходимости и указать область сходимости ряда; б) выписать первые три члена ряда:**

$$61. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n n}{2n+1}.$$

$$66. \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n 7^n}{n \cdot 3^n}$$

$$62. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n \cdot 2^n}{5^n}.$$

$$67. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2+5}$$

$$63. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2+1}.$$

$$68. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-4)^n \sqrt{n}}{3^n}$$

$$64. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n+5}.$$

$$69. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n (x+4)^n}{\sqrt{2n+1}}$$

$$65. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n (x-1)^n}{3n+1}$$

$$70. \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^n \sqrt{n+1}}{6^n}$$

**В задачах 71 – 80** Найти первые пять (ненулевых) членов разложения в степенной ряд решения ДУ с заданными начальными условиями:

$$71. \quad y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 2$$

$$72. \quad y'' - xy' + y - 1 = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$$

$$73. \quad y' = y - x, \quad y(0) = 1$$

$$74. \quad y' = x + 2y, \quad y(0) = 1$$

$$75. \quad y' = 2x + y, \quad y(0) = -1$$

$$76. \quad y' - x^2 + y = 0, \quad y(0) = 1$$

$$77. \quad y'' - xy' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

$$78. \quad y' = x^2 - y, \quad y(0) = 1$$

$$79. \quad y'' = y' + xy, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -2$$

$$80. \quad y'' = y' - x^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

**В задачах 81 – 90** 1) разложить функцию  $f(x)$  в ряд Фурье с периодом, равным длине интервала задания функции. 2) Изобразить график суммы ряда  $S(x)$ . 3) Спектр амплитуд при помощи диаграмм:

$$81. \quad f(x) = \begin{cases} -3, & -1 < x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 1 \end{cases}.$$

$$86. \quad f(x) = \begin{cases} 5, & -2 < x \leq 1 \\ 0, & 1 < x \leq 2 \end{cases}.$$

$$82. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi/2 < x \leq 0 \\ 4, & 0 < x \leq \pi/2 \end{cases}.$$

$$87. \quad f(x) = \begin{cases} 2, & -1 < x \leq 0.5 \\ 0, & 0.5 < x \leq 1 \end{cases}.$$

$$83. \quad f(x) = \begin{cases} -3, & -3 < x \leq 0 \\ 5, & 0 < x \leq 3 \end{cases}.$$

$$88. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 3, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$$

$$84. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x \leq -1 \\ 3, & -1 < x \leq 2 \end{cases}.$$

$$89. \quad f(x) = \begin{cases} 3, & -4 < x \leq 2 \\ 0, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

$$85. \quad f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq -\pi/2 \\ -4, & -\pi/2 < x \leq \pi \end{cases}.$$

$$90. \quad f(x) = \begin{cases} 2, & -\pi < x \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < x \leq \pi \end{cases}.$$