

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 4

1. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге единичного радиуса, если на границе задается условие вида:

$$U(1, \varphi) = \cos^2(\varphi).$$

2. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа во внешности круга единичного радиуса, если на границе задается условие вида:

$$U(1, \varphi) = \sin^3(\varphi).$$

3. Решить задачу Неймана для уравнения Лапласа в круге единичного радиуса, если на границе задается условие вида:

$$\frac{\partial U(1, \varphi)}{\partial r} = \frac{1}{4} \cos^2(\varphi) + 2.$$

4. Решить задачу для уравнения Лапласа внутри кругового сектора $\{(r, \varphi) | 0 \leq r < 1, 0 < \varphi < \frac{\pi}{6}\}$ при следующих граничных условиях:

$$U(1, \varphi) = 11 \cos(24\varphi), \quad [0, \frac{\pi}{6}],$$

$$\frac{\partial U(r, 0)}{\partial \varphi} = \frac{\partial U(r, \pi/6)}{\partial \varphi} = 0, \quad r \in [0, 1].$$

5. Решить задачу для уравнения Лапласа внутри кругового сектора $\{(r, \varphi) | 0 \leq r < 1, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}\}$ при следующих граничных условиях:

$$U(1, \varphi) = 2 \sin(\varphi), \quad [0, \frac{\pi}{2}],$$

$$U(r, 0) = \frac{\partial U(r, \pi/2)}{\partial \varphi} = 0, \quad r \in [0, 1].$$