

Расчетно-графическая работа № 3

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

3.1. Задание

1. По заданному номеру варианта изобразить цепь, подлежащую расчету, выписать значения параметров элементов цепи.

2. Рассчитать фазное и линейное напряжения генератора, ток, фазное и линейное напряжения нагрузки, мощность, вырабатываемую генератором и расходуемую в нагрузке:

- а) в симметричном режиме;
- б) несимметричном режиме.

3. Рассчитать потенциалы всех точек и построить совмещенную топографическую диаграмму потенциалов, принимая потенциал нейтральной точки генератора равным нулю, и векторную диаграмму токов для симметричного и несимметричного режимов.

5. Определить аналитически и по топографической диаграмме напряжение между двумя заданными точками, записать мгновенное значение этого напряжения.

7. Составить уравнение баланса активных и реактивных мощностей генератора и нагрузки, проверить его выполнимость для симметричного и несимметричного режимов.

3.2. Выбор варианта и расчет параметров элементов цепи

1. По заданному номеру варианта изобразить цепь (рис. 3.1), подлежащую расчету, выписать значения параметров элементов.

2. В качестве источника задан симметричный трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой с прямой последовательностью чередования фаз. Величина ЭДС фазы $A E_A$ для четных вариантов выбирается равной 127 В, для нечетных вариантов – 220 В. Численные значения комплексных сопротивлений обмоток генератора в Омах рассчитываются по следующей формуле:

$$\underline{Z}_0 = 0,1(A_0 + jB_0),$$

где A_0 – сумма цифр номера варианта;

B_0 – разность цифр номера варианта (из первой цифры вычитается вторая; если число – однозначное, то B_0 равно номеру варианта).

Например, для варианта № 35 комплексное сопротивление обмоток генератора

$$\underline{Z}_0 = 0,1((3+5) + j(3-5)) = 0,1(8 - j2) = 0,8 - j0,2 \text{ Ом},$$

для варианта № 53

$$\underline{Z}_0 = 0,1((3+5) + j(5-3)) = 0,1(8 + j2) = 0,8 + j0,2 \text{ Ом},$$

для варианта № 88

$$\underline{Z}_0 = 0,1((8+8) + j(8-8)) = 0,1(16 - j0) = 1,6 \text{ Ом}.$$

3. Граф схемы, режим нейтрали, несимметричный режим и определяемое напряжение заданы в табл. 3.1.

4. Численные значения комплексных сопротивлений линии определяются по формулам:

$$\underline{Z}_{л_1} = |B_0| + jB_0; \quad \underline{Z}_{л_2} = |B_0 - B_1| + j(-B_1 + 5); \quad \underline{Z}_{л_3} = \frac{1}{|B_0|} + j\frac{1}{B_0},$$

где B_1 – первая цифра номера варианта (если число – однозначное, то B_1 равно номеру варианта).

5. Численные значения комплексных сопротивлений фазы определяются по формулам:

$$\underline{Z}_{\phi_1} = 10\underline{Z}_{л_1}; \quad \underline{Z}_{\phi_2} = 10\underline{Z}_{л_2}; \quad \underline{Z}_{\phi_3} = 10\underline{Z}_{л_3}.$$

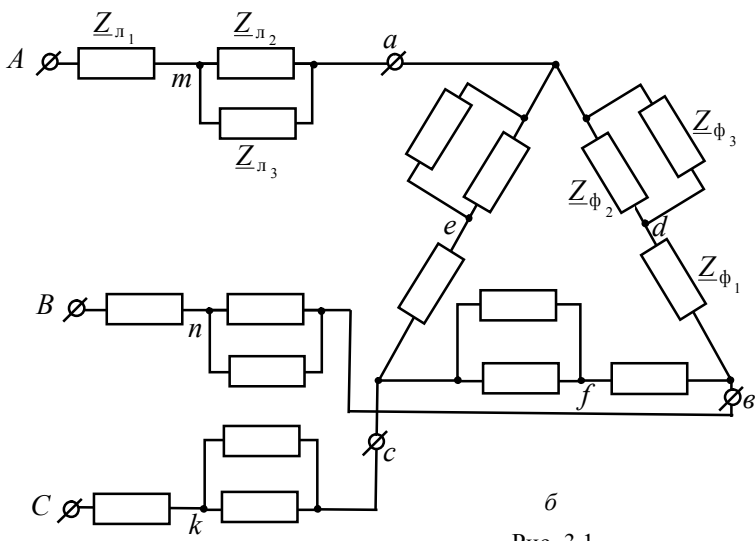
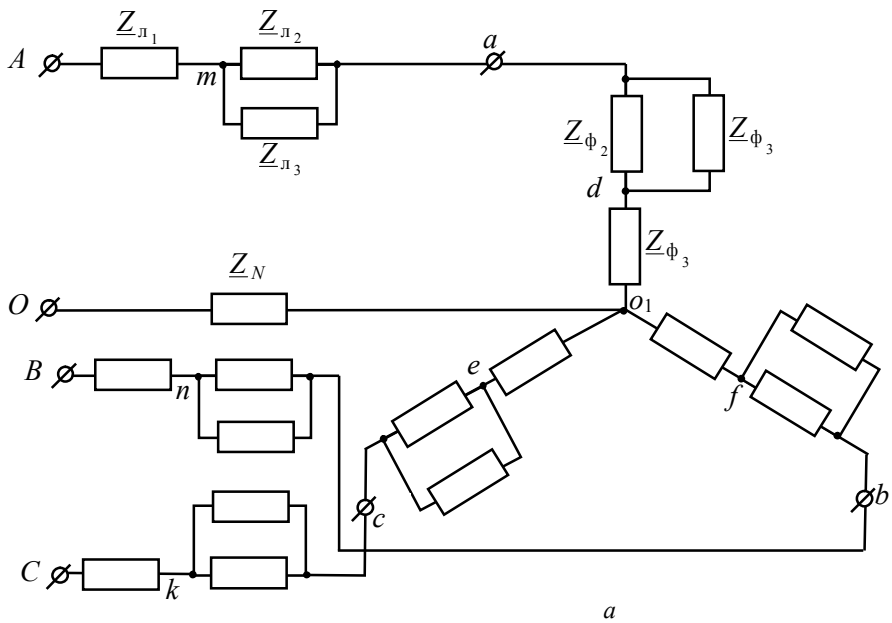


Рис. 3.1

Таблица 3.1

Вариант	Граф	\underline{Z}_N , Ом	Несимметричный режим	Напряжение
1, 34, 67	<i>a</i>	0	обрыв фазы <i>a</i>	u_{nf}
2, 35, 68	<i>b</i>	–	обрыв фазы <i>ab</i>	u_{mf}
3, 36, 69	<i>a</i>	10	короткое замыкание фазы <i>a</i>	u_{be}
4, 37, 70	<i>b</i>	–	обрыв линии <i>A</i>	u_{ed}
5, 38, 71	<i>a</i>	∞	обрыв фазы <i>b</i>	u_{mk}
6, 39, 72	<i>b</i>	–	обрыв фазы <i>bc</i>	u_{md}
7, 40, 73	<i>a</i>	$10 - j10$	обрыв фазы <i>c</i>	u_{mn}
8, 41, 74	<i>b</i>	–	обрыв линии <i>B</i>	u_{ed}
9, 42, 75	<i>a</i>	$10 + j10$	обрыв \underline{Z}_N и \underline{Z}_{ϕ_1} фазы <i>a</i>	u_{Ab}
10, 43, 76	<i>b</i>	–	обрыв фазы <i>ca</i>	u_{Af}
11, 44, 77	<i>a</i>	$-j10$	обрыв $\underline{Z}_{л_1}$ линии <i>A</i>	u_{On}
12, 45, 78	<i>b</i>	–	обрыв линии <i>C</i>	u_{eA}
13, 46, 79	<i>a</i>	$j10$	обрыв \underline{Z}_{ϕ_1} фазы <i>b</i>	u_{Ae}
14, 47, 80	<i>b</i>	–	обрыв $\underline{Z}_{л_1}$ линии <i>Aa</i>	u_{ak}
15, 48, 81	<i>a</i>	0	обрыв $\underline{Z}_{л_2}$ линии <i>Aa</i>	u_{nk}
16, 49, 82	<i>b</i>	–	обрыв \underline{Z}_{ϕ_1} фазы <i>bc</i>	u_{mf}
17, 50, 83	<i>a</i>	10	обрыв \underline{Z}_{ϕ_2} фазы <i>c</i>	u_{be}
18, 51, 84	<i>b</i>	–	обрыв $\underline{Z}_{л_2}$ линии <i>Bb</i>	u_{ae}
19, 52, 85	<i>a</i>	∞	короткое замыкание фазы <i>b</i>	u_{mb}
20, 53, 86	<i>b</i>	–	обрыв \underline{Z}_{ϕ_2} фазы <i>ab</i>	u_{ak}
21, 54, 87	<i>a</i>	$10 - j10$	обрыв \underline{Z}_N и $\underline{Z}_{л_3}$ линии <i>Bb</i>	u_{dc}
22, 55, 88	<i>b</i>	–	обрыв $\underline{Z}_{л_3}$ в линии <i>Cc</i>	u_{cd}
23, 56, 89	<i>a</i>	$10 + j10$	обрыв \underline{Z}_N и \underline{Z}_{ϕ_3} фазы <i>b</i>	u_{me}
24, 57, 90	<i>b</i>	–	обрыв \underline{Z}_{ϕ_3} фазы <i>ca</i>	u_{dn}

Окончание табл. 3.1

Вариант	Граф	\underline{Z}_N , Ом	Несимметричный режим	Напряжение
25, 58, 91	<i>a</i>	$-j10$	короткое замыкание $\underline{Z}_{л_1}$ линии <i>Cc</i>	u_{md}
26, 59, 92	<i>б</i>	–	короткое замыкание $\underline{Z}_{л_1}$ линии <i>Aa</i>	u_{Ak}
27, 60, 93	<i>a</i>	$j10$	обрыв \underline{Z}_N и \underline{Z}_{ϕ_1} фазы <i>b</i>	u_{eA}
28, 61, 94	<i>б</i>	–	короткое замыкание \underline{Z}_{ϕ_1} фазы <i>ab</i>	u_{dn}
29, 62, 95	<i>a</i>	0	короткое замыкание $\underline{Z}_{л_2}$ линии <i>Bb</i>	u_{mk}
30, 63, 96	<i>б</i>	–	короткое замыкание $\underline{Z}_{л_2}$ линии <i>Bb</i>	u_{Bd}
31, 64, 97	<i>a</i>	∞	короткое замыкание фазы <i>c</i>	u_{mf}
32, 65, 98	<i>б</i>	–	короткое замыкание \underline{Z}_{ϕ_2} фазы <i>bc</i>	u_{me}
33, 66, 99	<i>a</i>	10	короткое замыкание \underline{Z}_{ϕ_2} фазы <i>ab</i>	u_{Ok}

3.2. Основные теоретические сведения

Трёхфазные цепи являются одним из видов цепей синусоидального тока, и, следовательно, для них в полной мере применимы методы расчета и анализа цепей в символической форме. Анализ трёхфазных цепей удобно осуществлять с использованием векторных диаграмм, позволяющих достаточно просто определять фазовые сдвиги между токами и напряжениями. Однако существующая определенная специфика трёхфазных цепей вносит характерные особенности в их расчет.

Основным признаком классификации трёхфазных систем ЭДС, напряжений и токов является их симметричность.

Симметричные трёхфазные системы

Условиями симметричности является равенство мгновенных (комплексных) значений ЭДС фаз генератора. Мгновенные и комплексные значения ЭДС трёхфазного симметричного генератора имеют вид:

$$\begin{aligned}
 e_A &= E_m \sin(\omega t + \psi) \rightarrow \dot{E}_A = E_A e^{j\psi}; \\
 e_B &= E_m \sin(\omega t + \psi - 120^\circ) \rightarrow \dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = \dot{E}_A e^{j240^\circ} = a^2 \dot{E}_A; \quad (3.1) \\
 e_C &= E_m \sin(\omega t + \psi - 240^\circ) \rightarrow \dot{E}_C = \dot{E}_A e^{-j240^\circ} = \dot{E}_A e^{j120^\circ} = a \dot{E}_A,
 \end{aligned}$$

где a – оператор поворота, причем

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a^2 = e^{j240^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a^3 = 1, \quad a^4 = a \text{ и т.д.}$$

Условием симметричности трехфазного приемника является равенство комплексных сопротивлений соответствующих фаз: т.е. если $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$ (фазы нагрузки соединены звездой, рис. 3.2, а) или $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca}$ (фазы нагрузки соединены треугольником, см. рис. 3.2, б). В противном случае приемник является несимметричным.

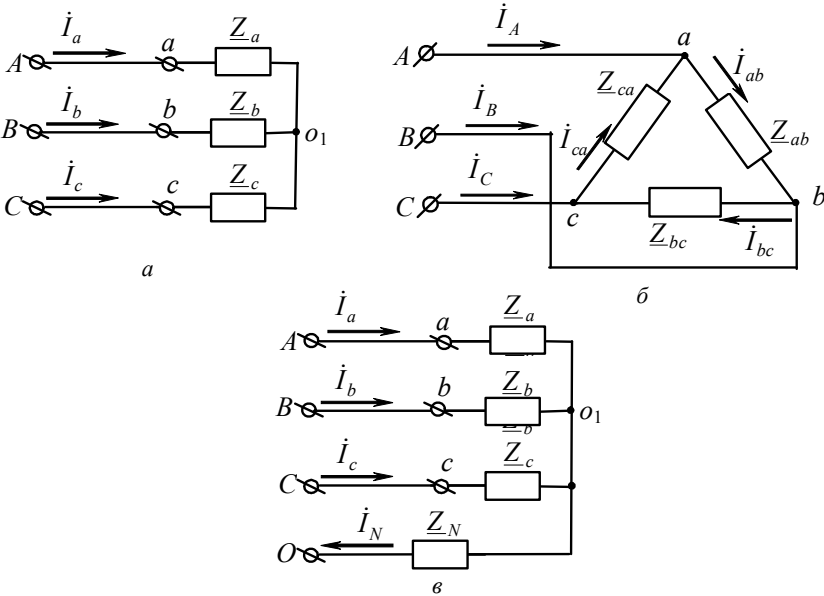


Рис. 3.2

Существуют трехфазные системы, в которых нулевые точки генератора O и нагрузки o_1 соединяются проводом с сопротивлением $\underline{Z}_N = 0$ или $\underline{Z}_N \neq 0$ (см. рис. 3.2, в). Такой провод называют нулевым или нейтральным проводом.

Если к симметричной трехфазной цепи приложена симметричная трехфазная система напряжений генератора, то в ней будет действовать симметричная система токов. Такой режим работы трехфазной цепи называется симметричным. В этом режиме токи и напряжения соответствующих фаз равны по модулю и сдвинуты по фазе на $\pm 120^\circ$. Расчет таких цепей проводится для одной (базовой) фазы, в качестве которой обычно принимают фазу A . При этом соответствующие величины в других фазах получают формальным добавлением к аргументу переменной фазы A фазового сдвига $\pm 120^\circ$ при сохранении неизменным ее модуля.

Для симметричной трехфазной системы при соединении нагрузки звездой (см. рис. 1, а) существуют следующие зависимости между действующими значениями линейных и фазных напряжений и токов:

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}}; \quad I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}, \quad (3.2)$$

между комплексными значениями токов фаз:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_a} = I_a e^{j\varphi}; \quad \dot{I}_b = \dot{I}_a e^{-j120^\circ} = I_a e^{j(\varphi-120^\circ)}; \\ \dot{I}_c &= \dot{I}_a e^{j120^\circ} = I_a e^{j(\varphi+120^\circ)}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

При наличии нейтрального провода ток в этом проводе определяется по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c, \quad (3.4)$$

при отсутствии нейтрального провода:

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0. \quad (3.5)$$

Для симметричной трехфазной системы при соединении нагрузки треугольником (см. рис. 3.2, б) действующие значения линейных и фазных напряжений и токов связаны соотношениями:

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}; \quad I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}}, \quad (3.6)$$

комплексные значения токов фаз:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ab} &= \frac{U_{ab}}{Z_{ab}} = I_{ab} e^{j\varphi}; & \dot{I}_{bc} &= \dot{I}_{ab} e^{-j120^\circ} = I_{ab} e^{j(\varphi-120^\circ)}; \\ \dot{I}_{ca} &= \dot{I}_{ab} e^{j120^\circ} = I_{ab} e^{j(\varphi+120^\circ)}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

комплексные значения линейных токов:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \sqrt{3} \dot{I}_{ab} e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} I_{ab} e^{j(\varphi-30^\circ)}; & \dot{I}_B &= \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = \sqrt{3} I_{ab} e^{j(\varphi-150^\circ)}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_A e^{j120^\circ} = \sqrt{3} I_{ab} e^{j(\varphi+90^\circ)}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Комплексная, полная, активная и реактивная мощности в симметричной трехфазной системе определяются соответственно по указанным ниже формулам:

– для схем «звезда – звезда»:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_\lambda &= 3 \dot{U}_\phi I_\phi^*; & S_\lambda &= 3 U_\phi I_\phi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}}; \\ P_{\text{потр}_\lambda} &= 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi = 3 I_\phi^2 R_\phi = \frac{U_\phi^2}{R_\phi}; \\ Q_{\text{потр}_\lambda} &= 3 U_\phi I_\phi \sin \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi = 3 I_\phi^2 X_\phi = \frac{U_\phi^2}{X_\phi}; \end{aligned} \quad (3.9)$$

– для схем «треугольник – треугольник»:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_\Delta &= 3 \dot{U}_\phi I_\phi^*; & S_\Delta &= 3 U_\phi I_\phi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}}; \\ P_{\text{потр}_\Delta} &= 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi = 3 I_\phi^2 R_\phi = I_{\text{л}}^2 R_\phi; \\ Q_{\text{потр}_\Delta} &= 3 U_\phi I_\phi \sin \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi = 3 I_\phi^2 X_\phi = I_{\text{л}}^2 X_\phi. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Несимметричные трехфазные системы

Если хотя бы одно из условий симметрии не выполняется, трехфазная цепь работает в несимметричном режиме. Такие режимы при подключении статической нагрузки рассчитываются любым из известных методов расчета линейных электрических цепей с источниками гармонических воздействий. Как правило, падением напряжения на внутреннем сопротивлении генератора пренебрегают и фазные напряжения генератора заменяются соответствующими идеальными источниками ЭДС. Поскольку в трехфазных цепях, помимо значений токов, обычно представляют интерес также величины потенциалов узлов, в большинстве случаев для расчета применяется метод узловых потенциалов.

Если заданы линейные напряжения, удобно рассчитывать трехфазные цепи при соединении фаз нагрузки в *треугольник*. Пусть в схеме (см. рис. 3.2, б) нагрузка несимметрична и $\underline{Z}_{ab} \neq \underline{Z}_{bc} \neq \underline{Z}_{ca}$. Тогда при известных комплексах линейных напряжений в соответствии с законом Ома фазные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}. \quad (3.11)$$

По найденным фазным токам приемника на основании первого закона Кирхгофа определяются линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \quad (3.12)$$

Если к трехфазному генератору, фазы которого соединены *звездой* (рис. 3.3), подключен приемник электрической энергии, фазы которого также соединены звездой, то в случае несимметричной трехфазной системы между нейтральными (нулевыми) точками приемника и генератора возникает напряжение смещения нейтрали:

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_a + \dot{E}_B \underline{Y}_b + \dot{E}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}, \quad (3.13)$$

где $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ – комплексы ЭДС соответствующих фаз генератора;
 $\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c, \underline{Y}_N$ – комплексные проводимости соответствующих фаз
нагрузки и нейтрального (нулевого) провода.

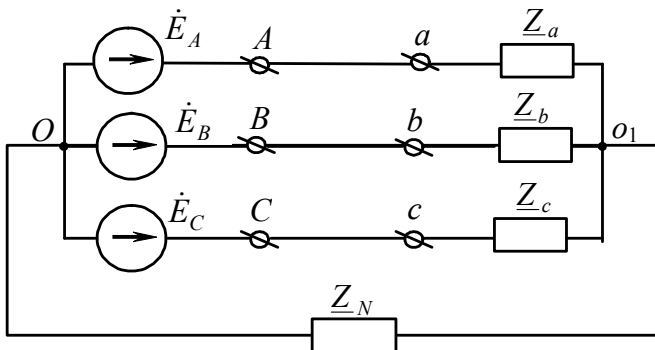


Рис. 3.3

Напряжение на фазах нагрузки:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a = \dot{I}_a \underline{Z}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_N; \quad \dot{U}_b = \dot{I}_b \underline{Z}_b = \dot{E}_B - \dot{U}_N; \\ \dot{U}_c = \dot{I}_c \underline{Z}_c = \dot{E}_C - \dot{U}_N. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Токи в фазах:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a \underline{Y}_a; \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b \underline{Y}_b; \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c \underline{Y}_c. \quad (3.15)$$

Ток нейтрального провода

$$\dot{I}_N = \dot{U}_N \underline{Y}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c. \quad (3.16)$$

При расчете трехфазной системы «звезда – звезда с нейтральным проводом с сопротивлением $\underline{Z}_N = 0$ » нет необходимости рассчитывать напряжение смещения нейтрали, поскольку $\dot{U}_N = 0$. В этом случае трехфазную систему можно рассматривать как совокупность трех независимых контуров и рассчитывать каждый контур известными методами расчета цепей

синусоидального тока. Целесообразно использовать векторные диаграммы при расчете таких цепей.

В случае отсутствия нейтрального провода ($\underline{Z}_N = \infty$) в формуле напряжения смещения нейтрали (3.13) проводимость нейтрального провода \underline{Y}_N принимают равной нулю. При этом, если генератор симметричный, а симметрия нагрузки нарушена сопротивлением нагрузки, подключенным в одной из фаз (например, $\underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z} \neq \underline{Z}_a$), удобно для определения напряжения смещения нейтрали воспользоваться формулой

$$\dot{U}_N = \dot{E}_A \frac{\underline{Y}_a - \underline{Y}}{\underline{Y}_a + 2\underline{Y}}, \quad (3.17)$$

для оставшихся случаев $\underline{Z}_a = \underline{Z}_c = \underline{Z} \neq \underline{Z}_b$ и $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z} \neq \underline{Z}_c$ соответственно:

$$\dot{U}_N = \dot{E}_B \frac{\underline{Y}_b - \underline{Y}}{\underline{Y}_b + 2\underline{Y}}; \quad \dot{U}_N = \dot{E}_C \frac{\underline{Y}_c - \underline{Y}}{\underline{Y}_c + 2\underline{Y}}. \quad (3.18)$$

Если нагрузка соединена звездой без нейтрального провода и известны линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$, то фазные напряжения $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ нагрузки находятся по формулам:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \frac{\dot{U}_{AB}\underline{Y}_b - \dot{U}_{CA}\underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}; & \dot{U}_b &= \frac{\dot{U}_{BC}\underline{Y}_c - \dot{U}_{AB}\underline{Y}_a}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}; \\ \dot{U}_c &= \frac{\dot{U}_{CA}\underline{Y}_a - \dot{U}_{BC}\underline{Y}_b}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Для любой трехфазной системы сумма комплексных значений линейных напряжений равна нулю:

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0. \quad (3.20)$$

3.3. Пример расчета

Дано: к симметричному трехфазному генератору (рис. 3.4) с фазной ЭДС $E = 220$ В и внутренним сопротивлением $\underline{Z}_0 = 0,2 + j0,4$ Ом через линию, сопротивление каждого провода которой $\underline{Z}_{\text{лп}} = 1 + j1,6$ Ом, подключена симметричная нагрузка $\underline{Z} = 7,8 + j3,2$ Ом, соединенная звездой.

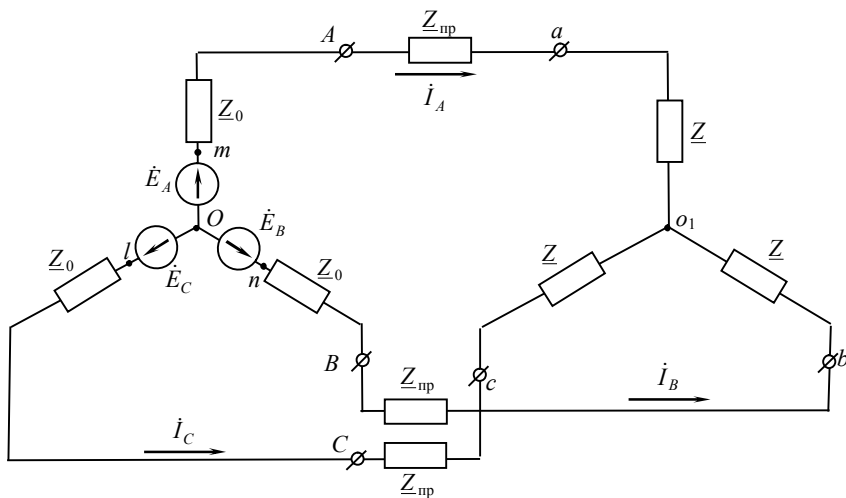


Рис. 3.4

Решение. Запишем фазные ЭДС генератора в комплексном виде:

$$\dot{E}_A = E_A = 220 \text{ В};$$

$$\dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = 220 e^{-j120^\circ} = 220 \left(-0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 - j190,52 \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{j120^\circ} = 220 e^{j120^\circ} = 220 \left(-0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 + j190,52 \text{ В}.$$

Расчет симметричного режима

Ввиду полной симметрии системы напряжение между нулевыми точками генератора и нагрузки равно нулю. Каждую фазу можно рассматривать независимо от других фаз и вести расчет по одной фазе, к примеру, фазе A .

Определим ток в фазе A по закону Ома (полагаем, что $\dot{E}_A = 220$ В):

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_\Phi} = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_{\text{пр}} + \underline{Z}} = \frac{220}{9 + j5,2} = 21,17e^{-j30^\circ} = 18,33 - j10,59 \text{ А.}$$

Токи в фазах B и C соответственно:

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}_\Phi} = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 21,17e^{-j150^\circ} = -18,33 - j10,59 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}_\Phi} = \dot{I}_A e^{j120^\circ} = 21,17e^{j90^\circ} = j21,17 \text{ А.}$$

Проверка:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 18,33 - j10,59 - 18,33 - j10,59 + j21,17 = 0,01 \approx 0.$$

Фазные напряжения на зажимах генератора:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AO} &= \dot{E}_A - \dot{I}_A \underline{Z}_0 = 220 - (18,33 - j10,59) \cdot (0,2 + j0,4) = 212,098 - \\ &- j5,214 = 212,162e^{-j1,41^\circ} \text{ В} \end{aligned}$$

и нагрузки:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{aO_1} &= \dot{I}_A \underline{Z} = (18,33 - j10,59) \cdot (7,8 + j3,2) = 176,862 - j23,946 = \\ &= 178,476e^{-j7,71^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Такие напряжения в других фазах сдвинуты соответственно на 120° и 240° :

$$\dot{U}_{BO} = 212,162e^{-j121,41^\circ} = -110,57 - j181,072 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CO} = 212,162e^{j118,59^\circ} = -101,528 + j186,292 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bo_1} = 178,476e^{-j127,71^\circ} = -109,168 - j141,195 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{co_1} = 178,476e^{j112,29^\circ} = -67,695 + j165,14 \text{ В}.$$

Линейные напряжения на выводах генератора и нагрузки:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AO} - \dot{U}_{BO} = 322,668 + j175,858 = 367,479e^{j28,59^\circ} = \sqrt{3}\dot{U}_{AO}e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BO} - \dot{U}_{CO} = -9,042 - j367,364 = 367,475e^{-j91,41^\circ} = \sqrt{3}\dot{U}_{AO}e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CO} - \dot{U}_{AO} = -313,626 + j191,506 = 367,472e^{j148,59^\circ} = \sqrt{3}\dot{U}_{AO}e^{j150^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{ao_1} - \dot{U}_{bo_1} = 286,03 + j117,249 = 309,129e^{j22,29^\circ} = \sqrt{3}\dot{U}_{ao_1}e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{bo_1} - \dot{U}_{co_1} = -41,473 - j306,335 = 309,13e^{-j97,71^\circ} = \sqrt{3}\dot{U}_{ao_1}e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{co_1} - \dot{U}_{ao_1} = -244,557 + j189,086 = 309,13e^{j142,29^\circ} = \sqrt{3}\dot{U}_{ao_1}e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

Активная мощность, вырабатываемая генератором,

$$P_{\Gamma} = 3 \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{AO} I_A^* \right] = 3 \operatorname{Re} \left[220 \cdot 21,17e^{j30^\circ} \right] = 3 \cdot 220 \cdot 21,17 \cos 30^\circ = \\ = 12100,28 \text{ Вт}.$$

Мощность, расходуемая в нагрузке,

$$P_{\Pi} = 3I_A^2 R = 3 \cdot 21,17^2 \cdot 7,8 = 10487,152 \text{ Вт}.$$

Составим баланс активной и реактивной мощностей генератора и нагрузки и проверим его выполнимость.

Комплексная мощность генератора

$$\tilde{S}_{\Gamma} = 3\dot{E}_A I_A^* = 3 \cdot 220 \cdot 21,17e^{j30^\circ} = 13972,2e^{j30^\circ} = \\ = 12100,28 + j6986,1 \text{ ВА}.$$

Активная мощность генератора $P_{\Gamma} = 12\,100,28$ Вт, реактивная мощность – $Q_{\Gamma} = 6\,986,1$ вар.

Потребляемая активная мощность складывается из мощностей расхода на внутреннем сопротивлении генератора, сопротивлении линии и нагрузки:

$$P = 3(P_0 + P_{\text{пр}} + P_{\text{н}}) = 3I_A^2(R_0 + R_{\text{пр}} + R_{\text{н}}) = 3 \cdot 21,17^2 \cdot 9 = 12\,100,56 \text{ Вт},$$

реактивная мощность в элементах внутреннего сопротивления генератора, линии и приемника

$$Q = 3(Q_0 + Q_{\text{пр}} + Q_{\text{н}}) = 3 \cdot 21,17^2 \cdot 5,2 = 6\,991,435 \text{ вар}.$$

Допускается расхождение баланса активных мощностей:

$$\Delta P = \frac{|P_{\Gamma} - P|}{P_{\Gamma}} \cdot 100\% = \frac{|12\,100,28 - 12\,100,56|}{12\,100,28} \cdot 100\% = 2,3 \cdot 10^{-3}\% < 0,5\%$$

и реактивных мощностей

$$\Delta Q = \frac{|Q_{\Gamma} - Q|}{Q_{\Gamma}} \cdot 100\% = \frac{|6\,986,1 - 6\,991,435|}{6\,986,1} \cdot 100\% = 0,07\% < 0,5\%.$$

Поскольку баланс активных и реактивных мощностей выполняется, то расчет произведен верно.

Построение топографической диаграммы

Рассчитаем потенциалы всех точек схемы (см. рис. 3.4), приняв потенциал нейтральной точки генератора O равным нулю:

$$\dot{\phi}_O = 0;$$

$$\dot{\phi}_m = \dot{E}_A = 220 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_A &= \dot{\phi}_m - \dot{I}_A Z_0 = 220 - (18,33 - j10,59)(0,2 + j0,4) = \\ &= 212,098 - j5,214 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_a &= \dot{\phi}_A - \dot{I}_A \underline{Z}_{np} = 212,098 - j5,214 - (18,33 - j10,59)(1 + j1,6) = \\ &= 176,824 - j23,952 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{o_1} &= \dot{\phi}_a - \dot{I}_A \underline{Z} = 176,824 - j23,952 - (18,33 - j10,59)(7,8 + j3,2) = \\ &= -0,038 - j6 \cdot 10^{-3} \approx 0 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\dot{\phi}_n = \dot{E}_B = -110 - j190,52 \text{ В};$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_B &= \dot{\phi}_n - \dot{I}_B \underline{Z}_0 = -110 - j190,52 - (-18,33 - j10,59)(0,2 + j0,4) = \\ &= -110,57 - j181,07 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_b &= \dot{\phi}_B - \dot{I}_B \underline{Z}_{np} = -110,57 - j181,07 - (-18,33 - j10,59)(1 + j1,6) = \\ &= -109,184 - j141,152 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{o_1} &= \dot{\phi}_b - \dot{I}_B \underline{Z} = -109,184 - j141,152 - (-18,33 - j10,59)(7,8 + j3,2) = \\ &= 0,098 + j0,106 \approx 0 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\dot{\phi}_l = \dot{E}_C = -110 + j190,52 \text{ В};$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_C &= \dot{\phi}_l - \dot{I}_C \underline{Z}_0 = -110 + j190,52 - j21,17(0,2 + j0,4) = \\ &= -101,532 + j186,29 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_c &= \dot{\phi}_C - \dot{I}_C \underline{Z}_{np} = -101,532 + j186,29 - j21,17(1 + j1,6) = \\ &= -67,66 + j165,12 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{o_1} &= \dot{\phi}_c - \dot{I}_C \underline{Z} = -67,66 + j165,12 - j21,17(7,8 + j3,2) = \\ &= 0,084 - j6 \cdot 10^{-3} \approx 0 \text{ В}.\end{aligned}$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и потенциальная диаграмма напряжений представлены на рис. 3.5.

Определим напряжение между точками n и b :

$$\begin{aligned}\dot{U}_{nb} &= \dot{\phi}_n - \dot{\phi}_b = (-110 - j190,52) - (-109,184 - j141,152) = \\ &= -0,816 - j49,368 = 49,375 e^{-j90,95^\circ} \text{ В},\end{aligned}$$

мгновенное значение напряжения

$$u_{nb}(t) = 49,375\sqrt{2} \sin(\omega t - 90,95^\circ) \text{ В}.$$

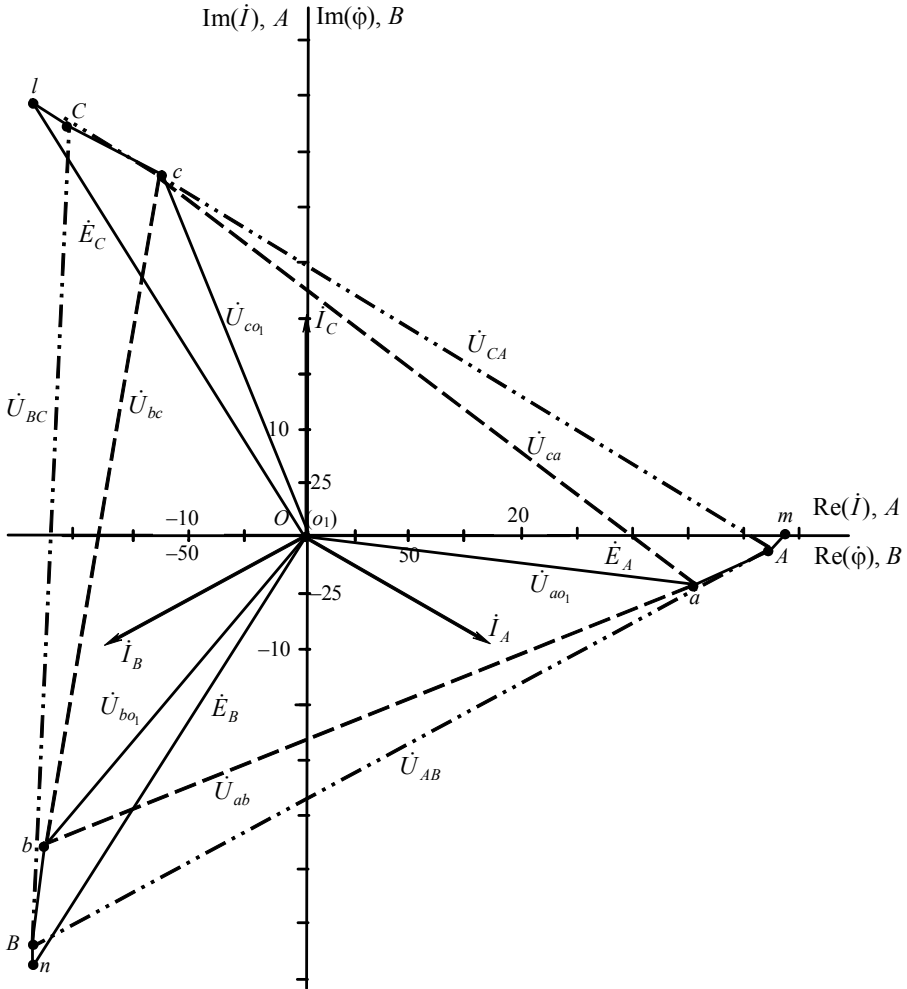


Рис. 3.5

Расчет несимметричного режима

Пусть несимметрия режима возникает вследствие короткого замыкания резистора в фазе A . В этом случае между нулевыми точками генератора и нагрузки возникает напряжение смещения нейтрали:

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_a + \dot{E}_B \underline{Y}_b + \dot{E}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}.$$

Для определения величины \dot{U}_N вычислим комплексные проводимости фаз, помня о том, что комплексное сопротивление нагрузки фазы A равно $\underline{Z}_{H_a} = j3,2$ Ом, сопротивления нагрузки фаз B и C $\underline{Z}_{H_b} = \underline{Z}_{H_c} = \underline{Z} = 7,8 + j3,2$ Ом:

$$\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_{np} + \underline{Z}_{H_a}} = \frac{1}{0,2 + j0,4 + 1 + j1,6 + j3,2} = 0,042 - j0,183 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_b = \underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_\phi} = \frac{1}{\underline{Z}_0 + \underline{Z}_{np} + \underline{Z}} = \frac{1}{9 + j5,2} = 0,083 - j0,048 \text{ См},$$

проводимость нейтрального провода $\underline{Y}_N = 0$.

Фазные ЭДС генератора в комплексном виде:

$$\dot{E}_A = E_A = 220 \text{ В};$$

$$\dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j120^\circ} = 220 e^{-j120^\circ} = 220 \left(-0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 - j190,52 \text{ В};$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{j120^\circ} = 220 e^{j120^\circ} = 220 \left(-0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 + j190,52 \text{ В}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \dot{U}_N &= \frac{220(0,042 - j0,183) + (-110 - j190,52)(0,083 - j0,048)}{0,042 - j0,183 + 2(0,083 - j0,048)} + \\ &= \frac{(-110 + j190,52)(0,083 - j0,048)}{0,042 - j0,183 + 2(0,083 - j0,048)} = \frac{-9,02 - j29,7}{0,208 - j0,279} = \\ &= 52,93 - j71,79 = 89,193 e^{-j53,6^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Токи всех фаз:

$$\dot{I}_A = (\dot{E}_A - \dot{U}_N) \underline{Y}_a = 20,155 - j27,559 = 34,143e^{-j53,82^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = (\dot{E}_B - \dot{U}_N) \underline{Y}_b = -19,222 - j2,034 = 19,33e^{-j173,96^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = (\dot{E}_C - \dot{U}_N) \underline{Y}_c = -0,932 + j29,592 = 29,607e^{j91,8^\circ} \text{ A};$$

Проверка показывает, что $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 1 \cdot 10^{-3} - j1 \cdot 10^{-3} \approx 0$.

Напряжения на фазах нагрузки:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{a_01} = \dot{I}_A \underline{Z}_{H_a} &= (20,155 - j27,559) \cdot j3,2 = 88,199 + \\ &+ j64,496 = 109,265e^{j36,18^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{b_01} = \dot{I}_B \underline{Z} &= (-19,222 - j2,034) \cdot (7,8 + j3,2) = \\ &= -143,423 - j77,376 = 162,964e^{-j151,65^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{c_01} = \dot{I}_C \underline{Z} &= (-0,932 + j29,592) \cdot (7,8 + j3,2) = \\ &= -101,964 + j227,835 = 249,611e^{j114,11^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Напряжение на каждой фазе генератора

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AO} = \dot{E}_A - \dot{I}_A \underline{Z}_0 &= 220 - (20,155 - j27,559)(0,2 + j0,4) = \\ &= 204,945 - j2,55 = 204,961e^{-j0,71^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{BO} = \dot{E}_B - \dot{I}_B \underline{Z}_0 = -106,962 - j182,424 = 211,47e^{-j120,39^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CO} = \dot{E}_C - \dot{I}_C \underline{Z}_0 = -97,977 + j184,974 = 209,32e^{j117,91^\circ} \text{ В}.$$

Линейные напряжения на выводах генератора и нагрузки:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AO} - \dot{U}_{BO} = 311,907 + j179,874 = 360,057e^{j29,97^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BO} - \dot{U}_{CO} = -8,985 - j367,398 = 367,508e^{-j91,4^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CO} - \dot{U}_{AO} = -302,922 + j187,524 = 356,268e^{j148,24^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{a_01} - \dot{U}_{b_01} = 231,622 + j141,872 = 271,618e^{j31,49^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{b_01} - \dot{U}_{c_01} = -41,459 - j305,211 = 379,74e^{-j97,74^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{co_1} - \dot{U}_{ao_1} = -190,163 + j163,339 = 250,682e^{j139,34^\circ} \text{ В.}$$

Активная мощность, вырабатываемая генератором, складывается из активных мощностей каждой фазы генератора:

$$P_{\Gamma} = P_A + P_B + P_C.$$

Определим активную мощность каждой фазы генератора:

$$P_A = \operatorname{Re} \left[\dot{E}_A^* I_A \right] = \operatorname{Re} [220 \cdot (20,155 + j27,559)] = 4\,434,1 \text{ Вт};$$

$$P_B = \operatorname{Re} \left[\dot{E}_B^* I_B \right] = \operatorname{Re} [(-110 - j190,52)(-19,222 + j2,034)] = \\ = 2\,501,938 \text{ Вт};$$

$$P_C = \operatorname{Re} \left[\dot{E}_C^* I_C \right] = \operatorname{Re} [(-110 + j190,52)(-0,932 - j29,592)] = \\ = 5\,740,388 \text{ Вт.}$$

Тогда $P_{\Gamma} = 12\,676,426 \text{ Вт.}$

Мощность, расходуемая в нагрузке, равна сумме активных мощностей фаз B и C , так как в нагрузке фазы A отсутствует резистивное сопротивление:

$$P_{\text{н}} = I_B^2 R + I_C^2 R = 19,33^2 \cdot 7,8 + 29,607^2 \cdot 7,8 = 9\,751,742 \text{ Вт.}$$

Составим баланс активной и реактивной мощностей генератора и нагрузки и проверим его выполнимость.

Комплексная мощность генератора

$$\tilde{S}_{\Gamma} = \dot{E}_A^* I_A + \dot{E}_B^* I_B + \dot{E}_C^* I_C = 220(20,155 + j27,559) + \\ + (-110 - j190,52)(-19,222 + j2,034) + \\ + (-110 + j190,52)(-0,932 - j29,592) = \\ = 13\,972,2e^{j30^\circ} = 12\,676,426 + j12\,578,971 \text{ ВА.}$$

Активная мощность генератора $P_{\Gamma} = 12\,676,426$ Вт,
реактивная мощность – $Q_{\Gamma} = 12\,578,971$ вар.

Потребляемая активная мощность складывается из мощностей расхода на внутреннем сопротивлении фаз генератора, сопротивлений линии и нагрузки:

$$P = P_a + P_b + P_c = 12\,650,903 \text{ Вт},$$

реактивная мощность в элементах внутреннего сопротивления генератора, линии и приемника каждой фазы

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = 12\,563,033 \text{ вар.}$$

Допускается расхождение баланса активных мощностей

$$\Delta P = \frac{|P_{\Gamma} - P|}{P_{\Gamma}} \cdot 100\% = \frac{|12\,676,426 - 12\,650,903|}{12\,676,426} \cdot 100\% = 0,2\% < 0,5\%$$

и реактивных мощностей

$$\Delta Q = \frac{|Q_{\Gamma} - Q|}{Q_{\Gamma}} \cdot 100\% = \frac{|12\,578,971 - 12\,563,033|}{12\,578,971} \cdot 100\% = 0,13\% < 0,5\% .$$

Поскольку баланс активных и реактивных мощностей сходится, то расчет произведен верно.

Построение топографической диаграммы

Рассчитаем потенциалы всех точек схемы, приняв потенциал нейтральной точки генератора O равным нулю:

$$\dot{\phi}_O = 0 ;$$

$$\dot{\phi}_m = \dot{E}_A = 220 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_A &= \dot{\phi}_m - \dot{I}_A \underline{Z}_0 = 220 - (20,155 - j27,559)(0,2 + j0,4) = \\ &= 204,945 - j2,55 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_a &= \dot{\phi}_A - \dot{I}_A \underline{Z}_{np} = 204,945 - j2,55 - (20,155 - j27,559)(1 + j1,6) = \\ &= 140,696 - j7,239 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{o_1} &= \dot{\phi}_a - \dot{I}_A \underline{Z}_{H_a} = 140,696 - j7,239 - (20,155 - j27,559)j3,2 = \\ &= 52,507 - j71,735 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\dot{\phi}_n = \dot{E}_B = -110 - j190,52 \text{ В};$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_B &= \dot{\phi}_n - \dot{I}_B \underline{Z}_0 = -110 - j190,52 - (-19,222 - j2,034)(0,2 + j0,4) = \\ &= -106,969 - j182,424 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_b &= \dot{\phi}_B - \dot{I}_B \underline{Z}_{np} = -106,969 - j182,424 - (-19,222 - j2,034)(1 + j1,6) = \\ &= -91,001 - j149,635 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{o_1} &= \dot{\phi}_b - \dot{I}_B \underline{Z} = -91,001 - j149,635 - (-19,222 - j2,034)(7,8 + j3,2) = \\ &= 52,423 - j72,259 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\dot{\phi}_l = \dot{E}_C = -110 + j190,52 \text{ В};$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_C &= \dot{\phi}_l - \dot{I}_C \underline{Z}_0 = -110 + j190,52 - (-0,932 + j29,592)(0,2 + j0,4) = \\ &= -97,977 + j184,974 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_c &= \dot{\phi}_C - \dot{I}_C \underline{Z}_{np} = -97,977 + j184,974 - (-0,932 + j29,592)(1 + j1,6) = \\ &= -49,698 + j156,873 \text{ В};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_{o_1} &= \dot{\phi}_c - \dot{I}_C \underline{Z} = -49,698 + j156,873 - (-0,932 + j29,592)(7,8 + j3,2) = \\ &= 52,266 - j70,962 \text{ В}.\end{aligned}$$

Совмещенная векторная диаграмма токов и потенциальная диаграмма напряжений представлены на рис. 3.6.

Определим напряжение между точками n и b :

$$\begin{aligned}\dot{U}_{nb} &= \dot{\phi}_n - \dot{\phi}_b = (-110 - j190,52) - (-91,001 - j149,635) = \\ &= -18,999 - j40,885 = 45,084e^{-j114,9^\circ} \text{ В},\end{aligned}$$

мгновенное значение напряжения

$$u_{nb}(t) = 45,084\sqrt{2} \sin(\omega t - 114,9^\circ) \text{ В}.$$

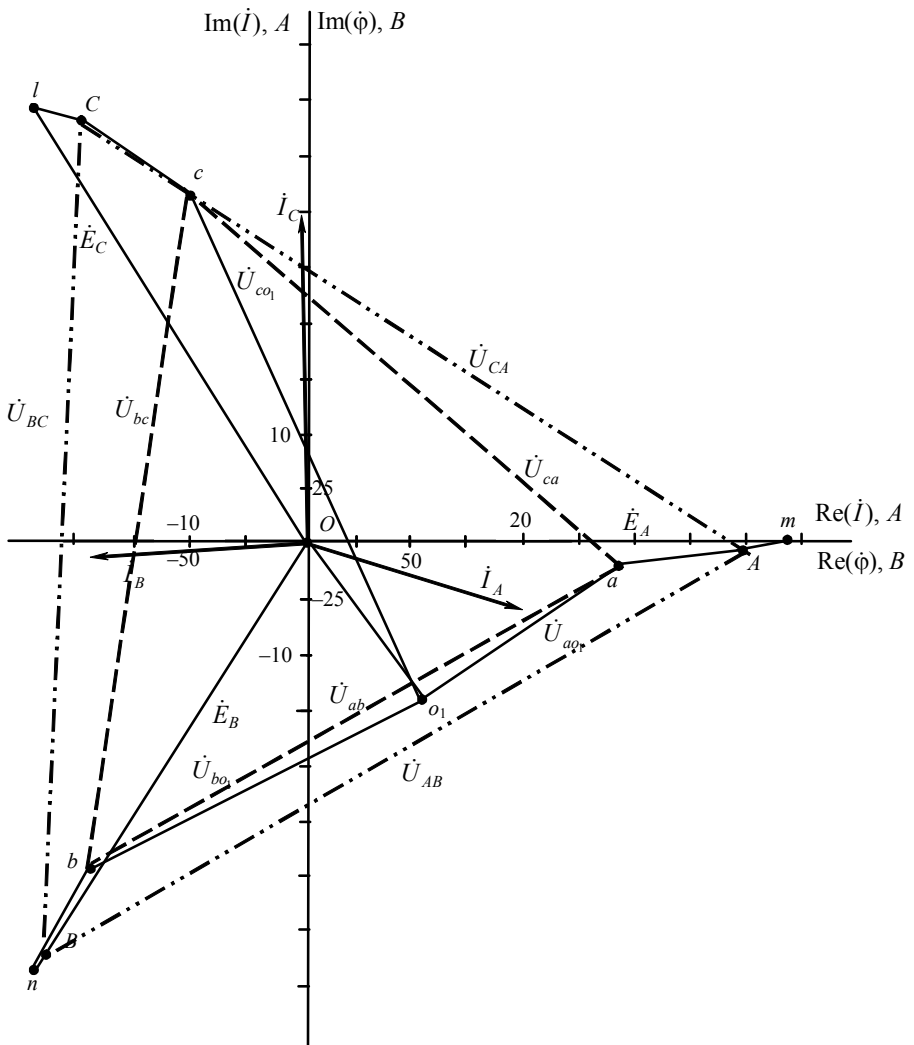


Рис. 3.6