

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Кузбасский государственный технический
университет имени Т. Ф. Горбачева»

Кафедра прикладной механики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНОГО ВЕКТОРА И ГЛАВНОГО МОМЕНТА СИСТЕМЫ СИЛ

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Механика» для направления
280700.62 «Техносферная безопасность»
и специальности 130101.65 «Прикладная геология»
и по дисциплине «Прикладная механика» для направления
241000.62 «Энерго-и ресурсосберегающие процессы
в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии»

Составитель В. Ю. Садовец

Утверждены на заседании кафедры
Протокол № 11 от 29.05.2013

Рекомендованы к печати
учебно-методической комиссией
специальности 130101.65
Протокол № 9 от 03.06.2013

Электронная копия находится
в библиотеке КузГТУ

Кемерово 2013

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Научиться определять главный вектор и главный момент произвольной системы сил.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Решение задач по механике связано с операцией векторного сложения сил. Величину, равную геометрической сумме системы сил, называют главным вектором этой системы \bar{R} . Величину, равную геометрической сумме моментов всех сил относительно центра O , называют главным моментом \bar{M}_O системы сил относительно центра O .

Определение главного вектора и главного момента произвольной системы позволяет упростить решение задач механики, заменяя произвольную систему сил одной силой \bar{R} и одним моментом \bar{M}_O .

1. Геометрический способ сложения и разложения сил.

Сложение двух сил. Геометрическая сумма \bar{R} двух сил \bar{F}_1 и \bar{F}_2 находится по правилу параллелограмма (рис. 1, а) или построением силового треугольника (рис. 1, б) изображающего одну из половин этого параллелограмма.

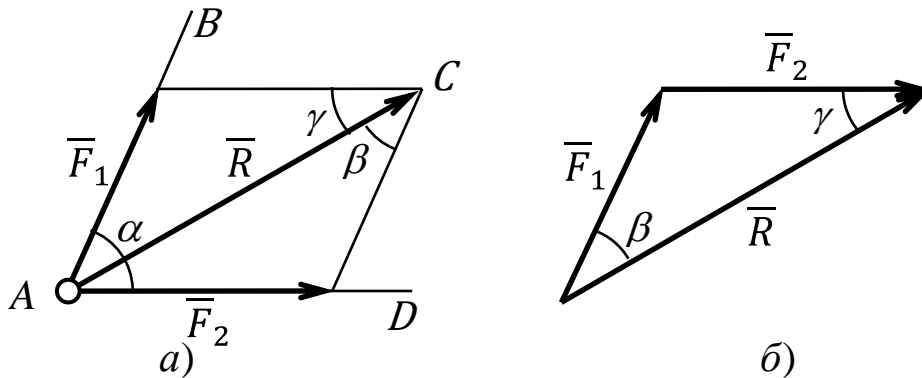


Рис. 1

Сложение трёх сил, не лежащих в одной плоскости. Геометрическая сумма \bar{R} трёх сил $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3$, не лежащих в одной плоскости, изображается диагональю параллелепипеда, построенного на этих силах (рис. 2).

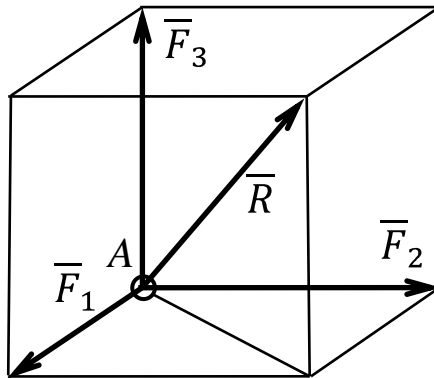


Рис. 2

В этом случае модуль

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2}. \quad (1)$$

Сложение системы сил. Геометрическая сумма системы сил определяется или последовательным сложением сил по правилу параллелограмма, или построением силового многоугольника. При решении задач механики чаще пользуются вторым правилом, как наиболее простым и удобным.

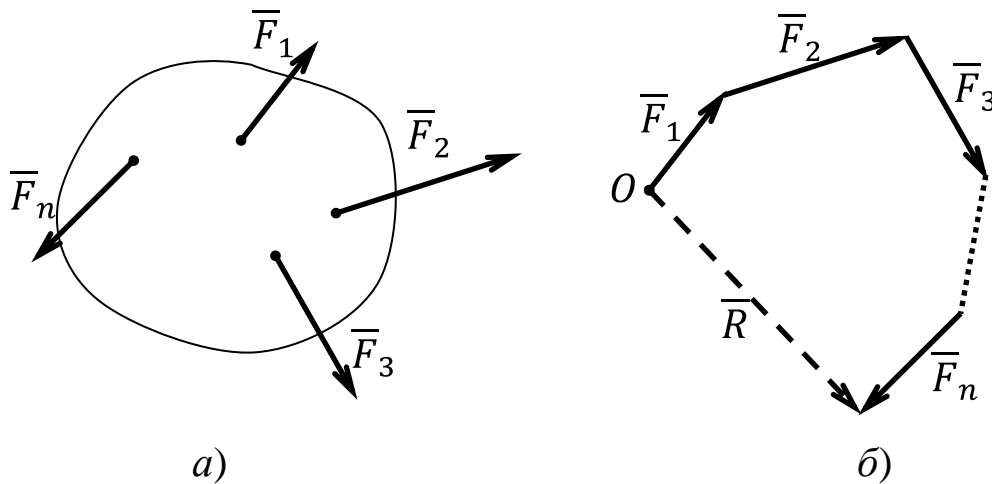


Рис. 3

При определении суммы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ (рис. 3, а), лежащих в одной плоскости, необходимо отложить от произвольной точки O (рис. 3, б) вектор, изображающий в выбранном масштабе силу \vec{F}_1 , из конца вектора \vec{F}_1 отложить вектор, изображающий силу \vec{F}_2 , из конца вектора \vec{F}_2 отложить вектор, изобража-

ющий силу \bar{F}_3 и т.д.; из конца вектора, изображающего предпоследнюю силу \bar{F}_{n-1} , отложить вектор, изображающий силу \bar{F}_n .

Соединяя начало первого вектора с концом последнего, получаем вектор \bar{R} , изображающий геометрическую сумму или главный вектор слагаемых сил:

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \dots + \bar{F}_n \text{ или } \bar{R} = \bar{F}_n.$$

При определении суммы пространственной системы сил порядок построения силового многоугольника не меняется. На рис. 4 показан пример сложения пространственной системы сил $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3$.

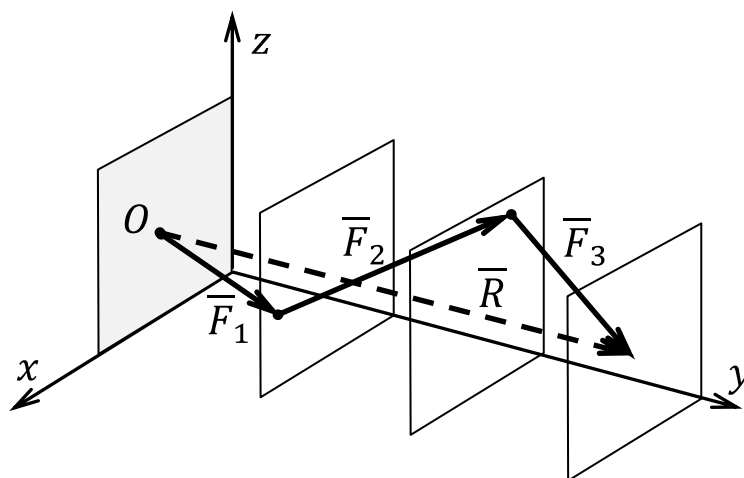


Рис. 4

Разложение сил. Разложить силу на составляющие — значит найти такую систему сил, для которой данная сила является равнодействующей. Существует два случая разложения силы:

- а) по двум заданным направлениям. Из начала силы, подлежащей разложению, проводят линии действия составляющих сил, а затем по правилу параллелограмма определяют их направления. На рис. 1, а показано как сила \bar{R} разлагается по направлениям AB и AD на силы \bar{F}_1 и \bar{F}_2 — составляющие силы \bar{R} (сила \bar{R} и прямые AB и AD лежат в одной плоскости).
- б) по трём заданным направлениям (не лежащим в одной плоскости). Задача решается построением параллелепипеда, у которого диагональ изображает заданную силу \bar{R} , а ребра параллельны заданным направлениям (рис. 2).

2. Аналитический способ задания и сложения сил

Рассматриваемый метод решения задач основывается на понятии проекции силы на ось. Проекция силы на ось – алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и осью. Для сил, изображенных на рис. 5,

$$F_x = F \cos \alpha, \quad (2)$$

$$Q_x = Q \cos \beta, \quad (3)$$

$$P_x = P \cos \gamma = 0. \quad (4)$$

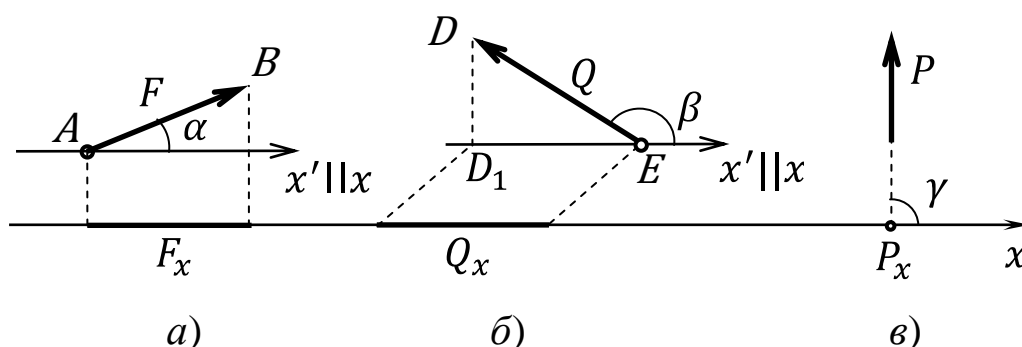


Рис. 5

Для определения знака проекции надо смотреть на проецируемую силу и ось проекции так, так чтобы плоскость, проходящая через них, была видна в виде прямой. Если при этом направление силы и оси совпадают, то проекция положительна (рис. 5, а), если сила и ось направлены в разные стороны, то проекция отрицательна (рис. 5, б).

Проекцией силы F на плоскость Oxy , называется вектор $\overline{F_{xy}}$, заключенный между проекциями начала и конца силы F на эту плоскость. В случае, изображенном на рис. 7, таким способом определим, что

$$F_x = F_{xy} \cos \varphi = F \cos \theta \cos \varphi, \quad (5)$$

$$F_y = F_{xy} \cos(90^\circ - \varphi) = F \cos \theta \sin \varphi. \quad (6)$$

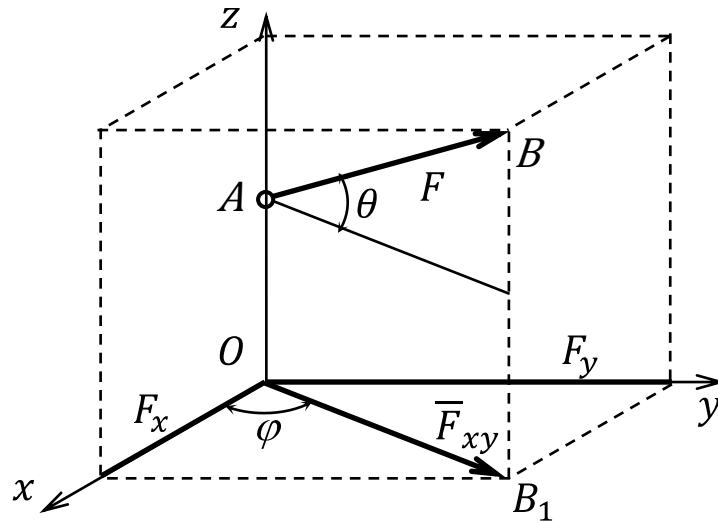


Рис. 7

Задание сил. Для аналитического задания силы выбирают систему координат $Oxyz$, по отношению к которой будет определяться положение силы в пространстве. Вектор, изображающий силу F , можно построить, если задан модуль этой силы и два из трёх углов α, β и γ (рис. 8), которые сила образует с координатными осями. Для решения задач механики удобнее задавать силу ее проекциями F_x, F_y, F_z на оси координат. Зная эти проекции можно определить модуль силы и углы, которые она образует с координатными осями.

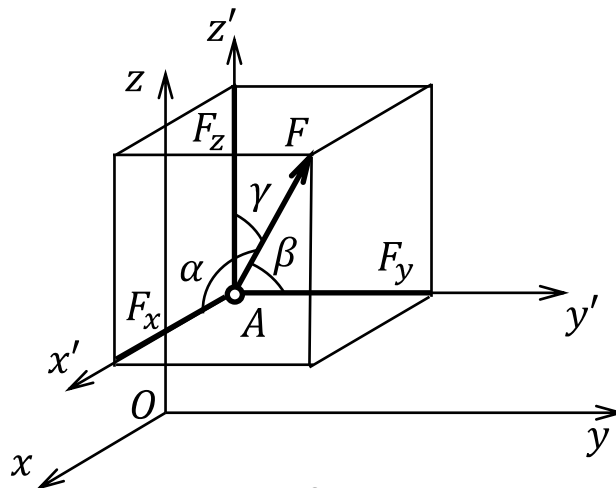


Рис 8

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}, \quad (7)$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}, \cos\beta = \frac{F_y}{F}, \cos\gamma = \frac{F_z}{F}. \quad (8)$$

Сложение сил. Переход от зависимостей между векторами к зависимостям между их проекциями осуществляется на основании следующей теоремы: проекция вектора суммы на какую-либо ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых векторов на ту же ось. Согласно этой теореме если $\vec{R} = \vec{F}_k$, то

$$R_x = F_{kx}; R_y = F_{ky}; R_z = F_{kz}. \quad (9)$$

Определив величины R_x, R_y и R_z по формулам (5) и (6) определяют значение главного вектора и его направляющие косинусы:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}, \quad (10)$$

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}, \cos\beta = \frac{R_y}{R}, \cos\gamma = \frac{R_z}{R}. \quad (11)$$

3. Момент силы

Момент силы относительно точки. Точку, относительно которой берется момент, называют центром момента, а момент силы относительно этой точки - моментом относительно центра.

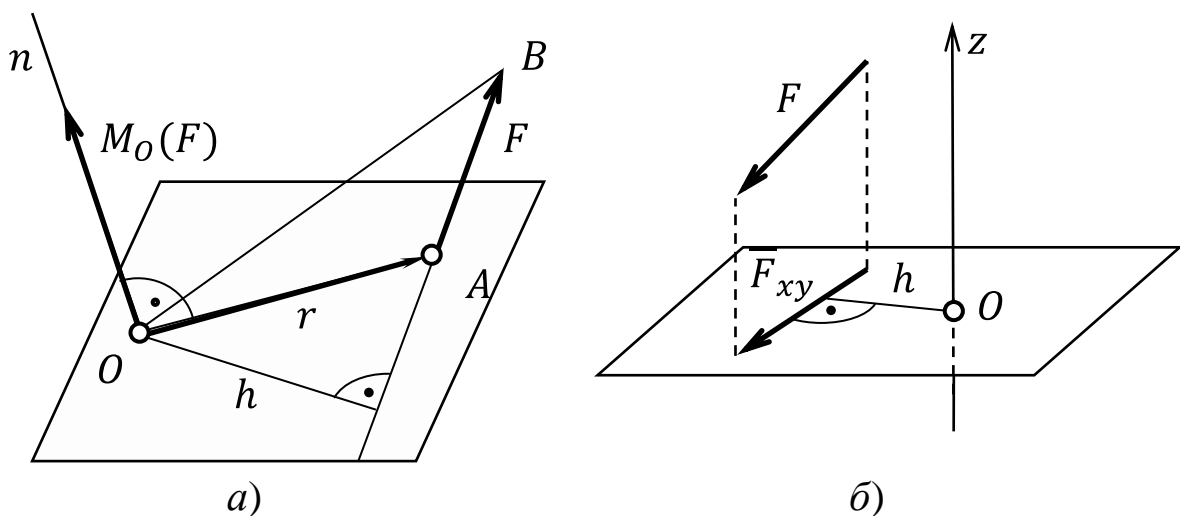


Рис. 9

Моментом силы \vec{F} относительно центра O называется приложенный в центре O вектор $\vec{M}_O \vec{F}$, модуль которого равен $\vec{M}_O \vec{F} = Fh$, где h – плечо силы, (перпендикуляр, опущенный из точки O на линию действия силы) и который направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через центр O и силу, в ту сторону, откуда сила видна стремящейся повернуть тело вокруг центра O против хода часовой стрелки (рис. 9, а).

В случае пространственной системы сил главным моментом относительно точки O называется векторная сумма моментов всех сил относительно точки O .

$$\vec{M}_O = \vec{M}_O \vec{F}_k. \quad (12)$$

Момент силы относительно оси, (например z , рис. 9, б) $M_z(F)$ есть алгебраическая величина, значение которой равно произведению проекции F_{xy} , на плоскость перпендикулярную оси z , умноженную на плечо проекции h (перпендикуляр, опущенный из точки O на проекцию силы F_{xy}).

Момент силы относительно оси равен нулю если:

- сила или её проекция параллельна оси;
- линия действия силы или её проекция пересекает ось.

Главным моментом пространственной системы сил относительно оси называется сумма моментов всех сил системы относительно этой оси

$$M_x = M_x(F_k); M_y = M_y(F_k); M_z = M_z(F_k). \quad (13)$$

Зная моменты сил относительно осей декартовых координат M_x, M_y, M_z , можно определить величину главного момента силы M_O относительно начала координат O и его направляющие косинусы

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}, \quad (14)$$

$$\cos \alpha = \frac{M_x}{M_O}, \cos \beta = \frac{M_y}{M_O}, \cos \gamma = \frac{M_z}{M_O}. \quad (15)$$

Правило знаков моментов. При решении задач перед значением момента силы ставится знак «+» или «-». Если сила \vec{F} стремится вращать плоскость (Π) против хода часовой

стрелки, то перед выражением для расчетного момента ставиться знак «+», если по ходу часовой стрелки – знак «–».

Для системы сил \bar{P} , \bar{Q} и \bar{F} , изображенных на рис. 10:

$$M_O \bar{F} = +Fh_1, \quad (16)$$

$$M_O \bar{P} = -Ph_2, \quad (17)$$

$$M_O \bar{Q} = 0 \quad (h = 0). \quad (18)$$

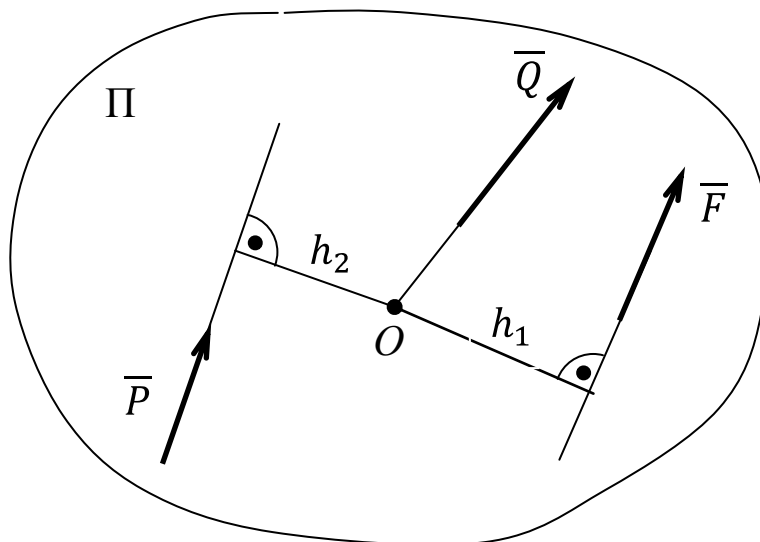


Рис. 10

4. Пара сил. Момент пары

Парой сил называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил, действующих на твердое тело (рис. 11, а). Для пары сил главный вектор $\bar{R} = \bar{F} + \bar{F}' = 0$, поэтому свойства пары сил рассматриваются отдельно.

Расстояние d между линиями действия сил пары называется плечом пары. Действие пары сил на твердое тело сводится к вращательному эффекту, который характеризуется величиной, называемой моментом пары.

Моментом пары сил называется вектор \bar{m} (или \bar{M}), модуль которого равен произведению модуля одной из сил пары на её плечо, и который направлен перпендикулярно плоскости дей-

ствия пары, причем с конца его пара видна направленной против хода часовой стрелки (рис. 11, б).

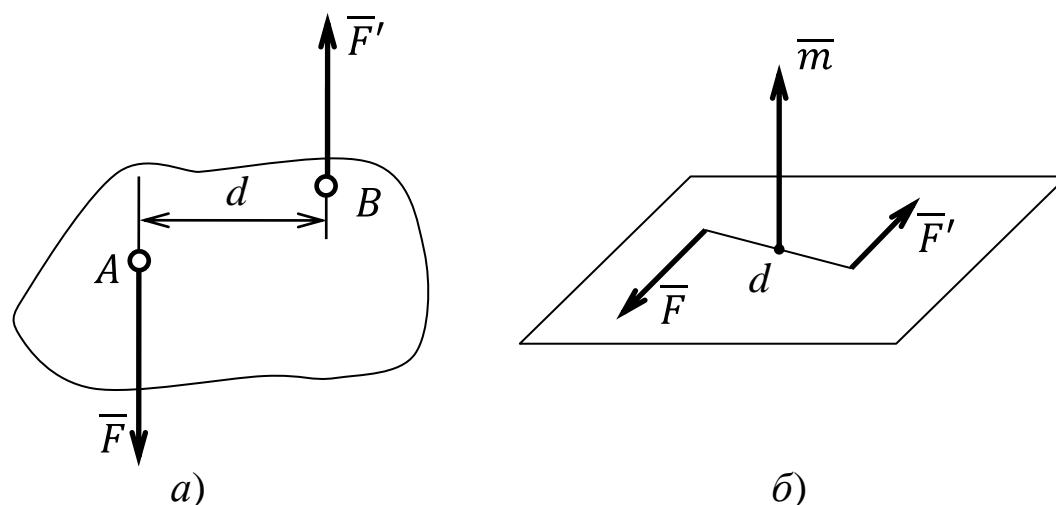


Рис. 11

Свойства пары сил:

- пару сил можно переносить куда угодно в плоскости действия пары;
- у пары сил можно менять длину плеча или модуль силы, сохраняя неизменным её момент. Так увеличив плечо в 2 раза, во столько же раз уменьшают силу;
- пару можно перенести из данной плоскости в любую другую плоскость, параллельную данной.

Если на тело действует система пар с моментами $\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_n$, то она будет эквивалентна одной паре с моментом

$$\vec{M} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_k. \quad (19)$$

Отсюда вытекает условие равновесия системы пар сил

$$\vec{M} = 0 \text{ или } \vec{m}_k = 0. \quad (20)$$

5. Приведение системы сил к центру

Правило параллельного переноса сил. Если на тело действует сила \vec{F} (рис. 12, а), приложенная в точке А, и требуется перенести её в точку В, то в точке В прикладывают две уравновешивающие друг друга силы \vec{F}' , \vec{F}'' равные \vec{F} (рис. 12, б). Действие трех сил $\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}''$ будет таким же, как одной силы \vec{F} . Новую систему сил можно рассматривать, как состоящую из си-

лы \vec{F}' , и пары \vec{F}, \vec{F}'' с моментом $\vec{m} = \vec{m}_B \vec{F}$ (рис. 12, б). Пара \vec{F}, \vec{F}'' образует момент \vec{m} , который называют присоединенным (рис. 12, в).

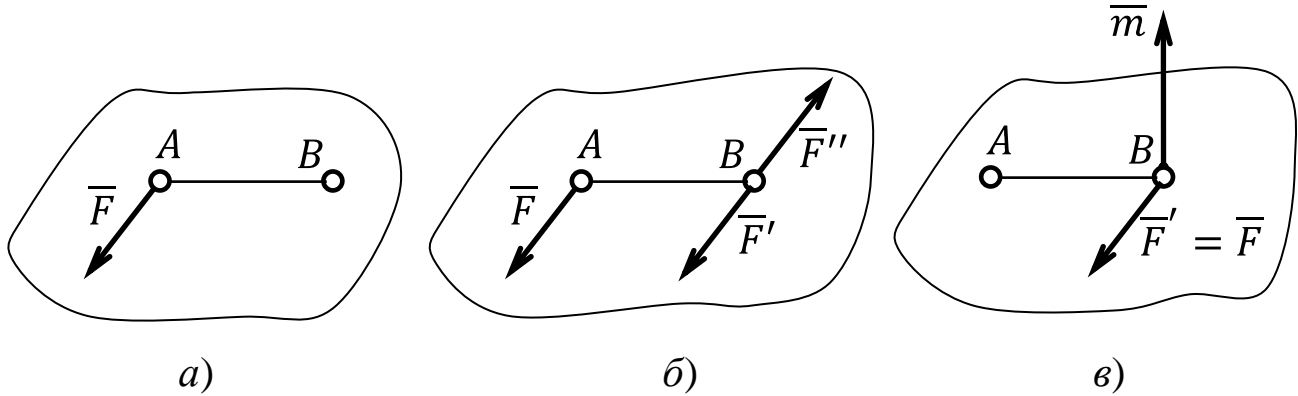


Рис. 12

Приведение системы сил к заданному центру. Приведение состоит в параллельном переносе сил в заданную точку (центр приведения) и добавлении присоединенных пар.

Пусть на тело действует пространственная система сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ (рис. 13, а), а точка O – центр приведения.

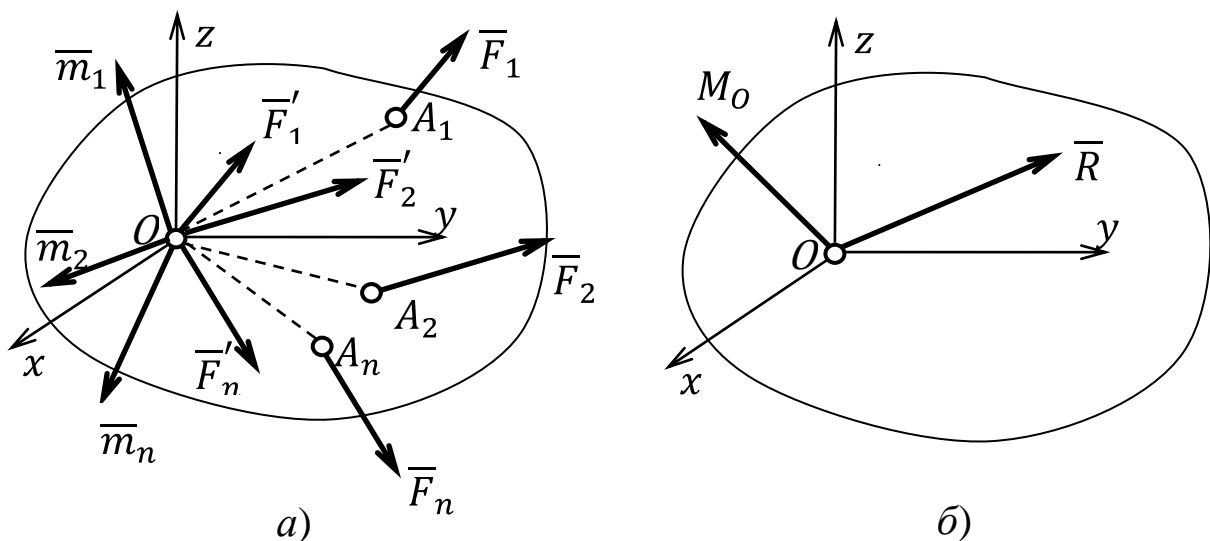


Рис. 13

Перенесём все силы в центр O . Тогда на тело будет действовать система сил

$$\vec{F}'_1 = \vec{F}_1, \vec{F}'_2 = \vec{F}_2, \dots, \vec{F}'_n = \vec{F}_n, \quad (21)$$

приложенных в центре O , и система пар, моменты которых равны

$$\vec{m}_1 = \vec{m}_O \vec{F}_1, \vec{m}_2 = \vec{m}_O \vec{F}_2, \dots, \vec{m}_n = \vec{m}_O \vec{F}_n. \quad (22)$$

Перенесенные силы заменим одной силой \vec{R} , приложенной в центре O (рис. 13, б). При этом

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{F}_k. \quad (23)$$

Чтобы сложить все присоединённые пары, надо сложить векторы моментов этих пар. В результате система пар заменится одной парой, момент которой

$$\vec{M}_O = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_n = \vec{m}_k. \quad (24)$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Дано: на рис. 14 показана система сил $\vec{N}; \vec{P}; \vec{Q}$; $N = 2 \text{ кН}$; $P = 4 \text{ кН}$; $Q = 6 \text{ кН}$; геометрические размеры – $OA = 2 \text{ м}$; $AB = 4 \text{ м}$; $BC = 6 \text{ м}$; $CD = 3 \text{ м}$.

Требуется: привести все силы в заданный центр точку O .

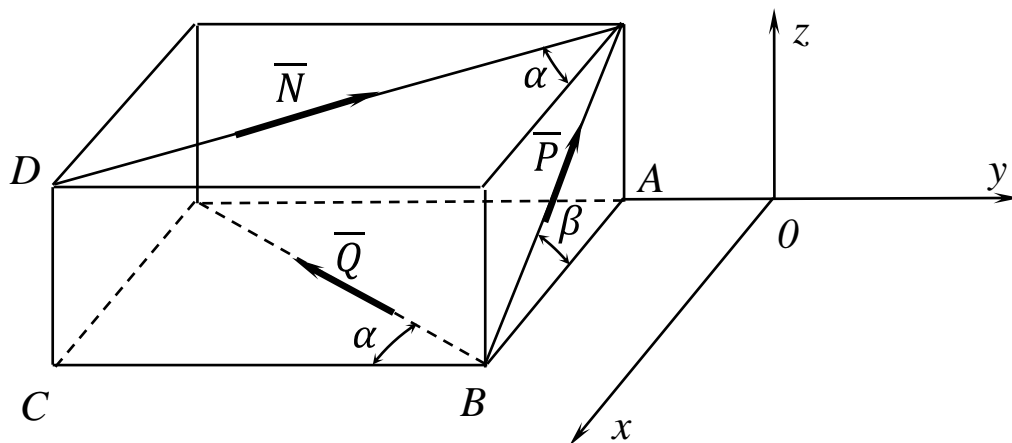


Рис. 14

Аналитическое решение.

Для решения задачи введём углы α , β и вычислим косинусы и синусы этих углов:

$$\cos \alpha = \frac{BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{6}{\sqrt{4^2 + 6^2}} = 0,8$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$$

$$\cos \beta = \frac{AB}{\sqrt{AB^2 + CD^2}} = \frac{4}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 0,8$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$$

Определим проекции главного вектора \bar{R} на оси координат x, y, z :

$$R_x = \sum_{k=1}^n F_{kx} = N_x + Q_x + P_x = -N \sin \alpha - Q \sin \alpha - P \cos \beta =$$

$$= -2 \cdot 0,6 - 6 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,8 = -1,28 \text{ кН};$$

$$R_y = \sum_{k=1}^n F_{ky} = N_y + Q_y + P_y = N \cos \alpha - Q \cos \alpha =$$

$$= 2 \cdot 0,8 - 6 \cdot 0,8 = -3,2 \text{ кН};$$

$$R_z = \sum_{k=1}^n F_{kz} = N_z + Q_z + P_z = P \sin \beta =$$

$$= 4 \cdot 0,6 = 2,4 \text{ кН}.$$

Определим модуль главного вектора

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2 + (R_z)^2} =$$

$$= \sqrt{(-1,28)^2 + (-3,2)^2 + 2,4^2} = 4,3 \text{ кН}.$$

Вычислим проекции главного момента M_o на оси координат:

$$M_x = \sum_{k=1}^n m_x \bar{F}_k = -N \cos \alpha \cdot CD - P \sin \beta \cdot OA =$$

$$= -2 \cdot 0,8 \cdot 3 - 4 \cdot 0,6 \cdot 2 = -9,6 \text{ кНм};$$

$$M_y = \sum_{k=1}^n m_y \bar{F}_k = -P \sin \beta \cdot AB - N \sin \alpha \cdot CD =$$

$$= -4 \cdot 0,6 \cdot 4 - 2 \cdot 0,6 \cdot 3 = -12,6 \text{ кНм};$$

$$M_z = \sum_{k=1}^n m_z \bar{F}_k = -N \sin \alpha \cdot OA - P \cos \beta \cdot OA - \\ - Q \sin \alpha \cdot OA - Q \cos \alpha \cdot AB = -2 \cdot 0,56 \cdot 2 - 4 \cdot 0,8 \cdot 2 - 6 \cdot 0,562 \\ - 6 \cdot 0,832 \cdot 4 = -35,3 \text{ кНм.}$$

Определим модуль главного момента:

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \\ = \sqrt{(-9,8)^2 + (-12,96)^2 + (-35,3)^2} = 38,86 \text{ кНм.}$$

Графическое представление.

Для определения модуля главного вектора \bar{R} и модуля главного момента M_O графическим методом сложим значения полученных проекций главного вектора \bar{R} и главного момента M_O . Для этого сначала зададим масштабный коэффициент. Масштабный коэффициент это цена одного миллиметра чертежа. Он обозначается буквой μ с индексом физической величины, для которой строится план сил.

Выберем масштабный коэффициент для сил.

Из полученных значений проекций главного вектора \bar{R} на оси максимальное значение имеет проекция $R_y = 3,3 \text{ кН}$. Принимаем значение ее на плане $R_y = 50 \text{ мм}$, тогда

$$\mu_P = \frac{R_y}{R_y} = \frac{3,33}{50} = 0,06 \text{ кН}_{\text{мм}}.$$

Графические значения проекций равнодействующей силы \bar{R} на оси x и z :

$$R_x = \frac{R_x}{\mu_P} = \frac{1,28}{0,06} = 21,3 \text{ мм}; \\ R_z = \frac{R_z}{\mu_P} = \frac{2,4}{0,06} = 40 \text{ мм.}$$

Поскольку расчетные значения проекций на ось x и y получились со знаком «-», то векторы проекций R_y и R_z откладываем в отрицательную область значений соответствующих осей.

Выбираем масштабный коэффициент для моментов.

Из полученных значений проекций главного вектора M_O на оси максимальное значение имеет проекция $M_z = 35,3$ кНм. Принимаем ее значение на схеме $M_z = 60$ мм, тогда:

$$\mu_M = \frac{M_z}{M_z} = \frac{35,3}{60} = 0,588 \frac{\text{кНм}}{\text{мм}}.$$

Графические значения проекций моментов на оси x и y соответственно будут равны:

$$M_x = \frac{M_x}{\mu_M} = \frac{9,8}{0,588} = 16,7 \text{ мм};$$

$$M_y = \frac{M_y}{\mu_M} = \frac{12,96}{0,588} = 22 \text{ мм}.$$

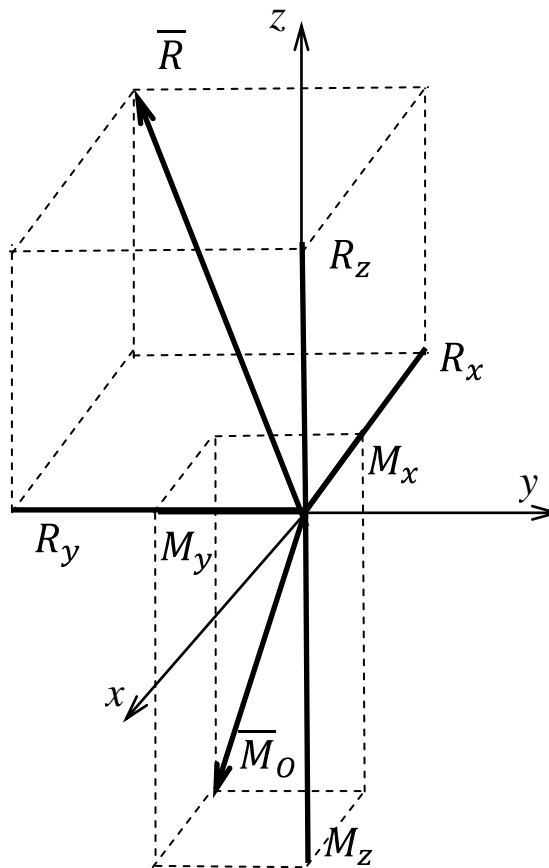


Рис. 15

На рис. 15 по проекциям главного вектора сил и момента сил на оси определяем направление и длину главного вектора \bar{R} и

главного момента M_O . Рисунок строится в косоугольной диметрии, поэтому длина проекции по оси x должна быть уменьшена вдвое.

Так как расчетные значения проекций главного момента на все оси отрицательны, то вектора проекций откладываем в отрицательную область значений соответствующих осей.

ЗАДАНИЯ

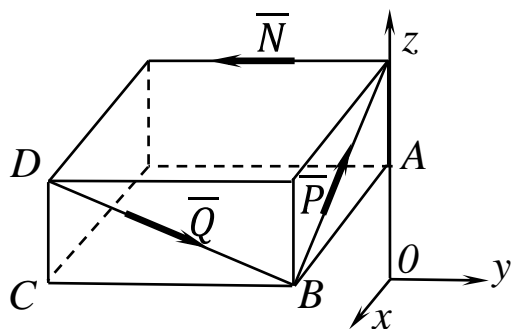
Во всех заданиях система сил $\bar{N}; \bar{P}; \bar{Q}$ расположена в пространстве как показано в таблице 1. Величины сил и размеры для каждого варианта даны в таблице 2. Требуется все силы привести в заданный центр точки O . Для этого:

- 1) аналитическим методом определить модуль главного вектора \bar{R} и модуль главного момента \bar{M}_O ;
- 2) графическим методом определить направление главного вектора сил и главного момента сил.

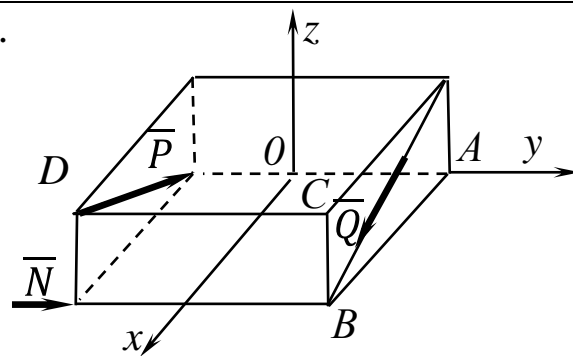
Таблица 1

<p>1.</p>	<p>2. угол $BCD = 90^\circ$</p>
<p>3. угол $BCD = 90^\circ$</p>	<p>4.</p>

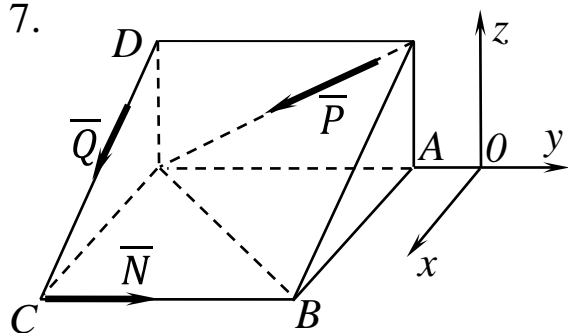
5.



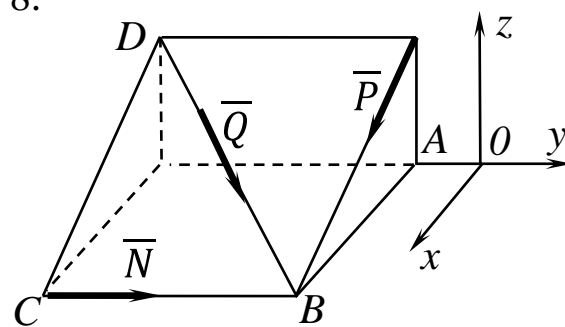
6.



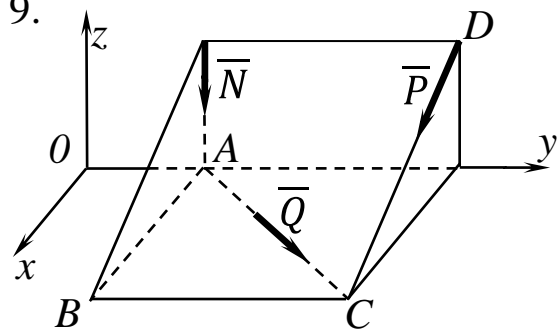
7.



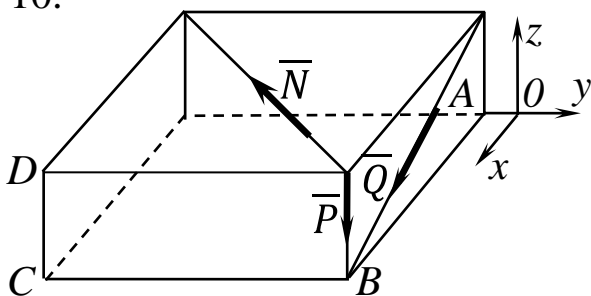
8.



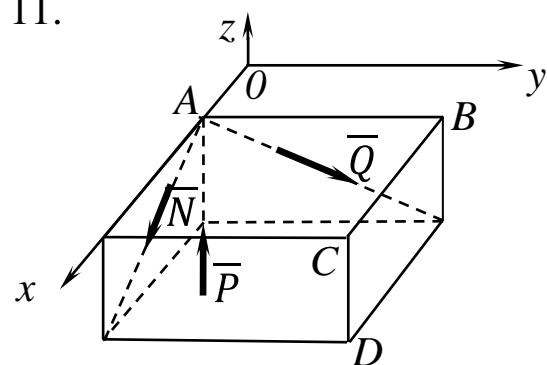
9.



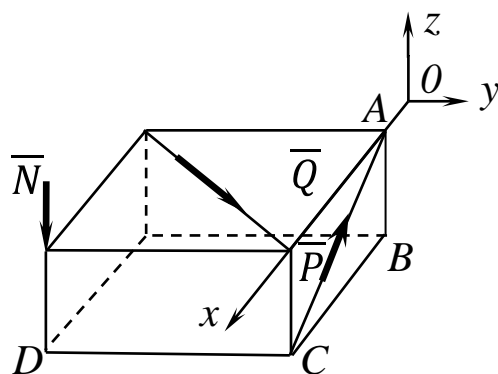
10.



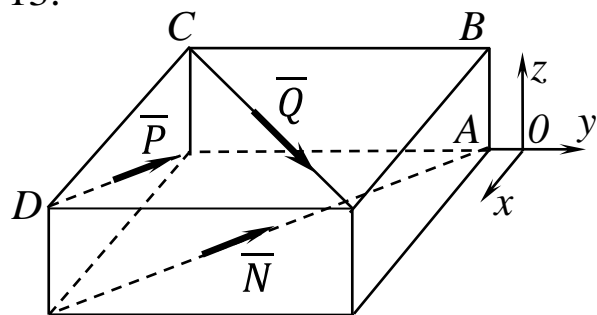
11.



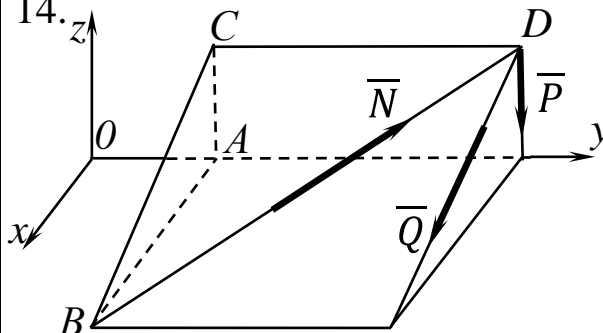
12.



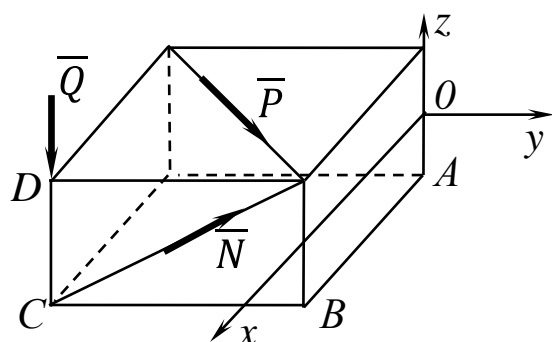
13.



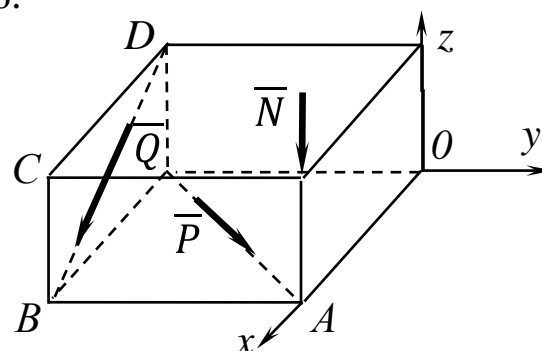
14.



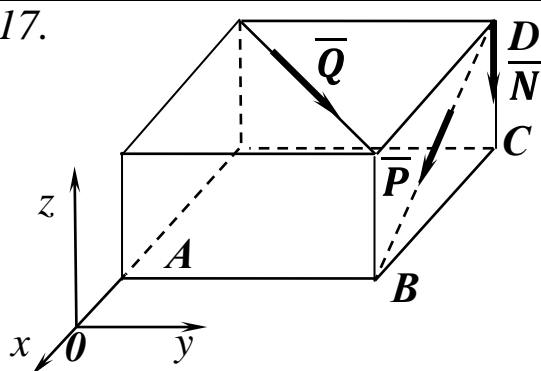
15.



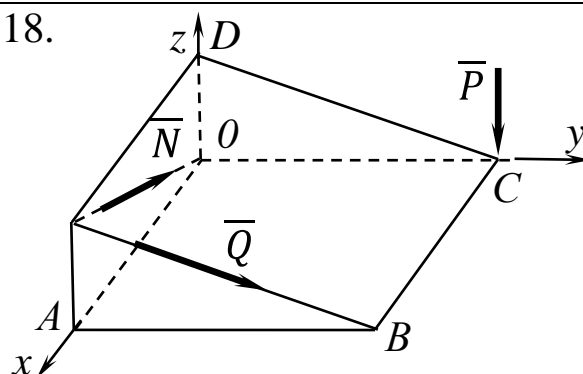
16.



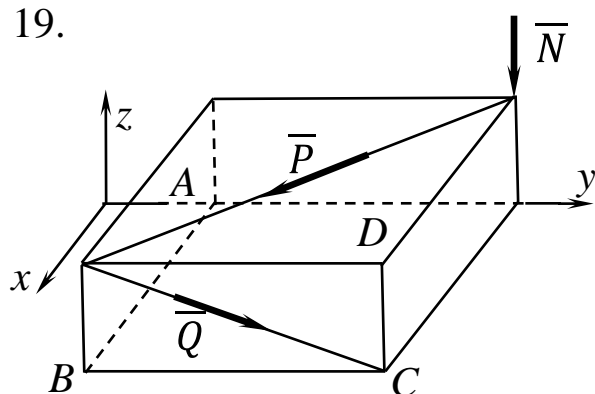
17.



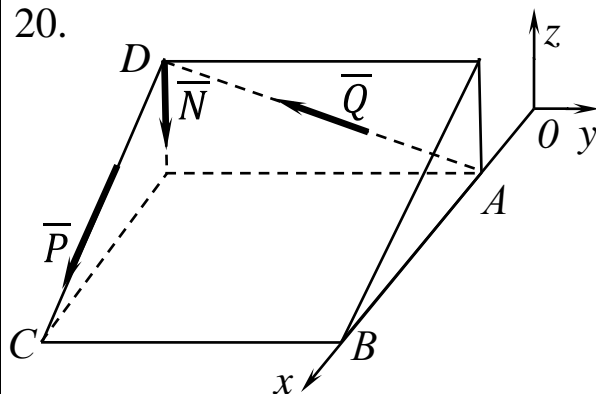
18.



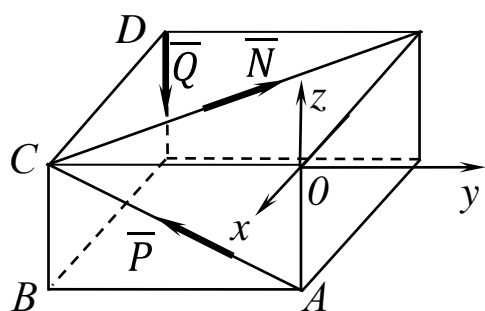
19.



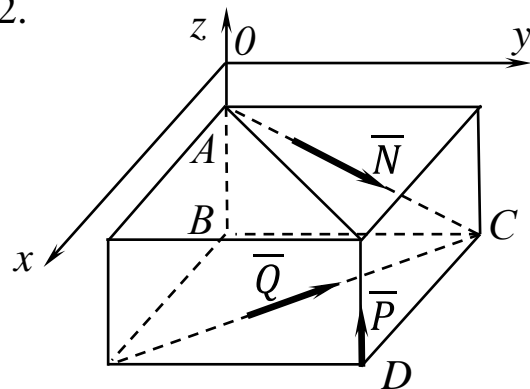
20.



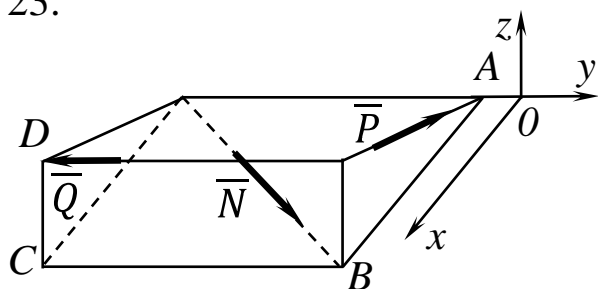
21.



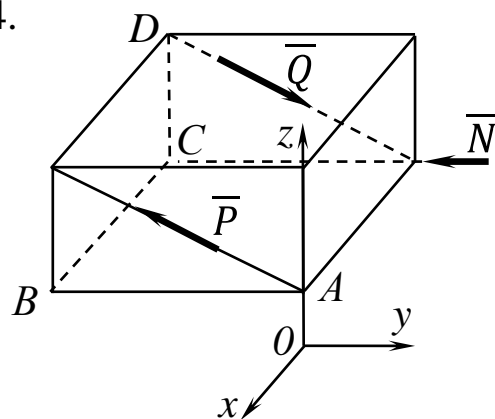
22.



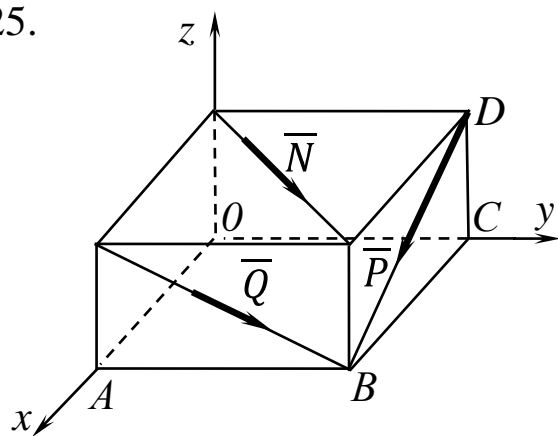
23.



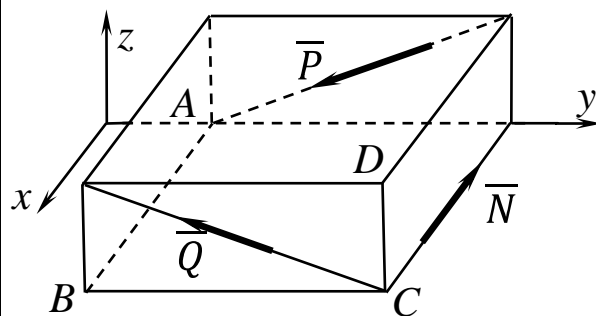
24.



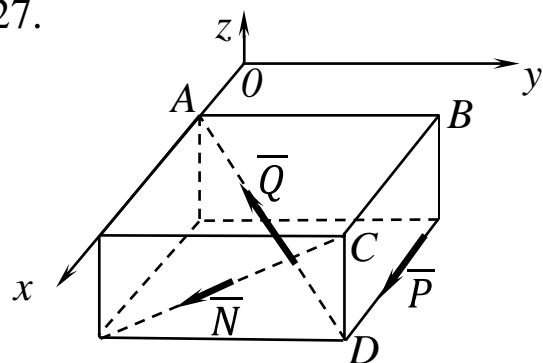
25.



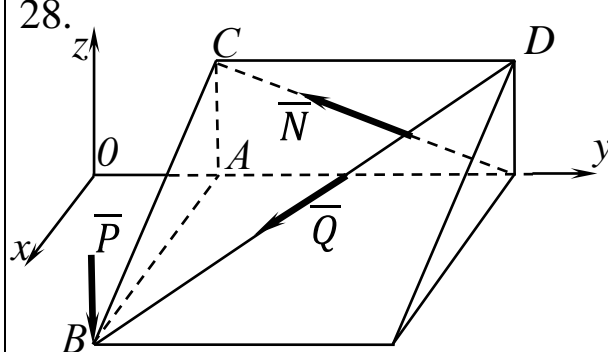
26.



27.



28.



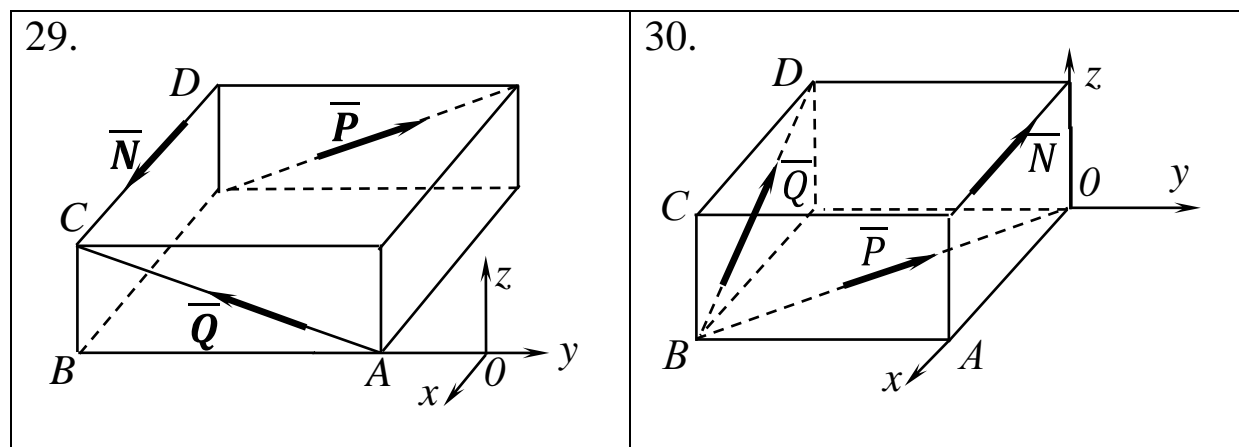


Таблица 2

Номер варианта	N	P	Q	OA	AB	BC	CD
	кН	кН	кН	м	м	м	м
1	7	6	5	3	2	2	1
2	1	2	3	2	5	1,5	1,5
3	2	4	5	1	3	2	4
4	5	6	8	6	5	4	2
5	7	1	4	7	5	4	2
6	4	3	2	2	4	3	8
7	3	7	9	1	4	5	6
8	4	6	8	2	3	4	8
9	5	4	2	3	4	5	10
10	4	8	3	1	2	4	3
11	3	4	8	3	2	4	2
12	9	8	7	2	3	4	6
13	5	5	3	3	4	6	2
14	3	3	3	2	4	6	6
15	5	8	4	2	4	7	5
16	3	4	2	2	5	3	2
17	2	3	5	2	4	3	2
18	4	5	3	4	6	4	10
19	2	4	5	1	2	4	3
20	4	3	7	3	4	6	8
21	6	7	9	2	6	2	4

Продолжение таблицы 2

Номер варианта	N	P	Q	OA	AB	BC	CD
	кН	кН	кН	м	м	м	м
22	2	4	6	1	4	6	3
23	4	7	5	2	5	8	3
24	9	7	5	2	6	4	2
25	2	3	4	3	4	3	5
26	7	6	3	5	7	4	3
27	4	3	7	3	6	3	5
28	2	9	5	2	2	4	6
29	8	4	8	3	4	2	5
30	5	8	3	4	5	7	10

ТРЕБОВАНИЕ К ОТЧЕТУ

Отчет по практическому занятию выполняется на отдельных листах формата А4.

В отчете должны быть приведены:

- схема сил $\overline{N}; \overline{P}; \overline{Q}$;
- расчёт модуля главного вектора \overline{R} и модуля главного момента \overline{M}_O ;
- схема определения направления главного вектора сил и главного момента сил с указанием масштабных коэффициентов для сил и размеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордиенко, Р. Ф., Статика твердого тела [Электронный ресурс] : учеб. пособие / КузГТУ, Кемерово , 2011 Электронный ресурс

<http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90617&type=utchposob:common>

2. Бать, Г. Ю., Теоретическая механика в примерах и задачах [Электронный ресурс] / т. 1 Статика и кинематика учеб. пособие / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон Санкт-Петербург: Лань - 2010, 672 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=84

Составитель
Садовец Владимир Юрьевич

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНОГО ВЕКТОРА
И ГЛАВНОГО МОМЕНТА СИСТЕМЫ СИЛ

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Механика» для направления
280700.62 «Техносферная безопасность»
и специальности 130101.65 «Прикладная геология»
и по дисциплине «Прикладная механика» для направления 241000.62
«Энерго-и ресурсосберегающие процессы
в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии»

Печатается в авторской редакции

Подписано в печать 26.06.2013. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,5
Тираж 76 экз. Заказ

КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Весенняя, 28
Типография КузГТУ, 650000, Кемерово, ул. Д. Бедного, 4А