Численные методы газовой динамики

ЗАДАЧА

В задаче Дирихле для плоского эллиптического уравнения необходимо вычислить значения функции *u* во внутренних узлах сетки прямоугольной области в виде

0

i

в

а

с

d

e

f

h

g

j

3

2

1

0

1

2

3

при заданных граничных условиях *a, b, c, d, e, f, g, h.*

Для решения задачи рекомендуется использовать итерационный метод Либмана, т. е. формулу



Расчет проводится последовательно для *j*=1:





и для *j*=2:





Очевидно, функции, содержащие в индексе число 0 или 3 равны соответствующим граничным условиям – их и следует подставлять в формулу.

Значения функций с иными индексами следует принимать равными их значениям в предыдущем приближении. В нулевом приближении обычно принимают

.

Для этих условий в 1-ом приближении будем иметь









Здесь следует обратить внимание на то, что поскольку в первой строчке функция  уже выведена, то в последующих строках значение  следует принимать равным, найденным в 1-ой строчке. Аналогично в последней строчке используется значение , , из предыдущих строчек, т. е. найденные функции немедленно используются в дальнейших вычислениях.

После определения функций в первом приближении переходим к выполнению второго приближения. Достаточность выполненных итераций определим сравнением результатов итераций



ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  варианта | Значения граничных функций | | | | | | | |
| *a* | *b* | *c* | *d* | *e* | *f* | *g* | *h* |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 4 | 5 | 5 | 4 |
| 3 | 10 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 10 | 5 | 0 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 5 | 5 | 10 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 6 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 7 | 12 | 8 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 14 | 5 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 9 | 15 | 4 | 1 | 2 | 1 | 4 | 1 | 1 |
| 10 | 16 | 14 | 6 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | 15 | 2 | 2 | 15 | 0 | 0 |
| 13 | 4 | 14 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 14 | 2 | 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 |
| 15 | 12 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 16 | 12 | 16 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 17 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 10 | 5 |
| 18 | 4 | 12 | 12 | 4 | 2 | 1 | 1 | 2 |
| 19 | 8 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 20 | 11 | 3 | 2 | 1 | 3 | 13 | 1 | 0 |
| 21 | 3 | 11 | 1 | 2 | 13 | 2 | 0 | 1 |
| 22 | 18 | 12 | 6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 23 | 6 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 5 | 4 |
| 24 | 1 | 2 | 4 | 6 | 6 | 4 | 1 | 1 |
| 25 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | 1 | 2 | 4 |
| 26 | 12 | 6 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 27 | 6 | 8 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 |
| 28 | 14 | 4 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 |