

Контрольная работа № 10: Ряды

Варианты контрольных заданий

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Первая цифра номера задачи соответствует номеру контрольной работы, а последняя – номеру варианта.

Вариант	Номер задачи				
	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5
1	10.1	10.1	10.21	10.31	10.41
2	10.2	10.12	10.22	10.32	10.42
3	10.3	10.13	10.23	10.33	10.43
4	10.4	10.14	10.24	10.34	10.44
5	10.5	10.15	10.25	10.35	10.45
6	10.6	10.16	10.26	10.36	10.46
7	10.7	10.17	10.27	10.37	10.47
8	10.8	10.18	10.28	10.38	10.48
9	10.9	10.19	10.29	10.39	10.49
10	10.10	10.20	10.30	10.40	10.50

Условия заданий контрольных работ**10.1 – 10.10.** Исследовать сходимость числового ряда.

10.1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sin^2 n\alpha}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$.

10.2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$.

10.3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$.

10.4. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+4)(6n+5)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$.

10.5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$.

10.6. а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin \frac{\pi}{2^n}$.

10.7. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$.

10.8. а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n-1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n^2-1}}{2n^2\sqrt{n}}$.

$$10.9. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}}; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}.$$

$$10.10. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^n}.$$

10.11. – 10.20. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд.

$$10.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}.$$

$$10.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n2^n}.$$

$$10.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}.$$

$$10.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos \frac{\pi}{n}}{n}.$$

$$10.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n+1)}{n(n+1)}.$$

$$10.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt[3]{n}}.$$

$$10.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}.$$

$$10.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \frac{\pi}{n}}{n}.$$

$$10.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}}.$$

$$10.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{1+n^2}.$$

10.21 – 10.30. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать его сходимость на концах интервала.

$$10.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}.$$

$$10.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}.$$

$$10.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{3^{n+1}}.$$

$$10.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{n4^n}.$$

$$10.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{3n-2}}{2^{3n}(n+1)}.$$

$$10.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n10^{n+1}}.$$

$$10.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(xn)^n}{n!}.$$

$$10.28. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{2n}.$$

$$10.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}.$$

$$10.30. \sum_{n=1}^{\infty} (3x)^{n-1} (n-1).$$

10.31 – 10.40. Вычислить определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно.

$$10.31. \int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x dx.$$

$$10.32. \int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}.$$

$$10.33. \int_0^{0.5} \sqrt{1+x^3} dx.$$

$$10.34. \int_0^{0.25} \frac{\sin x}{x} dx.$$

$$10.35. \int_{0,1}^{0,2} \frac{e^{-x}}{x^3} dx.$$

$$10.36. \int_0^1 \sin x^3 dx.$$

$$10.37. \int_0^{0,8} x^{10} \sin x dx.$$

$$10.38. \int_0^1 \cos x^2 dx.$$

$$10.39. \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}.$$

$$10.40. \int_0^{0,125} \sqrt{1-x^2} dx.$$

10.41. – 10.50. Найти три первых, отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

$$10.41. y'(x) = 1 + x - y^2, \quad y(0) = 1.$$

$$10.42. y''(x) = x^2 y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$10.43. y'(x) = x^2 + y^2, \quad y(0) = 0$$

$$10.44. y''(x) + xy = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

$$10.45. y'(x) = \frac{1-x^2}{y}, \quad y(0) = 1.$$

$$10.46. y''(x) = x^2 y - y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

10.47. $y'(x) = e^{xy} + xy, \quad y(0) = 0.$

10.48. $y''(x) = yy' - x^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

10.49. $y'(x) = \sin y - \sin x, \quad y(0) = 0.$

10.50. $y''(x) = xyu', \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1985.
2. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1984.
3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1981.
4. Щипачев В. С. Основы высшей математики. М.: Высш. шк., 1989.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 2. М.: Высшая школа, 1986.