

## **Контрольная работа № 11: Специальные главы высшей математики**

### **Варианты контрольных заданий**

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Первая цифра номера задачи соответствует номеру контрольной работы, а последняя – номеру варианта.

Вариант	Задача					
1	11.1	11.11	11.21	11.31	11.41	11.51
2	11.2	11.12	11.22	11.32	11.42	11.52
3	11.3	11.13	11.23	11.33	11.43	11.53
4	11.4	11.14	11.24	11.34	11.44	11.54
5	11.5	11.15	11.25	11.35	11.45	11.55
6	11.6	11.16	11.26	11.36	11.46	11.56
7	11.7	11.17	11.27	11.37	11.47	11.57
8	11.8	11.18	11.28	11.38	11.48	11.58
9	11.9	11.19	11.29	11.39	11.49	11.59
10	11.10	11.20	11.30	11.40	11.50	11.60

### Условия заданий для контрольной работы

**11.1–11.10.** Представить заданную функцию  $w = f(z)$ , где  $z = x + iy$  в виде  $w = u(x, y) + iv(x, y)$ . Проверить ее на дифференцируемость и аналитичность. Найти производную, если она существует.

**11.1.**  $w = 2z^2 - 3iz$ .

**11.2.**  $w = e^{1-iz}$ .

**11.3.**  $w = \bar{z} \cdot \operatorname{Im} z$ .

**11.4.**  $w = \bar{z}^{-2} - iz^2$ .

**11.5.**  $w = x^2 - 2iy$ .

**11.6.**  $w = (iz)^2$ .

**11.7.**  $w = z^2 - 2i$ .

**11.8.**  $w = e^{1-z}$ .

**11.9.**  $w = z^2 i - z$ .

**11.10.**  $w = z \cdot \bar{z} - z \cdot \operatorname{Im} z$ .

**11.11–11.20.** Вычислить интеграл, используя интегральную формулу Коши или теорему Коши. Изобразить контуры интегрирования.

**11.11.**  $\int_C \frac{ze^z}{z+2i} dz$ , где  $C$ : 1)  $|z+i|=3$ ; 2)  $|z-2i|=2$ .

**11.12.**  $\int_C \frac{dz}{z^3-16z}$  где  $C$ : 1)  $|z-1|=2$ ; 2)  $|z-16|=2$ .

**11.13.**  $\int_C \frac{z^3}{z-2i} dz$ , где  $C$ : 1)  $|z+2i|=1$ ; 2)  $|z|=3$ .

**11.14.**  $\int_C \frac{dz}{z^2-1}$ , где  $C$ : 1)  $|z-1|=0,5$ ; 2)  $\left|z+\frac{3}{2}i\right|=1$ .

$$11.15. \int_C \frac{e^z}{z-4} dz, \text{ где } C: 1) |z+i|=7; 2) |z|=3.$$

$$11.16. \int_C \frac{\cos z}{z(z+3)} dz, \text{ где } C: 1) |z-2-i|=0,5; 2) |z|=1.$$

$$11.17. \int_C \frac{1-\sin z}{z} dz, \text{ где } C: 1) |z-3i|=1; 2) |z|=0,5.$$

$$11.18. \int_C \frac{dz}{z^2+4}, \text{ где } C: 1) |z-i|=2; 2) |z-4|=1.$$

$$11.19. \int_C \frac{z^3 dz}{z^2-1}, \text{ где } C: 1) |z+1|=1; 2) |z-i|=\frac{1}{2}.$$

$$11.20. \int_C \frac{z+1}{z^2-3z} dz, \text{ где } C: 1) |z|=1; 2) |z-1-i|=1.$$

**11.21–11.30.** Данную функцию  $f(z)$  разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0$ . Определить характер особой точки. Найти вычет функции в точке  $z_0$ .

$$11.21. f(z) = z \cdot \cos \frac{1}{z-2}, \quad z_0 = 2.$$

$$11.22. f(z) = z \cdot e^{\frac{z}{z-5}}, \quad z_0 = 5.$$

$$11.23. f(z) = \frac{\cos z}{(z+1)^2}, \quad z_0 = -1.$$

$$11.24. f(z) = \frac{\sin z}{z-2}, \quad z_0 = 2.$$

$$11.25. f(z) = \cos \frac{z}{z+2i}, \quad z_0 = -2i.$$

$$11.26. f(z) = z \cdot e^{\frac{1}{z-2}}, \quad z_0 = 2.$$

$$11.27. f(z) = \sin \frac{z}{z-1}, \quad z_0 = 1.$$

$$11.28. f(z) = z \cdot e^{\frac{1}{z-i}}, \quad z_0 = i.$$

$$11.29. f(z) = \sin \frac{z+3}{z}, \quad z_0 = 0.$$

$$11.30. f(z) = (z-3)e^{\frac{z}{z-3}}, \quad z_0 = 3.$$

**11.31–11.40.** Методами операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям.

$$11.31. x'' + x = \cos t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$$11.32. x'' + x' = 1 - t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$$11.33. x'' + 3x' + 2x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 2.$$

$$11.34. x''' - x'' = 0, \quad x(0) = 2, \quad x'(0) = 0, \quad x''(0) = 1.$$

$$11.35. x'' + x' = t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$$11.36. x'' + x' = \cos t, \quad x(0) = 2, \quad x'(0) = 0.$$

$$11.37. x'' + 2x' + 2x = 1, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$$11.38. x'' + 4x = \sin t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$$11.39. x'' - 3x' + 2x = e^t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

$$11.40. x''' - x' = 0, \quad x(0) = 3, \quad x'(0) = 2, \quad x''(0) = 1$$

**11.41–11.50.** Методами операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее начальным условиям.

$$11.41. \begin{cases} x' + 4x + 4y = 0, & x(0) = 3, \\ y' + 2x + 6y = 0, & y(0) = 15. \end{cases}$$

$$11.42. \begin{cases} x' - x - 4y = 1, & x(0) = 1, \\ y' - 2x - 3y = 2, & y(0) = 2. \end{cases}$$

$$11.43. \quad \begin{cases} x' = x + 6y + 1, & x(0) = 0, \\ y' = -2x + 9y, & y(0) = 1. \end{cases}$$

$$11.44. \quad \begin{cases} x' - x - 4y = 1, & x(0) = 0, \\ y' - 2x - 3y = 0, & y(0) = 1. \end{cases}$$

$$11.45. \quad \begin{cases} x' = x - 3y, & x(0) = 1 \\ y' = 3x + y, & y(0) = 0 \end{cases}$$

$$11.46. \quad \begin{cases} x' = 3x + 4y, & x(0) = 1 \\ y' = 4x - 3y, & y(0) = 1 \end{cases}$$

$$11.47. \quad \begin{cases} x' = -7x + y, & x(0) = 2, \\ y' = -2x - 5y, & y(0) = 1. \end{cases}$$

$$11.48. \quad \begin{cases} x' = 2x + y, & x(0) = 1, \\ y' = x + 2y, & y(0) = 3. \end{cases}$$

$$11.49. \quad \begin{cases} x' = 3y - x, & x(0) = 0, \\ y' = x + y + e^t, & y(0) = 0. \end{cases}$$

$$11.50. \quad \begin{cases} x' = 2x + y, & x(0) = 1, \\ y' = 3x + 4y, & y(0) = -1. \end{cases}$$

**11.51–11.60.** Дан тонкий однородный стержень  $0 < x < l$ , боковая поверхность которого теплоизолирована. Найти распределение температуры  $u(x, t)$  в стержне, если задана его начальная температура  $u(x, 0) = \varphi(x)$  и дополнительные краевые условия.

**11.51.** Правый конец стержня теплоизолирован, левый конец поддерживается при постоянной температуре  $u_1 = \frac{3}{2}$ ,  $\varphi(x) = 3x$ .

**11.52.** Концы стержня поддерживаются при постоянной температуре равной нулю,  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = 0$ ,  $\varphi(x) = \frac{x(l-x)}{l^2}$ .

**11.53.** Правый конец стержня теплоизолирован, левый конец поддерживается при постоянной температуре  $u_1 = \frac{5}{3}$ ,  $\varphi(x) = 7x$ .

**11.54.** Концы стержня поддерживаются при постоянной температуре равной нулю,  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = 0$ ,  $\varphi(x) = \frac{5x(l-x)}{l^2}$ .

**11.55.** Левый конец стержня теплоизолирован, правый конец поддерживается при постоянной температуре  $u_2 = \frac{4}{9}$ ,  $\varphi(x) = 9x$ .

**11.56.** Концы стержня поддерживаются при постоянной температуре равной нулю,  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = 0$ ,  $\varphi(x) = \frac{3x(l-x)}{l^2}$ .

**11.57.** Левый конец стержня теплоизолирован, правый стержня поддерживается при постоянной температуре  $u_2 = \frac{1}{7}$ ,  $\varphi(x) = 11x$ .

**11.58.** Концы стержня поддерживаются при постоянной температуре равной нулю,  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = 0$ ,  $\varphi(x) = \frac{10x(l-x)}{l^2}$ .

**11.59.** Правый конец стержня теплоизолирован, левый стержня поддерживается при постоянной температуре  $u_1 = \frac{1}{2}$ ,  $\varphi(x) = \frac{x}{6}$ .

**11.60.** Левый конец стержня теплоизолирован, правый стержня поддерживается при постоянной температуре  $u_2 = \frac{1}{4}$ ,  $\varphi(x) = \frac{x}{10}$ .

## **Библиографический список**

1. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: В 2т. Т. 2/ Н. С. Пискунов. М.: Наука, 1985.
2. Бугров, Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: /Я. С. Бугров, С. М. Никольский. М.: Наука, 1984.
3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1981.
4. Щипачев, В. С. Основы высшей математики / В. С. Щипачев. М.: Высш. шк., 1989.
5. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2т. Т. 2 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевников. М.: Высшая школа, 1986.
6. Сборник задач по уравнениям математической физики / Под ред. В.С. Владимирова. М.: Наука, 1974.
7. Сборник задач по математике. Специальные курсы / Под ред. А. В. Ефимова. М.: Наука, 1984.