

Контрольная работа № 12:

Теория вероятностей и математическая статистика

Варианты контрольных заданий

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Первая цифра номера задачи соответствует номеру контрольной работы, а последняя – номеру варианта.

Вариант	Задачи							
1	12.1	12.11	12.21	12.31	12.41	12.51	12.61	12.71
2	12.2	12.12	12.22	12.32	12.42	12.52	12.62	12.72
3	12.3	12.13	12.23	12.33	12.43	12.53	12.63	12.73
4	12.4	12.14	12.24	12.34	12.44	12.54	12.64	12.74
5	12.5	12.15	12.25	12.35	12.45	12.55	12.65	12.75
6	12.6	12.16	12.26	12.36	12.46	12.56	12.66	12.76
7	12.7	12.17	12.27	12.37	12.47	12.57	12.67	12.77
8	12.8	12.18	12.28	12.38	12.48	12.58	12.68	12.78
9	12.9	12.19	12.29	12.39	12.49	12.59	12.69	12.79
10	12.10	12.20	12.30	12.40	12.50	12.60	12.70	12.80

Условия заданий контрольных работ

12.1. – 12.10. Эксперимент заключается в подбрасывании двух игральных костей. Определить вероятность того, что а) сумма очков не превосходит N ; б) произведение очков не превосходит N ; в) произведение числа очков делится на N .

12.1. $N = 5$.

12.2. $N = 6$.

12.3. $N = 7$.

12.4. $N = 8$.

12.5. $N = 7$.

12.6. $N = 8$.

12.7. $N = 9$.

12.8. $N = 10$.

12.9. $N = 11$.

12.10. $N = 5$.

12.11. – 12.20. Среди n лотерейных билетов k выигрышных. Наудачу взяли m билетов. Вычислить вероятность того, что среди них r выигрышных билетов.

12.11. $n = 16$, $k = 13$, $m = 8$, $r = 6$.

12.12. $n = 17$, $k = 14$, $m = 9$, $r = 7$.

12.13. $n = 18$, $k = 15$, $m = 10$, $r = 8$.

12.14. $n = 19$, $k = 16$, $m = 11$, $r = 9$.

12.15. $n = 20$, $k = 15$, $m = 12$, $r = 6$.

12.16. $n = 17$, $k = 13$, $m = 11$, $r = 6$.

12.17. $n = 21$, $k = 14$, $m = 13$, $r = 10$.

12.18. $n = 23$, $k = 20$, $m = 15$, $r = 12$.

12.19. $n = 22$, $k = 19$, $m = 14$, $r = 10$.

12.20. $n = 25$, $k = 22$, $m = 17$, $r = 15$.

12.21. – 12.20. Два игрока поочередно бросают монету. Выигрывает тот игрок, у которого раньше выпадет герб. Первым бросок делает А, второй бросок – В, третий – А и т. д. Найти вероятность того, что выиграет игрок В не позднее k -го броска.

12.21. $k = 10$.12.22. $k = 5$.12.23. $k = 12$.12.24. $k = 13$.12.25. $k = 8$.12.26. $k = 9$.12.27. $k = 6$.12.28. $k = 4$.12.29. $k = 7$.12.30. $k = 11$.

12.31. – 12.40. В магазин поступают однотипные изделия с трех заводов, причем i -й завод поставляет m_i процентов изделий ($i = 1, 2, 3$). Среди изделий i -го завода n_i процентов первосортных. Купленное изделие оказалось первосортным. Определить вероятность того, что оно было произведено на j -ом заводе.

Задача	m_1	m_2	m_3	n_1	n_2	n_3	j
12.31.	50	30	20	70	80	90	1
12.32.	70	10	20	75	80	90	2
12.33.	50	20	30	70	60	90	3
12.34.	60	20	20	70	80	90	1
12.35.	50	30	20	70	80	90	2
12.36.	60	20	20	75	80	90	3
12.37.	50	30	20	80	85	90	1
12.38.	70	10	20	60	80	70	2
12.39.	60	20	20	75	80	90	3
12.40.	50	20	30	80	85	90	1

12.41. – 12.50. В каждом из независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью p . Найти вероятность того, что событие A произойдет а) ровно M раз, б) от K до M раз, в) больше чем M раз, г) меньше K раз.

Задача	n	p	M	K
12.41.	710	0.36	280	239

12.42.	720	0.37	290	248
12.43.	730	0.38	300	257
12.44.	740	0.39	310	266
12.45.	750	0.40	320	275
12.46.	760	0.41	330	284
12.47.	770	0.42	340	293
12.48.	780	0.43	350	302
12.49.	790	0.44	360	311
12.50.	800	0.45	370	320

12.51.–12.60. Вероятность производства нестандартной детали равна p . Контролер берет наудачу деталь из партии и проверяет ее качество. Если деталь оказывается нестандартной, то дальнейшие испытания прекращаются и партия задерживается. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую деталь на проверку и так далее, но всегда он проверяет не более n деталей. Случайная величина X – число проверенных деталей. Составить закон распределения случайные величины X , найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратичное отклонение σ_X .

12.51. $p = 0.1, \quad n = 5.$

12.52. $p = 0.1, \quad n = 4.$

12.53. $p = 0.05, \quad n = 5.$

12.54. $p = 0.05, \quad n = 4.$

12.55. $p = 0.15, \quad n = 5.$

12.56. $p = 0.15, \quad n = 4.$

12.57. $p = 0.2, \quad n = 4.$

12.58. $p = 0.2, \quad n = 5.$

12.56. $p = 0.25, \quad n = 6.$

12.56. $p = 0.3, \quad n = 6.$

12.61. – 12.70. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) задана формулой:

$$p(x, y) = \begin{cases} C(x + ky), & \text{если } 0 < x < a, 0 < y < b, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

1. Найти постоянную C .

2. Найти одномерные (маргинальные) плотности $f_X(x)$ и $f_Y(y)$ случайных величин X и Y .
3. Вычислить вероятность $P(aX > bY)$.
4. Вычислить математические ожидания $M(X)$, $M(Y)$, дисперсии $D(X)$, $D(Y)$, коэффициент корреляции ρ_{XY} .
5. Являются ли случайные величины X и Y независимыми?

12.61. $k = 1, a = 2, b = 2.$

12.62. $k = 3, a = 3, b = 1.$

12.63. $k = 2, a = 1, b = 4.$

12.64. $k = 1, a = 4, b = 2.$

12.65. $k = 3, a = 3, b = 2.$

12.66. $k = 2, a = 5, b = 1.$

12.67. $k = 2, a = 4, b = 2.$

12.68. $k = 2, a = 2, b = 2.$

12.69. $k = 3, a = 1, b = 3.$

12.70. $k = 4, a = 2, b = 3.$

12.71.– 12.80. По выборке X_1, X_2, \dots, X_n , объема n из нормально распределенной генеральной совокупности, вычислены характеристики

$$M_1 = \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{и} \quad M_2 = \sum_{i=1}^n X_i^2. \quad \text{Найти доверительный интервал для математического ожидания } a = M(X_i), \text{ надежности } \gamma. \text{ Вычисления производить с точностью до } 0.001.$$

12.71. $n = 20, M_1 = 71.13, M_2 = 261.88, \gamma = 0.90.$

12.72. $n = 21, M_1 = 63.38, M_2 = 205.27, \gamma = 0.995.$

12.73. $n = 22, M_1 = 67.90, M_2 = 219.29, \gamma = 0.95.$

12.74. $n = 23, M_1 = 79.13, M_2 = 282.75, \gamma = 0.98.$

12.75. $n = 24, M_1 = 80.79, M_2 = 294.24, \gamma = 0.99.$

12.76. $n = 25, M_1 = 83.72, M_2 = 292.87, \gamma = 0.90.$

12.77. $n = 26, M_1 = 89.12, M_2 = 317.87, \gamma = 0.995.$

12.78. $n = 27, M_1 = 84.62, M_2 = 291.44, \gamma = 0.95.$

12.79. $n = 28, M_1 = 96.98, M_2 = 363.89, \gamma = 0.99.$

12.80. $n = 29, M_1 = 99.66, M_2 = 367.66, \gamma = 0.99.$

Список литературы

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1985.
2. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1984.
3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1981.
4. Щипачев В. С. Основы высшей математики. М.: Высшая школа, 1989.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 2. М.: Высшая школа, 1986.
6. Сборник задач по уравнениям математической физики. Под ред. В.С. Владимирова. – М.: Наука, 1974г.
7. Сборник задач по математике. Специальные курсы. Под ред. А. В. Ефимова – М.: Наука, 1984.
8. Боровков А. А. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1976.
9. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975.
10. Захаров В. К., Севастьянов Б. А., Чистяков В. П. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1983.
11. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2000.,
12. Колемаев В. А., Староверов О. В., Турундаевский В. Б. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1991.
13. Шушерина О. А. Высшая математика. Теория вероятностей.– Красноярск: КГТА, 1994.