

Задача С.4. Определение реакций опор твёрдого тела

На схемах рис. 29 – 31 показаны конструкции рам и балок. Действующая нагрузка дана в таблице 2, при этом во всех вариантах $a = 1$ м. В вариантах 5 и 10 в точке В – свободное опирание.

Определить реакции в опорах конструкций, если $\alpha = 30^\circ$.

Таблица 2

Номер вари- анта (рис.29- 31)	F_1 кН	F_2 кН	M кНм	q кН/м	Номер вари- анта (рис.29- 31)	F_1 кН	F_2 кН	M кНм	q кН/м
1	8	4	20	1	16	8	6	10	2
2	4	8	10	4	17	2	4	20	1
3	8	4	16	3	18	2	6	10	4
4	10	6	10	4	19	4	6	8	2
5	6	8	20	2	20	6	2	4	2
6	4	10	10	5	21	10	8	6	4
7	10	4	20	4	22	6	4	10	4
8	4	6	10	5	23	4	8	6	1
9	8	4	20	5	24	6	2	20	2
10	4	10	20	2	25	8	2	10	4
11	1	2	10	2	26	2	8	10	2
12	2	4	20	4	27	8	4	6	2
13	2	10	10	2	28	4	6	4	2
14	4	6	6	2	29	8	10	6	2
15	4	10	4	1	30	4	2	4	2

Плоскую произвольную систему сил можно привести в заданный центр (т. О) к *главному вектору* \bar{R}' и *главному моменту* \bar{M}_O . При этом $\bar{R}' \perp \bar{M}_O$. Если $\bar{R}' = 0$ и $\bar{M}_O = 0$, то плоская произвольная система сил будет взаимно уравновешиваться. С центром О связываем прямоугольную систему координат $XOYZ$ и на эти оси проецируем \bar{R}' и \bar{M}_O . Следовательно, $R'_x = 0$, $R'_y = 0$ и $M_{Oz} = 0$.

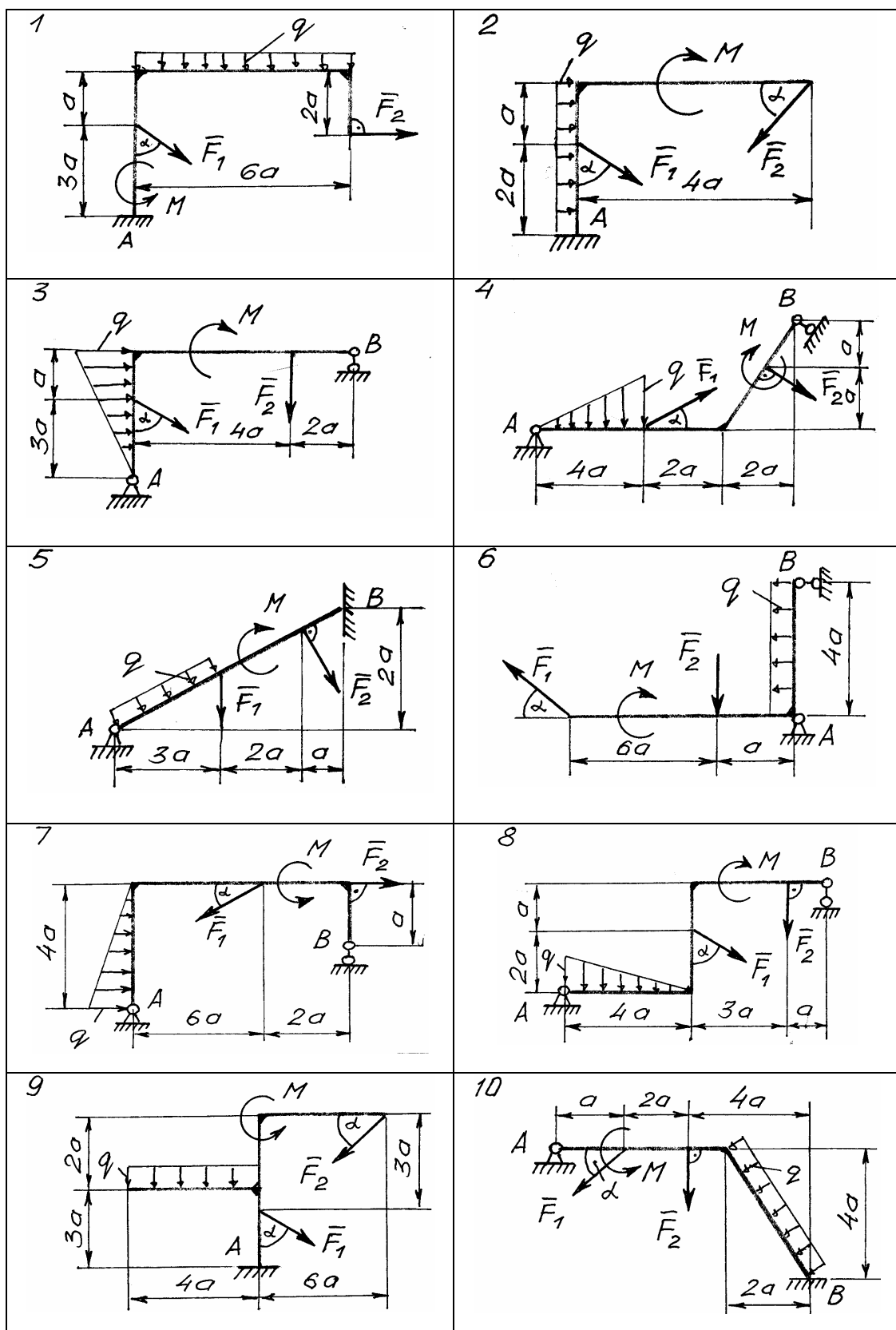


Рис. 29

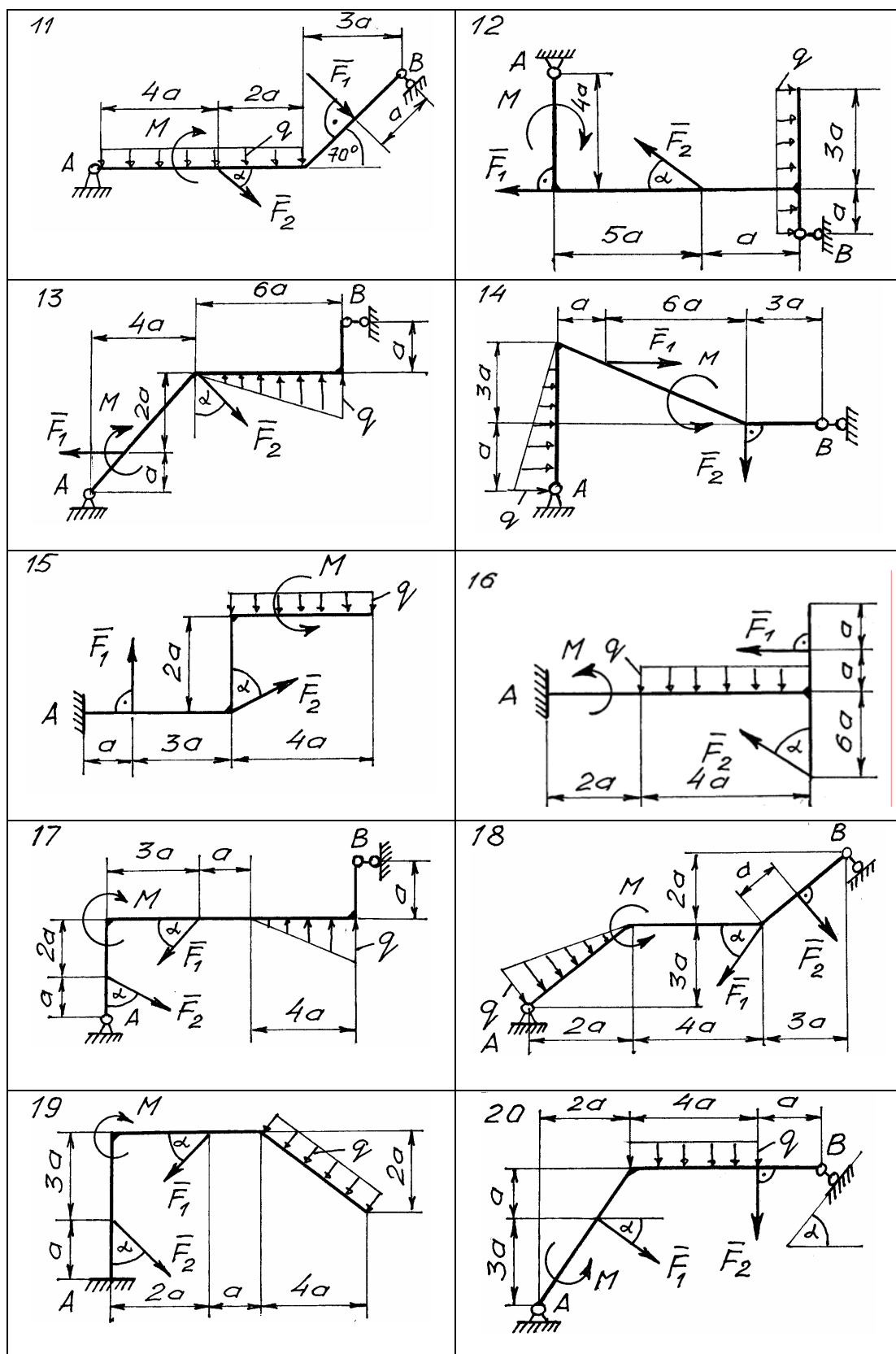


Рис. 30

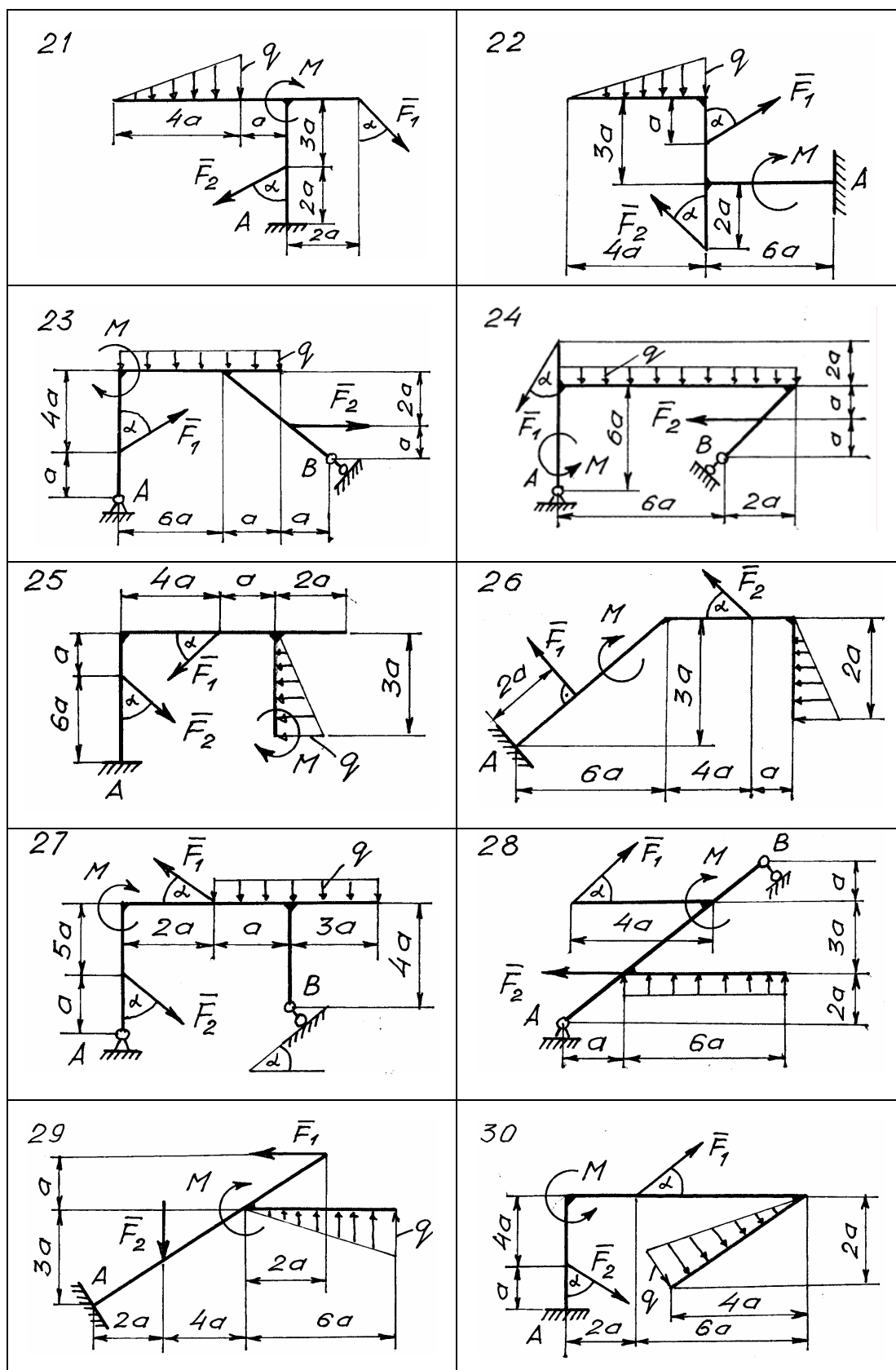


Рис. 31

Тогда для равновесия плоской произвольной системы сил будем иметь три формы систем уравнений:

1 форма

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= 0; \\ \sum F_{ky} &= 0; \\ \sum m_A(\bar{F}_k) &= 0;\end{aligned}$$

2 форма

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= 0; \\ \sum m_A(\bar{F}_k) &= 0; \\ \sum m_B(\bar{F}_k) &= 0;\end{aligned}$$

3 форма

$$\begin{aligned}\sum m_A(\bar{F}_k) &= 0; \\ \sum m_B(\bar{F}_k) &= 0; \\ \sum m_C(\bar{F}_k) &= 0.\end{aligned}$$

Во второй форме ось Ox не должна быть перпендикулярной к прямой проходящей через точки A и B , а в третьей форме – точки A , B и C не должны лежать на одной прямой.

Распределенную нагрузку в виде прямоугольника (равномерно распределенная нагрузка) или треугольника заменяют одной силой (равнодействующей), которая всегда будет приложена в центре тяжести площади распределения (рис. 32 – 33).

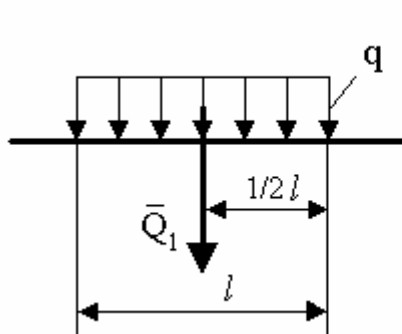


Рис. 32

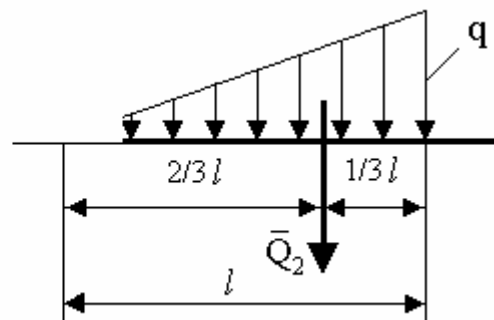


Рис. 33

Величина равнодействующей определяется площадью распределенной нагрузки: $Q_1 = ql$, $Q_2 = 1/2 ql$.

Пример решения задачи

Дано: схема закрепления рамы (рис. 34); $F_1 = 20$ кН; $F_2 = 10$ кН;
 $q = 2$ кН/м; $a = 1$ м; $\alpha = 30^\circ$.

Определить реакции опор заданной конструкции.

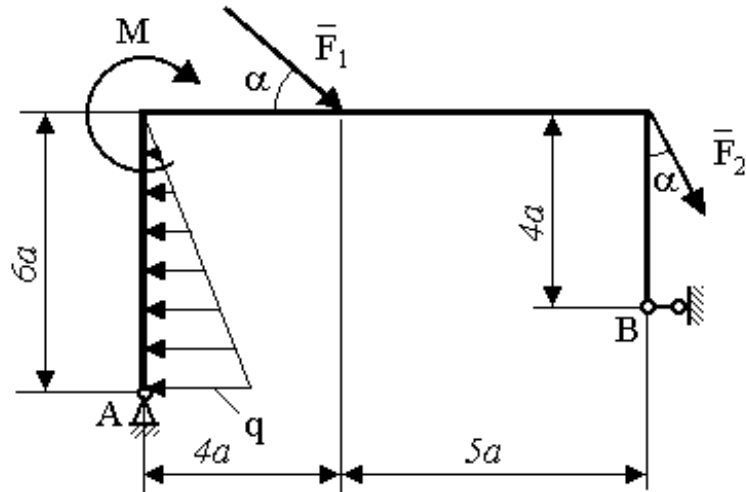


Рис. 34

Решение

Одна из аксиом статики гласит, что несвободное тело можно представить формально свободным, если отбросить связи и их действие на тело заменить реакциями связей.

Расчетная схема рамы представлена на рис. 35. На раму действуют заданные нагрузки (\vec{F}_1 ; \vec{F}_2 ; M ; q) и реакции связей (\vec{R}_B ; \vec{X}_A ; \vec{Y}_A).

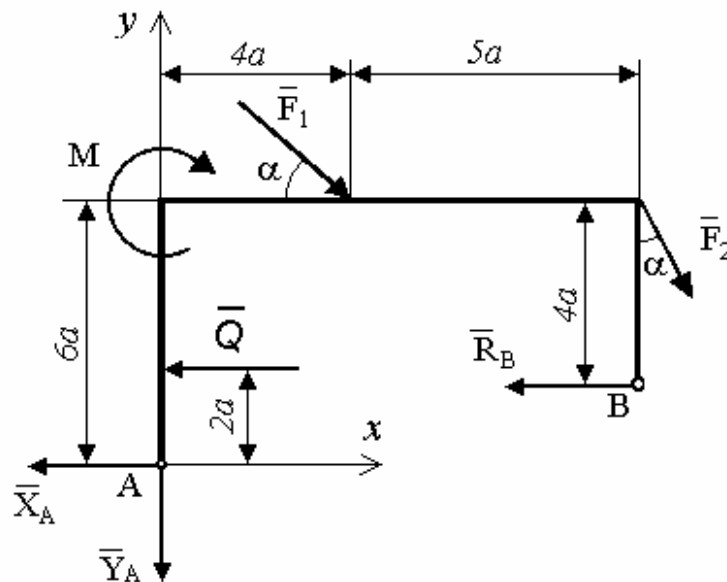


Рис. 35

Полученная система сил, действующая на раму, взаимно уравновешивается, поэтому к ней применим первую форму уравнений равновесия.

$$\begin{aligned}\Sigma F_{kx} &= 0, & -X_A - Q + F_1 \cdot \cos\alpha + F_2 \cdot \sin\alpha - R_B &= 0; \\ \Sigma F_{ky} &= 0, & -Y_A - F_1 \cdot \sin\alpha - F_2 \cdot \cos\alpha &= 0; \\ \Sigma m_A(\mathbf{F}_k) &= 0, & Q \cdot 2a - M - F_1 \cdot \cos\alpha \cdot 6a - F_1 \cdot \sin\alpha \cdot 4a - \\ & & - F_2 \cdot \sin\alpha \cdot 6a - F_2 \cdot \cos\alpha \cdot 9a + R_B \cdot 2a &= 0.\end{aligned}$$

При этом $Q = 1/2q \cdot 6a = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ кН.

Из последнего уравнения находим R_B .

$$\begin{aligned}R_B &= M/2a + F_1 \cdot (3 \cdot \cos\alpha + 2 \cdot \sin\alpha) + F_2 \cdot (3 \cdot \sin\alpha + 4,5 \cdot \cos\alpha) - Q = \\ &= 4/2 + 20 \cdot (3 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cdot \sin 30^\circ) + 10 \cdot (3 \cdot \sin 30^\circ + 4,5 \cdot \cos 30^\circ) - 6 \\ &\cong 122 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Из первого уравнения определяем X_A .

$$\begin{aligned}X_A &= F_1 \cdot \cos\alpha + F_2 \cdot \sin\alpha - Q - R_B = \\ &= 20 \cdot \cos 30^\circ + 10 \cdot \sin 30^\circ - 6 - 122 = -105,68 \text{ кН}.\end{aligned}$$

Из второго уравнения определяем Y_A .

$$Y_A = -F_1 \cdot \sin\alpha - F_2 \cdot \cos\alpha = -20 \cdot \sin 30^\circ - 10 \cdot \cos 30^\circ = -18,66 \text{ кН}.$$

Ответ: $X_A = -105,68$ кН, $Y_A = -18,66$ кН, $R_B = 122$ кН.

Знак минус свидетельствует о том, что составляющая реакции связи должна быть направлена в другую сторону.