16. $\vec{G} = (x+z)\vec{i} + (y-xz)\vec{j} + (2z+x)\vec{k}; \sigma_1 : x^2 + y^2 - 2z - 3 = 0,$
$\sigma_2 : z = -2.$

17. $\vec{G} = 2x\vec{i} + (xz-2y)\vec{j} + (4+z^2)\vec{k}; \sigma_1 : x^2 + y^2 - 2z + 1 = 0,$
$\sigma_2 : z = -1.$

18. $\vec{G} = (2x-z)\vec{i} + (xz-2y)\vec{j} + (x-z)\vec{k}; \sigma_1 : x^2 + y^2 - 2z + 1 = 0,$
$\sigma_2 : z = 1.$

19. $\vec{G} = (3x+z)\vec{i} + (3y-xz)\vec{j} + (1+x)\vec{k}; \sigma_1 : x^2 + y^2 - 2z + 3 = 0,$
$\sigma_2 : z = 2.$

20. $\vec{G} = (x+1)\vec{i} + (y-2-xz)\vec{j} + z\vec{k}; \sigma_1 : x^2 + y^2 - 2z + 5 = 0,$
$\sigma_2 : z = 3.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

I. Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью достаточных признаков сходимости.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{4n^3-1}$

2. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-3}{7^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-2}{3n^3+1}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{6^n}$

5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5n+4}{2n^3-3}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n-4}{3^n}$

7. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n-5}{5n^3+4}$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{4^n}$

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{6n^3+5}$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{5^n}$

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^2\left(1+\frac{1}{2n}\right)$

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{2}{n}}-1\right)$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{1+n}{n^3}$

14. $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot arctg\,\frac{5}{n^2+4}$

15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-\cos\sqrt{n}}{n^2+n-1}$

16. $\sum_{n=2}^{\infty}\ln\left(1-\frac{3}{n^2}\right)$

17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-1/n^2}-1}{n}$

18. $\sum_{n=2}^{\infty}\sin\frac{n-2}{n^2+5}$

19. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}\,arctg\,\frac{2}{n-1}$

20. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1-\cos 2n}{3n+4}$

II. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости.

1. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2+3}{3^n}(x+3)^n$

2. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n^2-6}{6^n}(x-6)^n$

3. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n^2-4}{4^n}(x-4)^n$

4. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n^2+2}{2^n}(x+2)^n$

5. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2+6}{6^n}(x+6)^n$

6. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n^2-5}{5^n}(x-5)^n$

7. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n^2-2}{2^n}(x-2)^n$

8. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2+4}{4^n}(x+4)^n$

9. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2+5}{5^n}(x+5)^n$

10. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n^2-3}{3^n}(x-3)^n$

11. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{\sqrt{n(n+1)}}$

12. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{3^n}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty}(2n^2-1)(x-2)^n$

14. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{5^n}$

15. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(2x)^{2n}}{\ln(4n+2)}$

16. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(x+4)^n}{\sqrt[3]{n^4-2}}$

17. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{2^n}$

18. $\sum_{n=2}^{\infty}(3n-1)(x+2)^n$

19. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{4^n}$

20. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(3x)^{2n}}{\ln(2n-1)}$

III. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд и почленное интегрирование полученного ряда. Результат должен быть получен с точностью до 0,001.

1. $\int\limits_{-0,4}^{0} \sin\frac{5x^2}{2}dx$

2. $\int\limits_{-0,25}^{0} \frac{\sin 2x}{x}dx$

3. $\int\limits_{-1/3}^{0} \frac{1-\cos 3x}{x^2}dx$

4. $\int\limits_{-0,75}^{0} \sin\frac{4x^2}{3}dx$

5. $\int\limits_{-0,3}^{0} \cos\frac{10x^2}{3}dx$

6. $\int\limits_{-0,2}^{0} \frac{\ln(1-2x^3)dx}{x}$

7. $\int\limits_{-0,2}^{0} e^{-5x^2}dx$

8. $\int\limits_{0}^{0,16} e^{-\sqrt{x}}dx$

9. $\int\limits_{-1}^{0} \sin\frac{x^2}{5}dx$

10. $\int\limits_{-0,5}^{0} arctg\, x^2 dx$

11. $\int\limits_{-0,5}^{0} \frac{\ln(1-x^2)}{x}dx$

12. $\int\limits_{0}^{0,6} \frac{\sin 0,6xdx}{x}$

13. $\int\limits_{0}^{0,1} \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}$

14. $\int\limits_{-1}^{1} \sin x^2 dx$

15. $\int\limits_{0}^{0,5} e^{-x^3}dx$

16. $\int\limits_{0}^{3/4} arctg\, x^2 dx$

17. $\int\limits_{-0,2}^{0} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$

18. $\int\limits_{0}^{0,1} \frac{e^{-2x}-1}{x}dx$

19. $\int\limits_{-0,5}^{0} xe^{-2x^3}dx$

20. $\int\limits_{0}^{1} \cos\sqrt{2x}\,dx$

IV. А. Представить функцию $w = f(z)$ комплексной переменной z в виде степенного ряда. Используя полученное представление, найти сумму ряда при $z = z_0$.

1. $f(z) = \cos iz;\ z_0 = -\frac{\pi i}{6}$

2. $f(z) = \cos i\pi z;\ z_0 = -\frac{i}{6}$

3. $f(z) = \sin iz;\ z_0 = -\frac{\pi i}{3}$

4. $f(z) = \sin \frac{\pi z i}{2};\ z_0 = -\frac{2i}{3}$

5. $f(z) = e^{-iz};\ z_0 = -\frac{\pi}{2}$

6. $f(z) = e^{-iz/3};\ z_0 = -\frac{3\pi}{2}$

7. $f(z) = \sin 2iz;\ z_0 = -\frac{\pi i}{6}$

8. $f(z) = \cos 2iz;\ z_0 = \frac{\pi i}{12}$

9. $f(z) = \cos \frac{iz}{3};\ z_0 = -\frac{\pi i}{2}$

10. $f(z) = e^{-iz/2};\ z_0 = \pi$

Б. Найти сумму ряда, используя разложения в степенной ряд соответствующих функций комплексной переменной.

11. $1 + \frac{\pi}{2} i - \frac{\pi^2}{2^2 \cdot 2!} - \frac{\pi^3}{2^3 \cdot 3!} i + \frac{\pi^4}{2^4 \cdot 4!} + \ldots$

12. $1 + \frac{\pi^2}{2!} + \frac{\pi^4}{4!} + \frac{\pi^6}{6!} \ldots$

13. $1 - \frac{\pi}{3} i - \frac{\pi^3}{3^2 \cdot 2!} + \frac{\pi^3}{3^3 \cdot 3!} i + \frac{\pi^4}{3^4 \cdot 4!} + \ldots$

14. $1 + \frac{\pi}{6} i - \frac{\pi^2}{6^2 \cdot 2!} - \frac{\pi^3}{6^3 \cdot 3!} i + \frac{\pi^4}{6^4 \cdot 4!} + \ldots$

15. $1 - \frac{\pi}{4} i - \frac{\pi^2}{4^2 \cdot 2!} + \frac{\pi^3}{4^3 \cdot 3!} i + \frac{\pi^4}{4^4 \cdot 4!} + \ldots$

16. $\frac{\pi}{2} i + \frac{\pi^3}{2^3 \cdot 3!} i + \frac{\pi^5}{2^5 \cdot 5!} i + \frac{\pi^7}{2^7 \cdot 7!} i + \ldots$

17. $1 - \frac{\pi}{2} i - \frac{\pi^2}{2^2 \cdot 2!} + \frac{\pi^3}{2^3 \cdot 3!} i + \frac{\pi^4}{2^4 \cdot 4!} + \ldots$

18. $1 + \frac{\pi}{3} i - \frac{\pi^2}{3^2 \cdot 2!} - \frac{\pi^3}{3^3 \cdot 3!} i + \frac{\pi^4}{3^4 \cdot 4!} + \ldots$

19. $2i + \frac{2^3 \cdot i}{3!} + \frac{2^5 \cdot i}{5!} + \frac{2^7 \cdot i}{7!} + \frac{2^9 \cdot i}{9!} + \ldots$

20. $1 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^6}{6!} + \ldots$

V. Представить периодическую функцию $f(x)$, заданную на полупериоде

$[0, l]$, рядом Фурье по синусам или косинусам. постоить график функции и график суммы полученного ряда Фурье.

1. $f(x) = \begin{cases} 1+\sin x, & 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \\ 0, & \dfrac{\pi}{2} < x \le \pi \end{cases}$ ***по косинусам***

2. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \\ -\cos x, & \dfrac{\pi}{2} < x \le \pi \end{cases}$ ***по синусам***

3. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \\ -\sin x, & \dfrac{\pi}{2} < x \le \pi \end{cases}$ ***по косинусам***

4. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \\ \cos x, & \dfrac{\pi}{2} < x \le \pi \end{cases}$ ***по синусам***

5. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x < \dfrac{\pi}{2} \\ \sin x, & \dfrac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}$ ***по косинусам***

6. $f(x) = \begin{cases} 1+\cos x, & 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \\ 0, & \dfrac{\pi}{2} < x \le \pi \end{cases}$ ***по синусам***

7. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x \le \dfrac{\pi}{2} \\ \cos x, & \dfrac{\pi}{2} < x \le \pi \end{cases}$ ***по косинусам***

8. $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \le x < \dfrac{\pi}{2} \\ -\sin x, & \dfrac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}$ ***по синусам***

9. $f(x)=\begin{cases} 0,\ 0\le x<\dfrac{\pi}{2} \\ \sin x,\ \dfrac{\pi}{2}\le x\le\pi \end{cases}$ ***по косинусам***

10. $f(x)=\begin{cases} 0,\ 0\le x<\dfrac{\pi}{2} \\ \sin x,\ \dfrac{\pi}{2}\le x\le\pi \end{cases}$ ***по синусам***

11. $f(x)=\begin{cases} 2x;\ 0\le x\le 3, \\ 6;\ 3<x\le 6 \end{cases}$ ***по синусам***

12. $f(x)=\begin{cases} -x;\ 0\le x\le 2, \\ -2;\ 2<x\le 4 \end{cases}$ ***по косинусам***

13. $f(x)=\begin{cases} 1;\ 0\le x\le 1, \\ 2-x;\ 1<x\le 2 \end{cases}$ ***по синусам***

14. $f(x)=\begin{cases} -2;\ 0\le x\le 1, \\ 2x-4;\ 1<x\le 2 \end{cases}$ ***по косинусам***

15. $f(x)=\begin{cases} x;\ 0\le x\le 2, \\ 2;\ 2<x\le 4 \end{cases}$ ***по синусам***

16. $f(x)=\begin{cases} -2x;\ 0\le x\le 3, \\ -6;\ 3<x\le 6 \end{cases}$ ***по косинусам***

17. $f(x)=\begin{cases} 3;\ 0\le x\le 3, \\ -x+6;\ 3<x\le 6 \end{cases}$ ***по синусам***

18. $f(x)=\begin{cases} -4;\ 0\le x\le 2, \\ 2x-8;\ 2<x\le 4 \end{cases}$ ***по косинусам***

19. $f(x)=\begin{cases} 3x;\ 0\le x\le 1, \\ 3;\ 1<x\le 2 \end{cases}$ ***по синусам***

20. $f(x)=\begin{cases} -x;\ 0\le x\le 3, \\ -3;\ 3<x\le 6 \end{cases}$ ***по косинусам***

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1