

Министерство образования и науки Российской Федерации
Дальневосточный федеральный университет
Инженерная школа

М.А. Белоконь

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания к выполнению курсовой работы
для студентов очно-заочной формы обучения по направлению 270800.62
«Строительство»

Учебное электронное издание



Владивосток
Дальневосточный федеральный университет
2013

УДК 624.04
ББК 38
Б43

Автор: **Белоконь Мария Алексеевна**, к.т.н., доцент кафедры гидротехники, теории зданий и сооружений Инженерной школы (Дальневосточный федеральный университет, Владивосток).

Б43 Белоконь М.А. Строительная механика: метод. указания к выполнению курсовой работы для студентов очно-заочной формы обучения по направлению 270800.62 «Строительство» [Электронный ресурс] / Инженерная школа ДВФУ. – Электрон. дан. – Владивосток: Дальневост. федерал. ун-т, 2013. – 34 с. – Acrobat Reader, Foxit Reader либо любой другой их аналог.

– Режим доступа: <http://www.dvfu.ru/web/is/metodiceskie-rekomendacii>

Содержат сведения об основных видах многопролетных балочных конструкций, правилах выбора варианта для расчета курсовой работы по строительной механике. Приведен пример расчета многопролетной статически определимой балки, а также набор справочной нормативной информации для непосредственного выполнения курсовой работы.

Для студентов направления 270800.62 «Строительство», обучающихся на очно-заочной форме, а также других технических специальностей вузов.

Ключевые слова: строительная механика, многопролётная балка, объемлющие эпюры, вычисление усилий.

Технический редактор И.А. Гончарук
Компьютерная верстка К.А. Никитиной

Опубликовано: 25.11.2013

Формат PDF
Объем 1 МБ [Усл. печ. л. 4]

Подготовлены редакционно-издательским отделом Инженерной школы ДВФУ
[Владивосток, Русский остров, пос. Аякс, 10, корпус 12, Инженерная школа ДВФУ, РИО, каб. С714]
E-mail: vestnikish@yandex.ru

Дальневосточный федеральный университет
690950, Владивосток, ул. Суханова, 8

© Белоконь М.А., 2013
© ФГАОУ ВПО «ДВФУ», 2013

Оглавление

Введение	4
1. Шарнирно-консольные балки	4
1.1. Анализ геометрической структуры сооружения.....	4
1.2. Расчет балки на постоянную нагрузку	5
1.3. Расчет балки на временную нагрузку	7
1.4. Построение объемлющих эпюр изгибающих моментов и поперечных сил	7
1.5. Проектировочный расчет балки	8
2. Общие указания о порядке выполнения курсовой работы	9
3. Пример выполнения задания «Проектировочный расчет многопролетной многошарнирной статически определимой балки».....	13
Приложение 1. Расчетные сопротивления наиболее распространенных строительных материалов	30
Приложение 2. Сортаменты прокатных профилей.....	31
Приложение 3. Геометрические характеристики сечений.....	33

Введение

Для лучшего усвоения материала студентами очно-заочной формы обучения предусмотрено выполнение курсовой работы «Расчет многопролетной многошарнирной статически определимой балки».

Цель работы – приобретение навыков в расчете наиболее распространенных строительных конструкциях – стержневых.

Имеется возможность определить рабочие усилия в балках с большой надежностью и показать их изменение во всей области, занимаемой сооружением, с помощью графиков внутренних усилий. При расчете стержневых систем в теории сооружений принимается гипотеза о линейной деформируемости, что позволяет воспользоваться законом независимости действия сил. Согласно этому закону любое усилие от совместного действия нескольких нагрузок можно рассматривать как сумму усилий от каждого нагружения в отдельности. Такой подход позволяет произвести расчет сооружения (определить внутренние усилия) сначала на отдельные нагружения, а затем по полученным результатам сформировать по каждому сечению наиболее неблагоприятные с точки зрения прочности комбинации усилий – определить усилия рабочего состояния.

В курсовой работе предлагается выполнить расчет многопролетного моста. Конечной целью расчета является вычисление объемлющих усилий и предварительный проектировочный расчет – назначение размеров поперечного сечения балочного моста.

Перед выполнением курсовой работы предлагается небольшой объем теоретического материала о шарнирно-консольных балках.

1. Шарнирно-консольные балки

Шарнирно-консольными балками называются сооружения, состоящие из нескольких простых балок, соединенных шарнирами.

При постановке шарнирных соединений в пролете существуют определенные правила таких соединений.

Правило первое: в каждом пролете можно поставить по одному шарнирному соединению, при этом в одном из пролетов такого соединения быть не должно.

Правило второе: в пролете может быть поставлено два шарнирных соединения, тогда соседние пролеты не имеют таких соединений.

Правило третье: в пролете может быть поставлено два шарнирных соединения и в соседнем одно при условии, что следующие пролеты без шарнирных соединений.

Постановка шарнирных соединений и дальнейший расчет многопролетных многошарнирных балок обязательно требует выполнения анализа геометрической структуры расчетной схемы сооружения.

1.1. Анализ геометрической структуры сооружения

Анализ сложной расчетной модели балки начинается с проверки правил постановки опорных связей, их количества (такие задачи решаются в теоретической механике и сопротивлении материалов).

Например: дана 2-пролетная балка (рис. 1), требуется проверить правила постановки опорных связей.

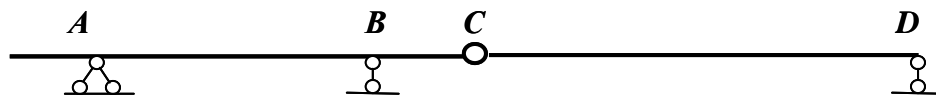


Рис. 1. Расчетная схема балки

Для проверки разбиваем сооружение по соединительному шарниру C на отдельные элементы AC и CD (рис. 2) и анализируем их связи с землей (неподвижным сооружением).

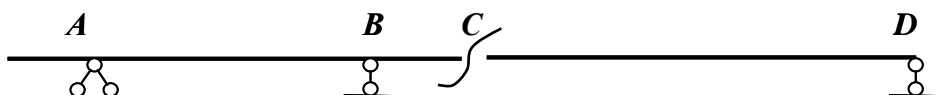


Рис. 2. Схема разбивки балки

Диск AC (рис. 2) имеет достаточное число связей (их три, и они не пересекаются в одной точке). Следовательно, этот элемент конструкции способен воспринимать нагрузку (при монтаже, очевидно, его устанавливают первым). Такие элементы, входящие в состав многопролетных мног шарнирных балок, принято называть *главными балками*. К ним с помощью шарнира C (две связи) прикреплен диск CD , который поддерживает еще одна связь – D . Такие элементы принято называть *второстепенными балками*. Итого три связи у элемента CD с неподвижной системой. Следовательно, вся система в целом имеет достаточное число связей и состоит из одной главной балки (элемент AB) и одной второстепенной балки (элемент CD).

Убедитесь, что предложенная к расчету многопролетная балка является статически определимой, т.е. для ее решения потребуются только уравнения равновесия.

Проверим степень статической неопределимости системы по формуле:

$$C_n = -3D + 2Ш + C_{оп}, \quad (1)$$

где C_n – степень статической неопределимости системы; D – число жестких дисков (отдельных элементов) в конструкции; $Ш$ – число одиночных шарниров; $C_{оп}$ – количество опорных связей.

В предложенном примере $C_n = -3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 4 = 0$, т.е. система статически определима, и задача может быть решена как на уровне нахождения внешних усилий (реакций в опорных закреплениях), так и на уровне вычисления внутренних усилий при помощи уравнений равновесия.

1.2. Расчет балки на постоянную нагрузку

Для расчета балки на постоянную нагрузку необходимо построить поэтажную схему сооружения (схему монтажа сооружения). Используя результаты анализа правил образования системы (пункт 2.1), построим поэтажную схему (рис. 3). Нижним этажом является главная балка – элемент AB (если таких балок несколько в составе сооружения, то все они устанавливаются на нижний этаж схемы). На главную балку устанавливается второстепенная

– элемент CD , при этом соединительный шарнир C заменяем на расчетной схеме шарнирно-неподвижной опорой.

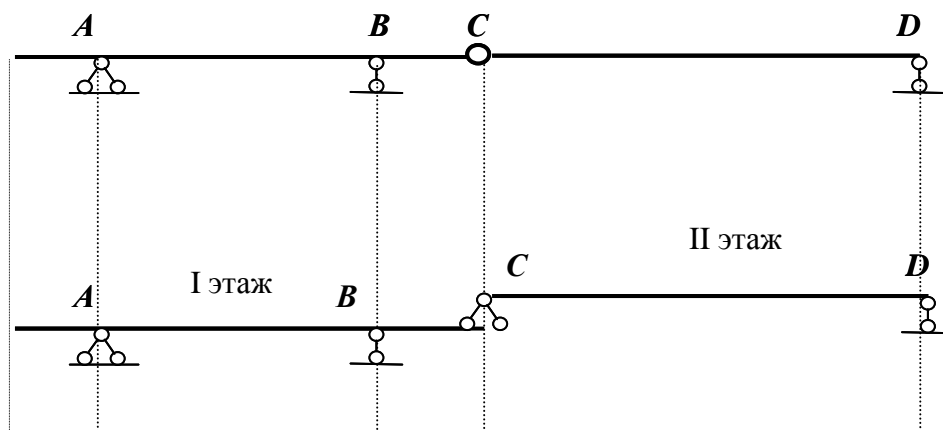


Рис. 3. Позэтажная схема балки

Расчет всего сооружения начинаем с верхнего этажа. Прикладываем постоянную нагрузку к элементам (по условию задания). Если сосредоточенная сила P или сосредоточенный момент m приходится на соединительный шарнир, приложите их к верхнему этажу.

Последовательность расчета:

- определите реактивные усилия (реакции) в опорах от заданной нагрузки приложенной к балке;
- назначьте расчетные сечения – сечения, в которых будем находить численные значения усилий. Усилия в этих сечениях должны давать полную картину распределения внутренних усилий по длине балки, т.е. по значениям усилий в расчетных сечениях можно построить эпюры изгибающего момента M и поперечной силы Q . Эти сечения назначаются в соответствии с нагрузкой, приложенной к элементу: справа и слева от сосредоточенной силы или момента, в начале, конце и посередине распределенной нагрузки, в начале и на конце балки (даже если там нет нагрузки);
- определите значения внутренних усилий – изгибающего момента M и поперечной силы Q . Будем считать изгибающий момент положительным, если он или сила, его создающая, вызывает растяжение нижнего волокна элемента, а поперечная сила положительна, если она или сила, ее создающая, поворачивает отсеченную часть элемента по часовой стрелке;
- постройте эпюры внутренних усилий $M_{\text{постоянная}}$ и $Q_{\text{постоянная}}$ для рассматриваемого этажа. Рекомендуется эпюру изгибающих моментов строить со стороны растянутого волокна балки, знак на эпюре моментов не ставится. При таком построении график эпюры моментов совпадает по очертанию с изогнутой осью элемента. При построении эпюры поперечных сил положительные ординаты откладывать выше базисной оси, отрицательные значения – ниже, обязательно ставится знак на эпюре (плюс или минус).

Если при составлении поэтажной схемы сооружения получилось несколько верхних этажей (например, два вторых этажа схемы), то необходимо рассчитать по предложенному выше порядку все эти этажи. При переходе к расчету нижележащего этажа не забывайте показывать усилия в соединительных шарнирах (на нижележащий этаж усилия обратно направлены).

В результате расчета каждого этажа многопролетной балки вы должны построить эпюры изгибающего момента $M_{\text{постоянная}}$ и поперечной силы $Q_{\text{постоянная}}$ для всего сооружения в целом.

1.3. Расчет балки на временную нагрузку

При оценке прочности конструкций важно уметь вычислять усилия рабочего состояния в расчетных сечениях конструкций от всех возможных в процессе эксплуатации нагрузок. Изменения усилий в конструкции возможны только при действии временных нагрузок, которые в процессе эксплуатации меняют свое положение и величину.

При назначении временной нагрузки для того или иного сооружения необходимо проанализировать технологические процессы, связанные с эксплуатацией данного сооружения. Временной нагрузкой для многопролетных балок, которые используются в качестве мостов, является транспорт при его аварийных постановках. При расчете многопролетных балок, используемых в конструкциях зданий, временной нагрузкой может быть крановая нагрузка.

Отличительной особенностью расчета балки на временную нагрузку является способ ее приложения. Считается, что наиболее невыгодным (с точки зрения величины возникающих усилий) будет загрузке временной нагрузкой целого пролета или консоли балки. Например, в предложенном примере будет три загрузения (рис. 4), т.е. в предложенном примере необходимо выполнить расчет балки на временную нагрузку три раза и построить эпюры от временных загрузений – изгибающих моментов $M_{\text{временная } i}$ и поперечных сил $Q_{\text{временная } i}$ для всего сооружения в целом.

1.4. Построение объемлющих эпюр изгибающих моментов и поперечных сил

Для определения усилий рабочего состояния производят выборку максимальных и минимальных значений усилий по расчетным сечениям от всех видов нагрузок по формулам:

$$\begin{aligned} M_{\max} &= M_{\text{постоянная}} + (+ M_{\text{временная}}); \\ M_{\min} &= M_{\text{постоянная}} + (- M_{\text{временная}}); \\ Q_{\max} &= Q_{\text{постоянная}} + (+ Q_{\text{временная}}); \\ Q_{\min} &= Q_{\text{постоянная}} + (- Q_{\text{временная}}). \end{aligned} \quad (2)$$

По полученным значениям строят графики изменения внутренних усилий вдоль оси конструкции – *объемлющие эпюры*. Значения графиков объемлющих эпюр показывают наибольшие и наименьшие значения внутренних усилий, возникающих в поперечном сечении балки. Оценка прочности сооружения производится по полученным на объемлющих эпюрах наибольшим значениям расчетных рабочих усилий.

Традиционно значения для построения таких графиков подсчитываются в таблице (форма таблицы приведена в разобранном ниже примере). Эпюры объемлющих моментов (M_{\max} и M_{\min}) строятся на базисной оси, на которой построена эпюра моментов от постоянной нагрузки (эпюры Q_{\max} и Q_{\min} строятся соответственно).

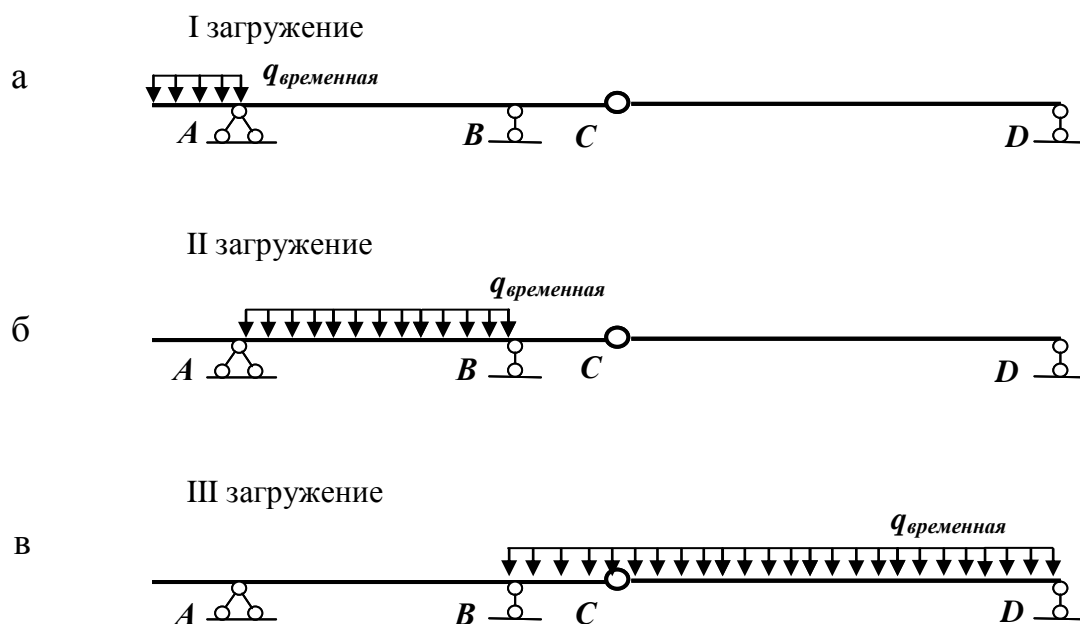


Рис. 4. Схемы временных нагрузок: а) I загрузка; б) II загрузка; в) III загрузка

1.5. Проектировочный расчет балки

Ранее обращалось внимание на то, что проектировочный расчет включает задачи, не имеющие однозначного решения. Остановимся на двух из них, которые чаще других приходится решать расчетчикам. Во-первых, разберем, как распределить материал в балке по ее длине при прямоугольном поперечном ее сечении. Во-вторых, рассмотрим один из способов оценки формы поперечного сечения в балке с целью более полного использования несущей способности связей.

Проектировочный расчет может быть либо проверочным, то есть проверяется прочность конструкции с уже определенными размерами поперечных сечений, либо собственно проектировочным, когда размеры поперечных сечений несущих элементов определяются. В обоих случаях пользуются условием прочности при работе балки на изгиб:

$$\frac{M_{\text{наибольшее}}}{W_x} \leq R_{\text{пред.}}, \quad (3)$$

где $M_{\text{наибольшее}}$ – значение наибольшего изгибающего момента, взятое с объемлющих эпюр; $R_{\text{предельное}}$ – значение расчетного сопротивления материала, из которого выполнена балка; W_x – момент сопротивления заданного поперечного сечения балки (геометрическая характеристика поперечного сечения, формулы приводятся в справочной литературе и в Приложении 1).

2. Общие указания о порядке выполнения курсовой работы

Целью курсовой работы является изучение азбуки инженерных расчетов применительно к стержневым системам и закрепление этих навыков на примерах расчета таких сооружений, как балка.

Оценка прочности балки, как любой другой конструкции, должна производиться по усилиям рабочего состояния. При расчете стержневых систем в теории сооружений принимается гипотеза о линейной деформируемости, что позволяет воспользоваться законом независимости действия сил (законом суперпозиции). Согласно этому закону, любое усилие от совместного действия нескольких загрузок можно рассматривать как сумму усилий от каждого нагружения в отдельности. Такой подход позволяет произвести расчет сооружения (определить внутренние усилия) сначала на отдельные загрузки, а затем по полученным результатам сформировать по каждому сечению наиболее неблагоприятные с точки зрения прочности комбинации усилий – определить усилия рабочего состояния.

В балках имеется возможность определить рабочие усилия с большой надежностью и показать при помощи графиков их изменение во всей области, занимаемой сооружением.

Постоянные нагрузки в связи с тем, что они «привязаны» к сооружению по месту и не изменяются во времени, дают постоянную составляющую усилий рабочего состояния. Изменение усилий возможно только при действии кратковременных нагрузок, которые в процессе эксплуатации изменяют свое положение. Величины максимальных временных нагрузок можно определить, зная назначение сооружения и условия его эксплуатации, но местоположение может как угодно меняться.

Для определения усилий рабочего состояния балку рассчитывают отдельно на действие постоянной и временной нагрузок, причем временная нагрузка прикладывается таким образом, чтобы в поперечных сечениях конструкции возникали наибольшие усилия. Это условие выполняется при нагружении временной нагрузкой всего пролета или отдельной консоли балки. Затем производится выборка максимальных и минимальных значений усилий по отдельным расчетным сечениям.

Расчетные сечения выбираются таким образом, чтобы составить полное представление о возможных пределах изменения усилий по длине балки. Обычно достаточно 3–5 сечений в каждом пролете. При выборке следует учитывать, что постоянная нагрузка и усилия от нее не меняются в течение всего периода эксплуатации балки, меняется только временная нагрузка и усилия, ей соответствующие. Вследствие этого необходимо для получения максимального (минимального) изгибающего момента сложить все его значения от временной нагрузки с положительным (отрицательным) знаком и прибавить усилие от постоянной нагрузки независимо от знака.

Графики изменения максимальных и минимальных усилий, которые строятся на одной оси, называют объемлющими, или огибающими, эпюрами. Традиционно на этой же оси строится эпюра от постоянной нагрузки, и графики объемлющих эпюр плавно огибают эту эпюру. Значения ординат объемлющих эпюр показывают величину экстремальных усилий (максимальных и минимальных), возникающих в расчетных сечениях при совместном действии всех нагрузок на сооружение. Следовательно, если такая эпюра будет построена, то в каждом сечении балки мы будем знать расчетные рабочие усилия.

Оценка прочности балок по полученным расчетным рабочим усилиям производится по общему для всех конструкций принципу на основании выбранной с учетом физико-механических особенностей материала конструкции теории прочности.

Исходная информация для задач курсовой работы выбирается студентом по таблицам в соответствии с личным учебным шифром (номером зачетной книжки). Шифр – три последние цифры номера зачетной книжки. Табл. 1 содержит три группы данных исходной информации, соответствующих каждой цифре шифра. Работы, выполненные с данными, выбранными не по шифру, не рассматриваются. Постоянная нагрузка (рис. 5) прикладывается в соответствии с размерами балки от ее левого конца в соответствии с величинами нагрузок, взятыми из табл. 1.

Курсовая работа оформляется в соответствии с требованиями, предъявляемыми к пояснительным запискам и проектам (ЕСКД). Расчеты и необходимые чертежи помещаются на листе формата А4. Все решения должны сопровождаться краткими пояснениями, а чертежи следует выполнять в масштабе с указанием всех размеров, точек и координат. Студент обязан исправить ошибки, отмеченные преподавателем в рецензии, на отдельной вкладке (стирать или заклеивать отмеченные преподавателем ошибки не разрешается). Курсовая работа зачитывается после защиты.

Выбор варианта задания

Выбор варианта задания производится в соответствии с номером зачетной книжки студента по **трем последним** цифрам, которые необходимо повторить дважды.

Пример: номер зачетной книжки 201931

9 3 1 9 3 1

а б в г д е

В соответствии с получившимися цифрами по табл. 1 выбираем вариант расчетной схемы многопролетной мног шарнирной балки (рис. 6) и числовые данные по нагрузке и линейным размерам сооружения.

Линия нагрузки

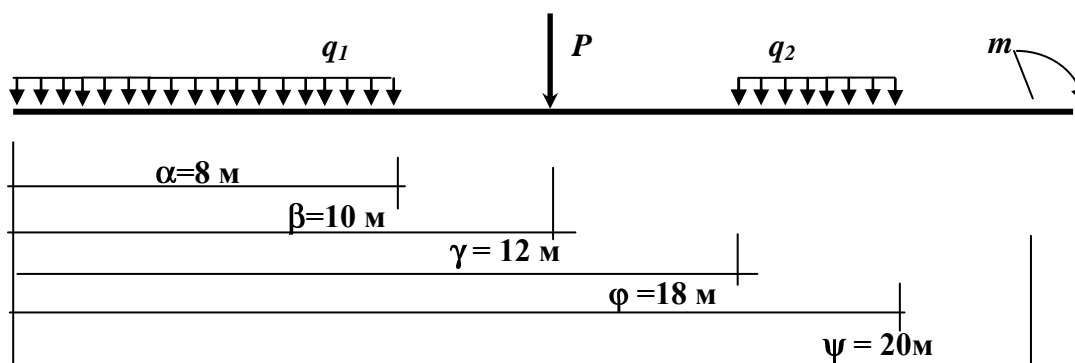


Рис. 5. Линия действия нагрузки на балку: α , β , γ , ϕ , ψ – расстояния *от левого конца* балки соответственно до начала и конца распределенной нагрузки q_1 и q_2 , а также места приложения P и m .

Примечание. Если общая длина балки меньше 20 м, то не помещившуюся на балку нагрузку не учитываем

Исходные данные для курсовой работы

№ варианта схемы	Размеры				Нагрузка					R_{np} (МПа)
	L_1 (м)	L_2 (м)	a_1 (м)	a_2 (м)	q_1 (кН/м)	q_2 (кН/м)	$q_{вр}$ (кН/м)	P (кН)	m (кНм)	
1	10	6	4	2	4	3	4	12	20	200
2	10	6	4	4	2	4	4	14	18	220
3	6	8	4	6	3	4	4	16	14	240
4	8	10	4	4	4	2	2	8	22	260
5	10	6	4	6	4	3	2	10	14	220
6	8	6	4	4	2	4	2	12	10	200
7	10	8	6	4	3	4	3	14	12	240
8	8	10	4	4	4	2	3	16	18	260
9	6	10	4	4	2	4	3	20	16	200
0	8	10	4	6	3	2	3	14	12	220
в	в	д	е	а	б	в	г	д	е	г

Условие задания «Проектировочный расчет многопролетной многошарнирной статически определимой балки»

В соответствии с заданием выберите вариант расчетной схемы (рис. 6), размеры и нагрузку на сооружение (табл. 1 и рис. 5).

Вычертите балку в соответствии с заданными размерами и нагрузкой.

Для полученной расчетной схемы сооружения необходимо выполнить следующие пункты задания.

1. Выполните анализ геометрической структуры балки.

1.1. Проверьте правила образования системы (постройте поэтажную схему балки).

1.2. Проверьте степень статической неопределимости системы.

2. Произведите расчет многопролетной многошарнирной балки на заданную постоянную нагрузку. Постройте эпюру изгибающих моментов и эпюру поперечных сил от постоянной нагрузки – $M_{постоянная}$ и $Q_{постоянная}$.

3. Выполните расчет многопролетной многошарнирной балки на временные нагрузки. Постройте эпюры $M_{временная i}$ и $Q_{временная i}$.

4. Вычислите значения ординат объемлющих эпюр. Постройте эпюры M_{max} , M_{min} и Q_{max} , Q_{min} .

5. Выполните проектировочный расчет. Подберите размеры поперечного сечения многопролетной многошарнирной балки заданной формы.

5.1. Прямоугольное (отношение высоты к ширине сечения $h/b = 2$, материал – древесина, сосна).

5.2. Двутавровое (материал – сталь Ст.3).

5.3. Коробчатое сечение (материал – древесина, сосна, отношение высоты к ширине сечения $h = b = 10t$).

6. Постройте конструктивный образ балки (для прямоугольного сечения).

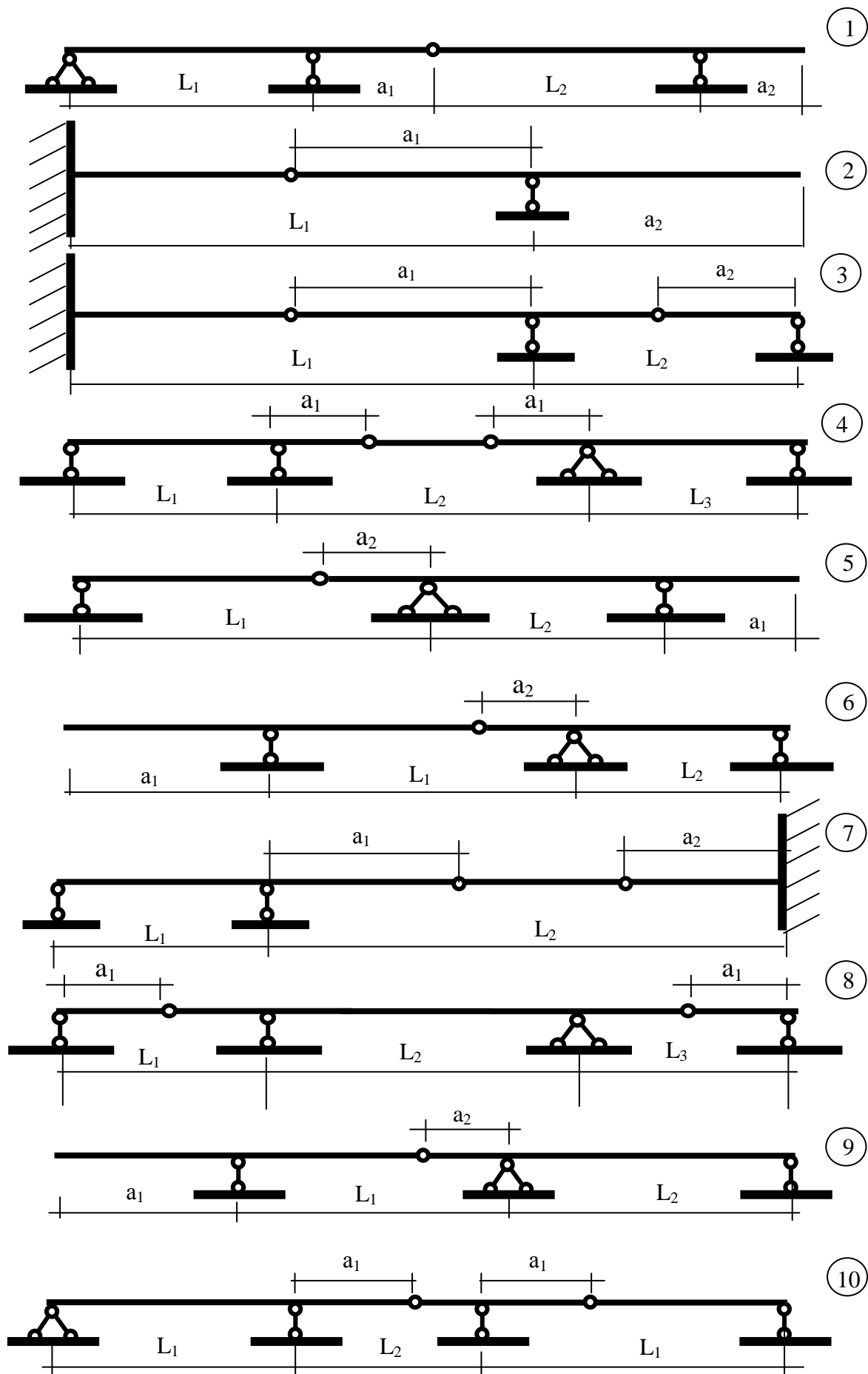


Рис. 6. Варианты расчетных схем балок

3. Пример выполнения задания

«Проектировочный расчет многопролетной многошарнирной статически определимой балки»

Условие. Для заданной многопролетной балки, нагруженной постоянной ($P = 12$ кН, $q = 2$ кН/м, $m = 16$ кНм) и временной ($q_{\text{временная}} = 4$ кН/м) нагрузками, произвести проектировочный расчет:

- подобрать размеры прямоугольного сечения (отношение высоты к ширине $h/b = 2$) при $R_{\text{пред.}} = 7$ МПа (материал – дерево);
- подобрать номер двутавра при $R_{\text{пред.}} = 200$ МПа (материал – сталь);
- подобрать размеры элементов коробчатого сечения при $R_{\text{пред.}} = 10$ МПа;
- построить конструктивный образ балки.

Решение. Вычертим балку в соответствии с заданными размерами и постоянной нагрузкой (все чертежи и необходимые графики приведены в конце примера рис. 7). Для удобства расчета обозначим буквами опоры и шарнирные соединения, цифрами обозначим расчетные сечения.

Выполним анализ геометрической структуры балки. Проверим правила образования. Разбиваем многопролетную балку по соединительным шарнирам B и C . Элемент AB имеет три связи с землей, его можно монтировать первым. Элемент CDE имеет две связи с землей и одну (горизонтальную) с уже неподвижной системой AB , его тоже можно устанавливать на землю. Последним устанавливается элемент BC – элемент второго этажа (поэтажная схема представлена на рис. 7а).

Проверим степень статической неопределимости:

$$C_n = -3D + 2Ш + C_{\text{оп.}},$$

где $D = 3$, $Ш = 2$, $C_{\text{оп.}} = 5$.

В предложенном примере $C_n = -3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 5 = 0$, т.е. система статически определима и задача может быть решена с помощью уравнений равновесия.

Расчет многопролетной многошарнирной балки на постоянную нагрузку. Расчет начинаем с верхнего этажа – элемент BC (рис. 7б).

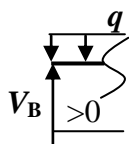
Определение опорных реакций.

1. $\sum m_B = 0$, $q \cdot 6 \cdot 3 - V_C \cdot 6 = 0$, $V_C = 6$ кН.
2. $\sum m_C = 0$, $-q \cdot 6 \cdot 3 + V_B \cdot 6 = 0$, $V_B = 6$ кН.
3. $\sum X = 0$, $H_B = 0$.

Проверка. $\sum Y = 0$, $V_B - q \cdot 6 + V_C = 0$.

Определяем внутренние усилия – изгибающий момент M и поперечную силу Q . Для этой цели наметим расчетные сечения по длине всей многопролетной балки, в которых будем находить численные значения усилий (на элементе BC оказались сечения 4, 5, 6 – см. на расчетной схеме рис. 7).

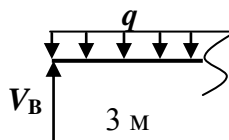
Сечение 4 (бесконечно близко справа от шарнира B). Этим сечением элемент BC разбит на две части: левую и правую. Будем рассматривать левую часть, условно считаем, что в сечении балка заделана жестко:



$$M_4 = V_B \cdot 0 - q \cdot 0 \cdot 0/2 = 0,$$

$$Q_4 = V_B - q \cdot 0 = 6 \text{ кН.}$$

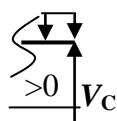
Сечение 5 (посредине распределенной нагрузки):



$$M_5 = V_B \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 = 9 \text{ кНм,}$$

$$Q_5 = V_B - q \cdot 3 = 0.$$

Сечение 6 (рассматриваем от сечения правую часть балки)



$$M_6 = V_C \cdot 0 - q \cdot 0 \cdot 0/2 = 0,$$

$$Q_6 = -V_C + q \cdot 0 = -6 \text{ кН.}$$

По полученным данным построим эпюры M_{BC} и Q_{BC} (рис. 7б).

Расчет нижнего этажа – элемент CDE (рис. 7в).

При расчете элемента CDE необходимо учесть влияние нагрузки, находящейся на верхнем этаже BC , с помощью усилия в шарнире C – $V_C = 6$ кН, направленного вертикально вниз (см. рис. 7в).

Определение опорных реакций:

$$1. \sum m_D = 0, \quad -V_C \cdot 6 + P \cdot 2 + m - V_E \cdot 4 = 0, \quad V_E = 1 \text{ кН.}$$

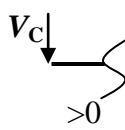
$$2. \sum m_E = 0, \quad -V_C \cdot 10 - P \cdot 2 + m + V_D \cdot 4 = 0, \quad V_D = 17 \text{ кН.}$$

$$3. \sum X = 0, \quad H_D = 0.$$

Проверка. $\sum Y = 0, \quad -V_C - P + V_D + V_E = 0.$

Определяем внутренние усилия M и Q (к данному элементу относятся сечения с 7 по 14 – см. на расчетной схеме рис. 7в).

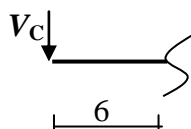
Сечение 7 (бесконечно близко справа от шарнира C). Этим сечением элемент CDE разбит на две части: левую и правую. Будем рассматривать левую часть, условно считаем, что в сечении балка заделана жестко.



$$M_7 = -V_C \cdot 0 = 0,$$

$$Q_7 = -V_C = -6 \text{ кН.}$$

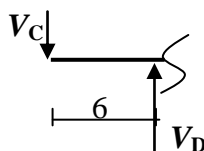
Сечение 8 (слева от опоры D):



$$M_8 = -V_C \cdot 6 = -36 \text{ кНм,}$$

$$Q_8 = -V_C = -6 \text{ кН.}$$

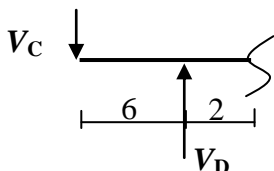
Сечение 9 (справа от опоры D):



$$M_9 = -V_C \cdot 6 + V_D \cdot 0 = -36 \text{ кНм,}$$

$$Q_9 = -V_C + V_D = 11 \text{ кН.}$$

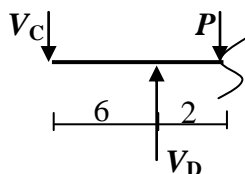
Сечение 10 (слева от силы P):



$$M_{10} = -V_C \cdot 8 + V_D \cdot 2 = -14 \text{ кНм},$$

$$Q_{10} = -V_C + V_D = 11 \text{ кН}.$$

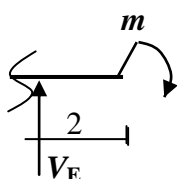
Сечение 11 (справа от силы P):



$$M_{11} = -V_C \cdot 8 + V_D \cdot 2 - P \cdot 0 = -14 \text{ кНм},$$

$$Q_{11} = -V_C + V_D - P = -1 \text{ кН}.$$

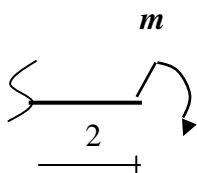
Сечение 12 (слева от опоры E):



$$M_{12} = -m + V_E \cdot 0 = -16 \text{ кНм},$$

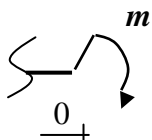
$$Q_{12} = -V_E = -1 \text{ кН}.$$

Сечение 13 (справа от опоры E):



$$M_{13} = -m = -16 \text{ кНм}, \quad Q_{13} = 0.$$

Сечение 14 (на конце балки).



$$M_{14} = -m = -16 \text{ кНм},$$

$$Q_{14} = 0.$$

По полученным данным построим эпюры M_{CDE} и Q_{CDE} (см. рис. 7в).

Расчет нижнего этажа – элемент AB (рис. 7в).

Определение опорных реакций (для каждого элемента можно составить три уравнения равновесия):

$$1. \sum X = 0, \quad H_A = 0.$$

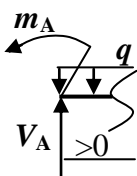
$$2. \sum Y = 0, \quad V_A - q \cdot 6 - V_B = 0, \quad V_A = 18 \text{ кН}.$$

$$3. \sum m_A = 0, \quad -m_A + q \cdot 6 \cdot 3 + V_B \cdot 6 = 0, \quad m_A = 72 \text{ кНм}.$$

Проверка. $\sum m_B = 0, \quad -m_A - q \cdot 6 \cdot 3 + V_A \cdot 6 = 0.$

Определяем внутренние усилия M и Q .

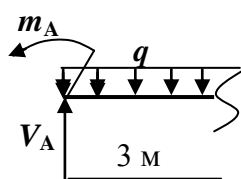
Сечение 1 (бесконечно близко справа от опоры A):



$$M_1 = V_A \cdot 0 - q \cdot 0 \cdot 0/2 - m_A = -72 \text{ кНм},$$

$$Q_1 = V_A - q \cdot 0 = 18 \text{ кН}$$

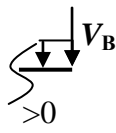
Сечение 2 (посредине элемента АВ):



$$M_2 = V_A \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 - m_A = -27 \text{ кНм},$$

$$Q_2 = V_A - q \cdot 3 = 12 \text{ кН}.$$

Сечение 3 (рассматриваем от сечения правую часть балки):



$$M_3 = -V_B \cdot 0 - q \cdot 0 \cdot 0/2 = 0,$$

$$Q_3 = +V_B + q \cdot 0 = 6 \text{ кН}.$$

По полученным данным построим эпюры M_{AB} и Q_{AB} (см. рис. 7в).

Используя эпюры для отдельных элементов построим эпюры $M_{\text{постоянная}}$ и $Q_{\text{постоянная}}$ для всей балки в целом (см. рис. 8).

Анализ полученной эпюры изгибающих моментов $M_{\text{постоянная}}$, построенной от приложенной к балке постоянной нагрузки, показывает, что опасным сечением, в котором возникает наибольший изгибающий момент, является сечение 1 – в непосредственной близости от защемленного конца балки $M = 72 \text{ кНм}$. В шарнирных соединениях (сечения 3–4 и 6–7) изгибающий момент равен нулю.

Загрузим балку временной нагрузкой и вычислим как изменяются усилия в сечениях по ее длине.

Расчет многопролетной балки на временную нагрузку. При расчете любой конструкции на временную нагрузку вся постоянная нагрузка с сооружения удаляется (расчет усилий на действие постоянной нагрузки уже выполнен и результатом этого расчета являются эпюры $M_{\text{постоянная}}$ и $Q_{\text{постоянная}}$). Конструкция загружается временной нагрузкой, причем нагрузка располагается таким образом, чтобы в поперечных сечениях элементов конструкций возникали наибольшие усилия от этой нагрузки (так называемое «невыгодное» нагружение). Таким «невыгодным» нагружением является нагружение временной нагрузкой **всего пролета** сооружения или его **консоли**. Таким образом, вариантов нагружения сооружения временной нагрузкой будет столько, сколько в сооружении пролетов и консолей вместе взятых. Например, в задаче, которая рассматривается, таких нагружений будет три (пролет AD, пролет DE и консоль).

I временное нагружение – загружаем временной нагрузкой пролет AD,

$$q_{\text{временное}} = 4 \text{ кН/м (рис. 9а)}.$$

Временная нагрузка располагается на верхнем этаже (элемент BC) и на нижних этажах – на элементе AB и элементе CDE (см. рис. 9а).

Расчет начинаем с верхнего этажа – с элемента BC.

Определение опорных реакций.

$$1. \sum m_B = 0, \quad q \cdot 6 \cdot 3 - V_C \cdot 6 = 0, \quad V_C = 12 \text{ кН}.$$

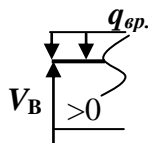
$$2. \sum m_C = 0, \quad -q \cdot 6 \cdot 3 + V_B \cdot 6 = 0, \quad V_B = 12 \text{ кН}.$$

$$3. \sum X = 0, \quad H_B = 0.$$

Проверка. $\sum Y = 0, \quad V_B - q \cdot 6 + V_C = 0.$

Определяем внутренние усилия, возникающие в расчетных сечениях от действия временной нагрузки, также, как и от постоянной нагрузки.

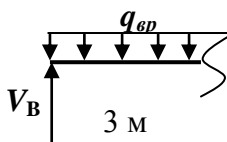
Сечение 4:



$$M_4 = V_B \cdot 0 - q_{вр} \cdot 0 \cdot 0/2 = 0,$$

$$Q_4 = V_B - q_{вр} \cdot 0 = 12 \text{ кН.}$$

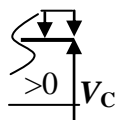
Сечение 5:



$$M_5 = V_B \cdot 3 - q_{вр} \cdot 3 \cdot 1,5 = 18 \text{ кНм,}$$

$$Q_5 = V_B - q_{вр} \cdot 3 = 0.$$

Сечение 6:



$$M_6 = V_C \cdot 0 - q_{вр} \cdot 0 \cdot 0/2 = 0,$$

$$Q_6 = -V_C + q_{вр} \cdot 0 = -12 \text{ кН.}$$

По полученным данным построим эпюры M_{BC} временная и Q_{BC} временная (см. рис. 9б).

Расчет нижнего этажа – элемент CDE .

Определение опорных реакций.

$$1. \sum m_D = 0, \quad -V_C \cdot 6 - q_{вр} \cdot 6 \cdot 3 + V_E \cdot 4 = 0, \quad V_E = 36 \text{ кН.}$$

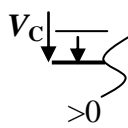
$$2. \sum m_E = 0, \quad -V_C \cdot 10 - q_{вр} \cdot 6 \cdot 7 + V_D \cdot 4 = 0, \quad V_D = 72 \text{ кН.}$$

$$3. \sum X = 0, \quad H_D = 0.$$

Проверка. $\sum Y = 0, \quad -V_C - q_{вр} \cdot 6 + V_D - V_E = 0.$

Определяем внутренние усилия M и Q от временной нагрузки (к данному элементу относятся сечения с 7 по 14 – см. на расчетной схеме рис. 9б).

Сечение 7:

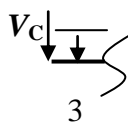


$$M_7 = -V_C \cdot 0 = 0,$$

$$Q_7 = -V_C = -12 \text{ кН.}$$

Так как на участке между сечениями 7 и 8 приложена распределенная нагрузка, необходимо добавить сечение 7¹ между сечениями.

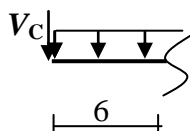
Сечение 7¹:



$$M_7^1 = -V_C \cdot 3 - q_{вр} \cdot 3 \cdot 1,5 = -54 \text{ кНм,}$$

$$Q_7^1 = -V_C - q_{вр} \cdot 3 = -24 \text{ кН.}$$

Сечение 8 (слева от опоры D):



$$M_8 = -V_C \cdot 6 - q_{вр} \cdot 6 \cdot 3 = -144 \text{ кНм,}$$

$$Q_8 = -V_C - q_{вр} \cdot 6 = -36 \text{ кН.}$$

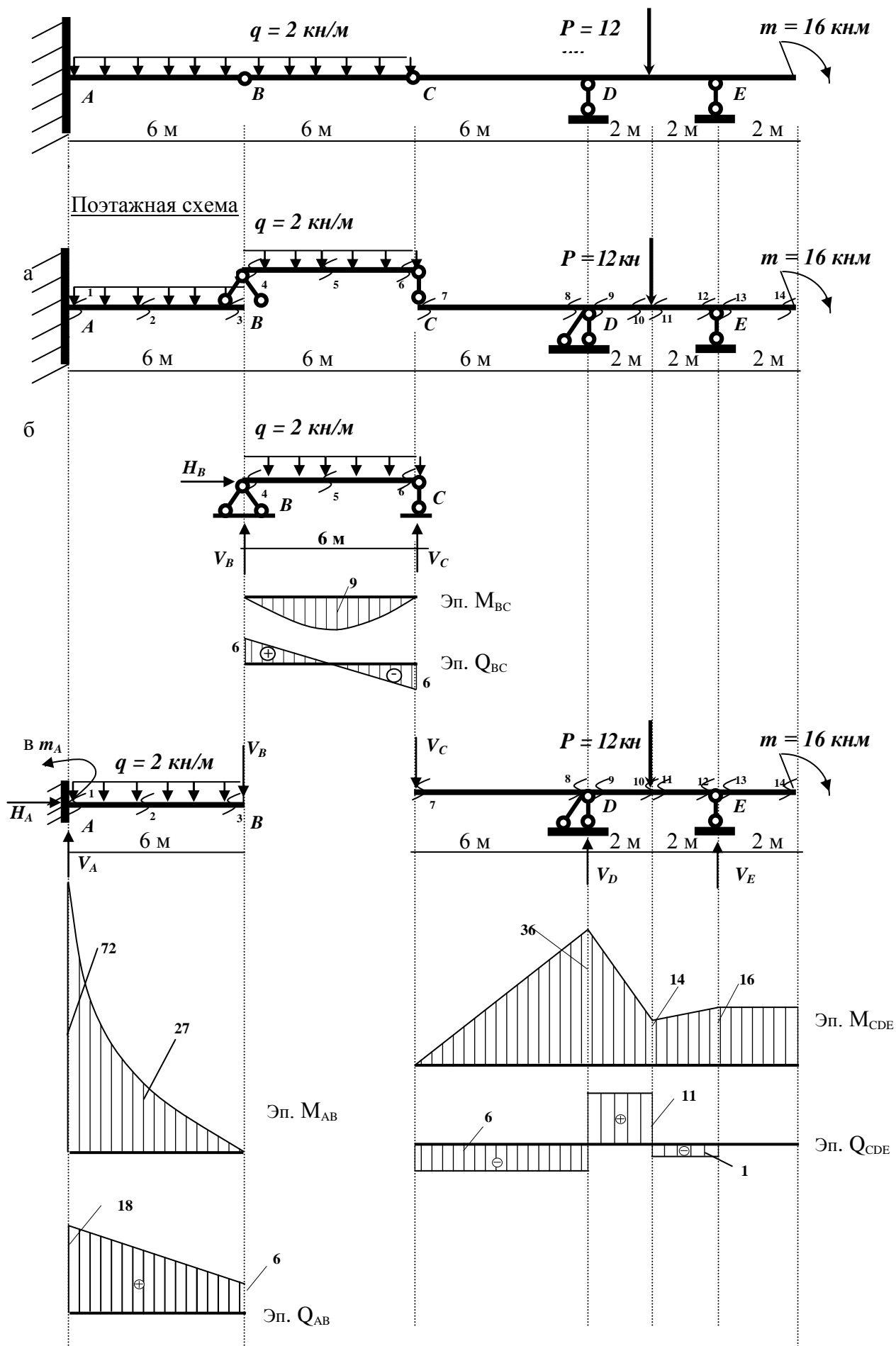


Рис. 7. Расчет многопролетной балки

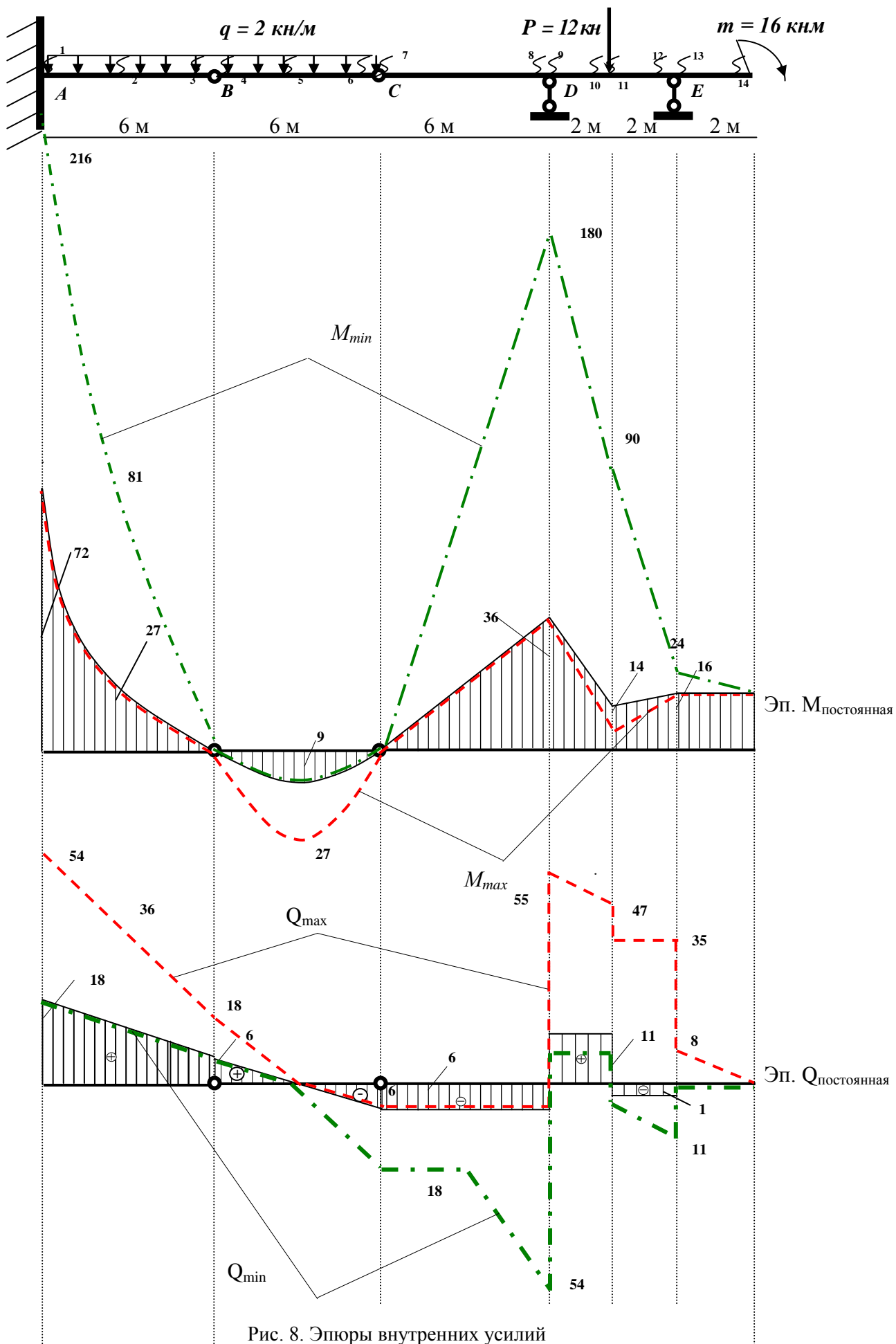
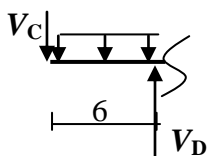


Рис. 8. Эпюры внутренних усилий

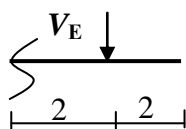
Сечение 9 (справа от опоры D):



$$M_9 = -V_C \cdot 6 + V_D \cdot 0 - q_{вп} \cdot 6 \cdot 3 = -144 \text{ кНм},$$

$$Q_9 = -V_C - q_{вп} \cdot 6 + V_D = 36 \text{ кН}.$$

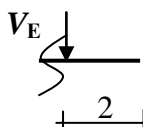
Сечения 10, 11:



$$M_{10,11} = -V_E \cdot 2 = -72 \text{ кНм},$$

$$Q_{10,11} = V_E = 36 \text{ кН}.$$

Сечение 12:



$$M_{12} = -V_E \cdot 0 = 0 \text{ кНм},$$

$$Q_{12} = V_E = 36 \text{ кН}.$$

В сечениях 13 и 14 изгибающий момент и поперечная сила равны нулю.

По полученным данным построим эпюры M_{CDE} временная и Q_{CDE} временная (см. рис. 9в).

Расчет нижнего этажа – элемент AB.

Определение опорных реакций.

$$1. \sum X = 0, \quad H_A = 0.$$

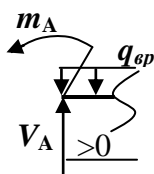
$$2. \sum Y = 0, \quad V_A - q_{вп} \cdot 6 - V_B = 0, \quad V_A = 36 \text{ кН}.$$

$$3. \sum m_A = 0, \quad -m_A + q_{вп} \cdot 6 \cdot 3 + V_B \cdot 6 = 0, \quad m_A = 144 \text{ кНм}.$$

Проверка. $\sum m_B = 0, \quad -m_A - q_{вп} \cdot 6 \cdot 3 + V_A \cdot 6 = 0.$

Определяем внутренние усилия M и Q .

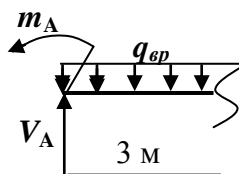
Сечение 1:



$$M_1 = V_A \cdot 0 - q_{вп} \cdot 0 \cdot 0/2 - m_A = -144 \text{ кНм},$$

$$Q_1 = V_A - q_{вп} \cdot 0 = 36 \text{ кН}.$$

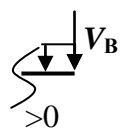
Сечение 2 (посередине элемента AB):



$$M_2 = V_A \cdot 3 - q_{вп} \cdot 3 \cdot 1,5 - m_A = -54 \text{ кНм},$$

$$Q_2 = V_A - q_{вп} \cdot 3 = 24 \text{ кН}.$$

Сечение 3 (рассматриваем от сечения правую часть балки):



$$M_3 = -V_B \cdot 0 - q_{вп} \cdot 0 \cdot 0/2 = 0,$$

$$Q_3 = +V_B + q_{вп} \cdot 0 = 12 \text{ кН}.$$

По полученным данным построим эпюры M_{AB} временная и Q_{AB} временная (см. рис. 9в).

Используя эпюры для отдельных элементов, построим эпюры $M_{временная I}$ и $Q_{временная I}$ для всей балки в целом (см. рис. 10а).

II временное загружение – загружаем временной нагрузкой пролет DE , $q_{\text{временное}} = 4 \text{ кН/м}$.

Временная нагрузка располагается только на нижнем этаже (элемент CDE) в пролете DE (см. рис. 10б).

Расчет нижнего этажа – элемент CDE .

Определение опорных реакций.

$$1. \sum m_D = 0, \quad q_{\text{вр}} \cdot 4 \cdot 2 - V_E \cdot 4 = 0, \quad V_E = 8 \text{ кН.}$$

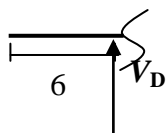
$$2. \sum m_E = 0, \quad -q_{\text{вр}} \cdot 4 \cdot 2 + V_D \cdot 4 = 0, \quad V_D = 8 \text{ кН.}$$

$$3. \sum X = 0, \quad H_D = 0.$$

Проверка. $\sum Y = 0, \quad -q_{\text{вр}} \cdot 4 + V_D + V_E = 0.$

Определяем внутренние усилия M и Q от временной нагрузки (к данному элементу относятся сечения с 7 по 14 – см. на расчетной схеме рис. 10б).

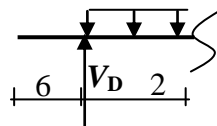
Сечение 9 (справа от опоры D):



$$M_9 = V_D \cdot 0 = 0 \text{ кНм,}$$

$$Q_9 = V_D = 8 \text{ кН.}$$

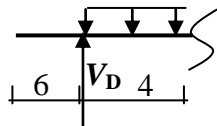
Сечения 10, 11:



$$M_{10, 11} = V_D \cdot 2 - q_{\text{вр}} \cdot 2 \cdot 1 = 8 \text{ кНм,}$$

$$Q_{10, 11} = V_D - q_{\text{вр}} \cdot 2 = 0 \text{ кН.}$$

Сечение 12:



$$M_{12} = V_D \cdot 4 - q_{\text{вр}} \cdot 4 \cdot 2 = 0 \text{ кНм,}$$

$$Q_{12} = V_D - q_{\text{вр}} \cdot 4 = -8 \text{ кН.}$$

В сечениях 13 и 14 изгибающий момент и поперечная сила равны нулю.

По полученным данным построим эпюры $M_{CDE \text{ временная}}$ и $Q_{CDE \text{ временная}}$ (см. рис. 10б). Это и будут эпюры $M_{\text{временная II}}$ и $Q_{\text{временная II}}$ (см. рис. 10б) для всей балки. Во всех остальных сечениях балки внутренние усилия моментов и поперечных сил от второго временного загружения равны нулю.

III временное загружение – загружаем временной нагрузкой консоль, $q_{\text{временное}} = 4 \text{ кН/м}$. Временная нагрузка располагается только на нижнем этаже (элемент CDE), на консоле (см. рис. 10в).

Расчет нижнего этажа – элемент CDE .

Определение опорных реакций.

$$1. \sum m_D = 0, \quad q_{\text{вр}} \cdot 2 \cdot 5 - V_E \cdot 4 = 0, \quad V_E = 10 \text{ кН.}$$

$$2. \sum m_E = 0, \quad q_{\text{вр}} \cdot 2 \cdot 1 + V_D \cdot 4 = 0, \quad V_D = -2 \text{ кН (реакция направлена сверху вниз).}$$

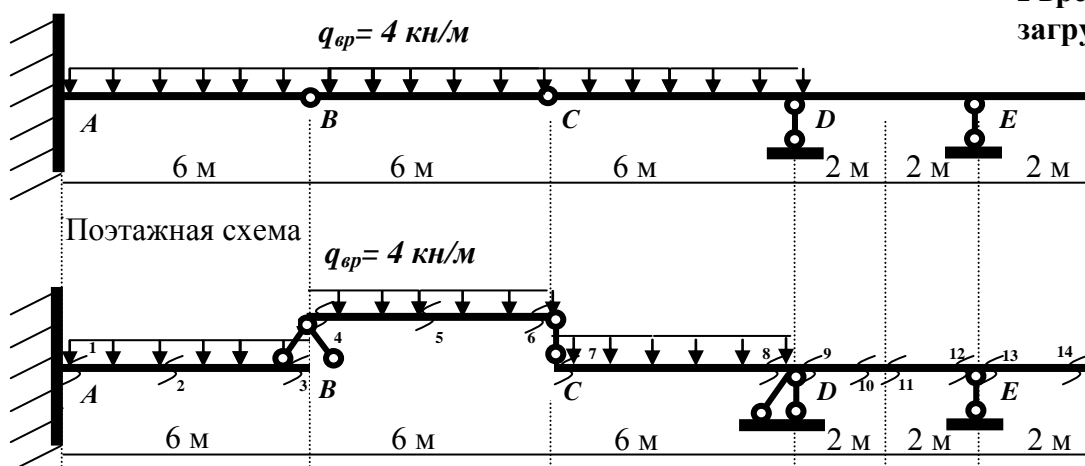
$$3. \sum X = 0, \quad H_D = 0.$$

Проверка. $\sum Y = 0, \quad -q_{\text{вр}} \cdot 2 - V_D + V_E = 0.$

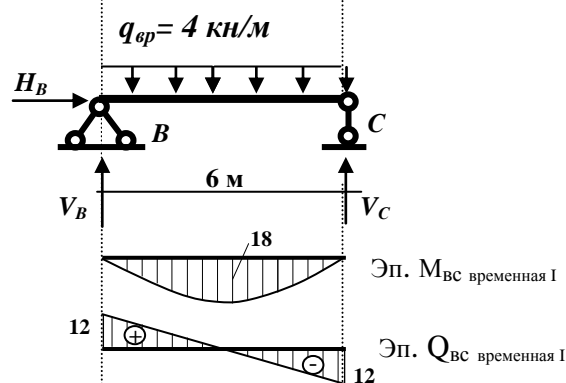
Определяем внутренние усилия M и Q от временной нагрузки (к данному элементу относятся сечения с 7 по 14 – см. на расчетной схеме рис. 10б).

**I временное
загружение**

а



б



Эп. M_{CDE} временная I

в

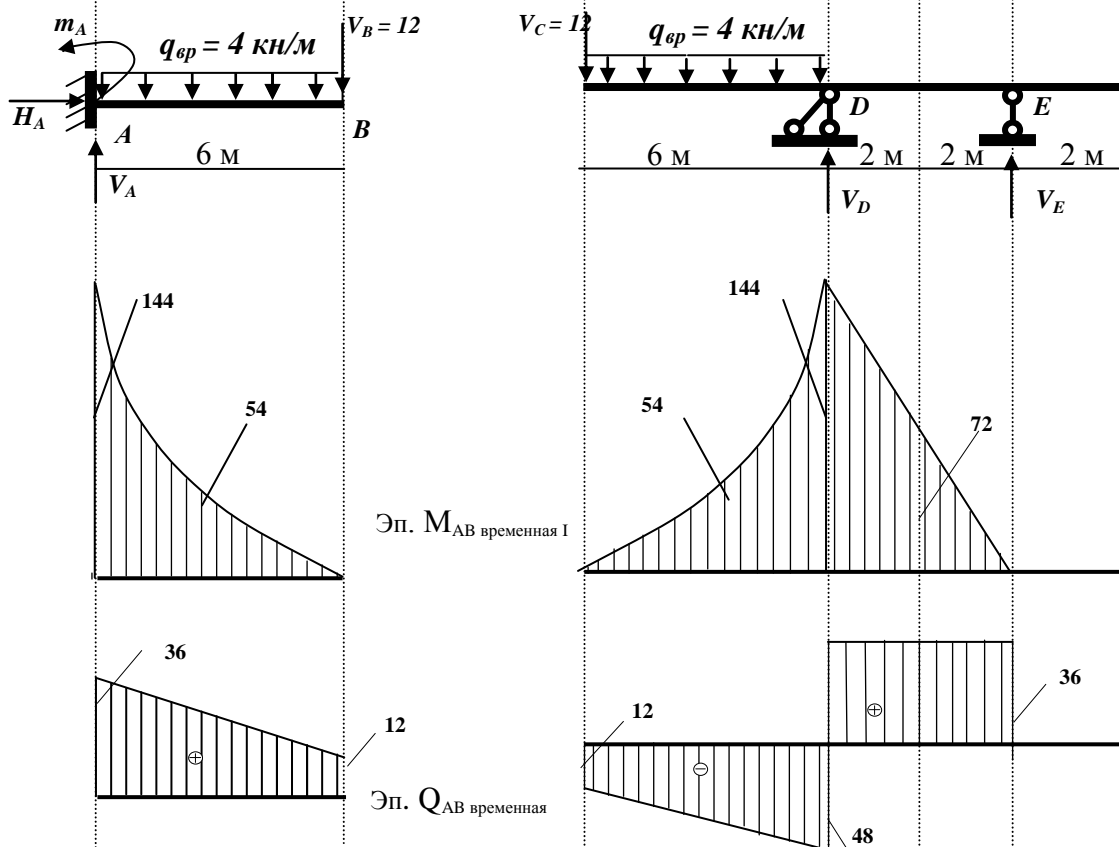


Рис. 9. Расчет на временные нагрузки: I временное загружение

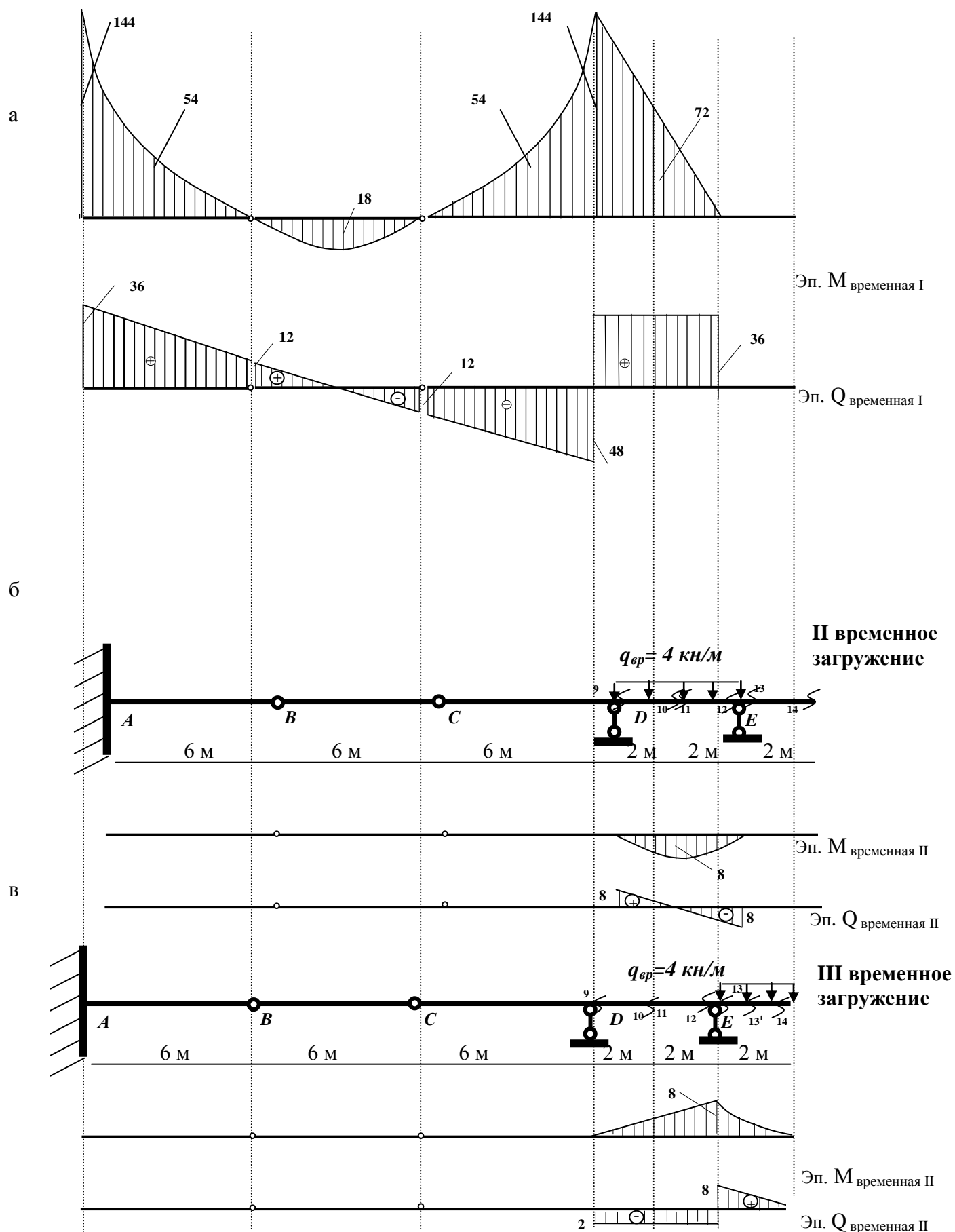
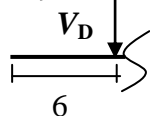


Рис. 10. Расчет на временные нагрузки: II и III временные нагружения

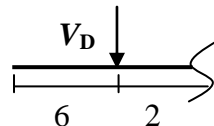
Сечение 9 (справа от опоры D):

$$M_9 = -V_D \cdot 0 = 0 \text{ кНм},$$



$$Q_9 = -V_D = -2 \text{ кН}.$$

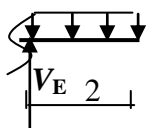
Сечения 10, 11:



$$M_{10,11} = -V_D \cdot 2 = -4 \text{ кНм},$$

$$Q_{10,11} = -V_D = -2 \text{ кН}.$$

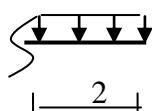
Сечение 12:



$$M_{12} = V_E \cdot 0 - q_{вр} \cdot 2 \cdot 1 = -8 \text{ кНм},$$

$$Q_{12} = -V_E + q_{вр} \cdot 2 = -2 \text{ кН}.$$

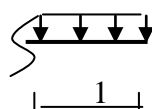
Сечение 13:



$$M_{13} = -q_{вр} \cdot 2 \cdot 1 = -8 \text{ кНм},$$

$$Q_{11} = +q_{вр} \cdot 2 = 8 \text{ кН}.$$

Сечение 13¹:



$$M_{13}^1 = -q_{вр} \cdot 1 \cdot 0.5 = -2 \text{ кНм},$$

$$Q_{13}^1 = +q_{вр} \cdot 1 = 4 \text{ кН}.$$

Сечение 14 (справа):

$$M_{14} = 0 \text{ кНм},$$

$$Q_{14} = 0 \text{ кН. Эп.}$$

По полученным данным построим эпюры M_{CDE} *временная* и Q_{CDE} *временная* (см. рис. 10в). Это и будут эпюры M *временная III* и Q *временная III* (см. рис. 10в) для всей балки. Во всех остальных сечениях балки внутренние усилия моментов и поперечных сил от третьего временного нагружения равны нулю.

Построение объемлющих эпюр моментов и поперечных сил. Исследуем, как изменяются по величине внутренние усилия в расчетных сечениях элементов от всех видов нагрузок и по полученным данным построим **объемлющие эпюры**.

Традиционно значения изгибающих моментов и поперечных сил для построения таких графиков подсчитываются по формулам:

$$M_{\max}^i = M_{\text{постоянная}}^i + (+M_{\text{временная}}^i);$$

$$M_{\min}^i = M_{\text{постоянная}}^i + (-M_{\text{временная}}^i).$$

При расчете следует учитывать, что постоянная нагрузка и усилия от нее не меняются в течение всего периода эксплуатации балки, меняется только положение временной нагрузки на балке и усилия. Вследствие этого необходимо для получения максимального (минимального) изгибающего момента (или поперечной силы) сложить все его значения от временной нагрузки с положительным (отрицательным) знаком и прибавить усилие от постоянной нагрузки независимо от знака.

Результаты вычислений сведены в табл. 2.

Эпюры объемлющих моментов (M_{max} и M_{min}) строятся на базисной оси, на которой построена эпюра моментов от постоянной нагрузки (эпюры Q_{max} и Q_{min} строятся соответственно рис. 8).

Анализ объемлющих эпюр показывает, как изменяется величина усилия в каждом сечении балки при действии всех нагрузок одновременно. Например, в сечениях 8–9 всегда растянуты верхние волокна в балке и величина изгибающего момента изменяется от 36 кНм до 180 кНм. При всех совокупностях нагрузок только у элемента BC растянуты нижние волокна при работе. У всех остальных элементов на растяжение работают верхние волокна элементов. Опасным сечением по всей длине многопролетной многошарнирной балки является сечение 1, расположенное справа у опоры A , значение наибольшего момента $M_{наибольшее} = 216$ кНм.

Проектировочный расчет балки. Оценка прочности (проверка принятых размеров сечений – поверочный расчет или подбор сечений элементов конструкции – проектировочный расчет) является завершающим этапом в расчете конструкции. В данной работе необходимо выполнить проектировочный расчет и подобрать размеры поперечного сечения балки. Анализ объемлющих эпюр показывает, что многопролетная многошарнирная балка испытывает деформацию поперечного изгиба. Условие прочности при работе балки на изгиб имеет вид формулы (3) (см. пункт 2.5):

$$\frac{M_{наибольшее}}{W_x} \leq R_{пред},$$

где $M_{наибольшее}$ – значение наибольшего изгибающего момента, взятое с объемлющих эпюр; $R_{пред}$ – значение расчетного сопротивления материала, из которого выполнена балка (расчетные характеристики различных материалов приведены в Приложении 1); W_x – момент сопротивления заданного поперечного сечения балки (геометрическая характеристика поперечного сечения, формулы приводятся в справочной литературе и в Приложении 1).

Подобрать размеры деревянного бруса h и b (рис. 11). Известно, что соотношение сторон прямоугольника $h/b = 2$ (материал – сосна, $R_{пред} = 7$ МПа, Приложение 3).

Из условия прочности при изгибе вычисляем величину момента сопротивления поперечного сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{наибольшее}}{R_{пред}} = \frac{21600 \text{ кНсм}}{0,7 \text{ кН / см}^2} = 30857,143 \text{ см}^3.$$

Но момент сопротивления прямоугольного сечения вычисляется по формуле (см. Приложение 1) $W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$; если принять, что $h = 2b$, то можно вычислить размеры прямоугольного сечения:

$$\frac{b \cdot h^2}{6} = 30857,143 \text{ или } \frac{b \cdot 4b^2}{6} = 30857,143,$$

$$\text{отсюда } b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 30857,143}{4}} = 35,91 \text{ см.}$$

Таблица 2

Таблица подсчета ординат объемлющих эпюр внутренних усилий

№ сечения Усилие	1	2	3	4	5	6	7	7¹	8	9	10	11	12	13	13¹	14
M_{постоянная}	-72	-27	0	0	9	0	0	-18	-36	-36	-14	-14	-16	-16	-16	-16
M_{временная I}	-144	-54	0	0	18	0	0	-54	-144	-144	-72	-72	0	0	0	0
M_{временная II}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	8	0	0	0	0
M_{временная III}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4	-4	-8	-8	-2	0
M_{max}	-72	-27	0	0	27	0	0	-18	-36	-36	-6	-6	-16	-16	-16	-16
M_{min}	-216	-81	0	0	9	0	0	-72	-180	-180	-90	-90	-24	-24	-18	-16
Q_{постоянная}	18	12	6	0	-6	-6	-6	-6	-6	11	11	-1	-1	0	0	0
Q_{временная I}	36	24	12	0	-12	-12	-12	-30	-48	36	36	36	36	0	0	0
Q_{временная II}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	-8	0	0	0
Q_{временная III}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	8	4	0
Q_{max}	54	36	18	18	0	-6	-6	-6	55	47	35	35	8	0	-6	4
Q_{min}	18	12	6	6	0	-18	-18	-54	9	9	-3	-11	0	0	-36	0

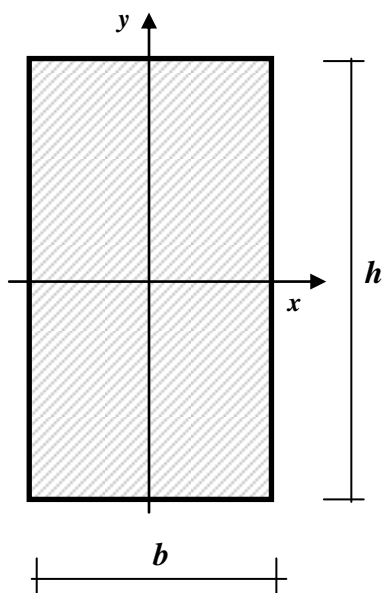


Рис. 11. Сечение балки прямоугольной формы

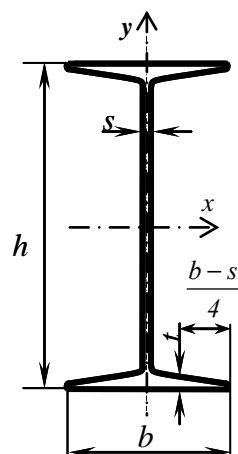


Рис. 12. Двутавровое сечение балки

Принимаем размеры деревянного бруса: $b = 36$ см, $h = 72$ см.

Подобрать номер двутавра, материал – сталь, $R_{пред.} = 200$ МПа (рис. 11).

Из условия прочности при изгибе вычисляем величину момента сопротивления поперечного сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{\text{наибольшее}}}{R_{пред.}} = \frac{21\,600 \text{ кНсм}}{20 \text{ кН/см}^2} = 1080 \text{ см}^3.$$

По сортаменту (Приложение 2) подбираем номер двутавра с соответствующим моментом инерции $W_x \geq 1080 \text{ см}^3$. Получаем двутавр № 45.

Данные по двутавру: высота $h = 45$ см, ширина полки $b = 16$ см, толщина полки $t = 1,42$ см, толщина стенки $s = 0,9$ см, площадь сечения $A = 84,7 \text{ см}^2$, момент сопротивления $W_x = 1231 \text{ см}^3$.

Подобрать размеры коробчатого поперечного сечения, выполненного из дерева (сосна).

Поперечное сечение балки состоит из 2-х деревянных брусков I типа и 2-х деревянных брусков II типа. Известно, что $h = b = 10t$, где t – толщина элементов (рис. 12). Найти размеры брусков, если $R_{пред.} = 7$ МПа.

Из условия прочности при изгибе вычисляем величину момента сопротивления поперечного сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{\text{наибольшее}}}{R_{пред.}} = \frac{21\,600 \text{ кНсм}}{0,7 \text{ кН/см}^2} = 30\,857,143 \text{ см}^3.$$

При заданных соотношениях $h = b = 10t$, $y_{\max} = 5t$.

Момент сопротивления для сечений сложной формы определяется по формуле $W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}$, где I_x – момент инерции поперечного сечения относительно центральной оси x

всего сечения, y_{max} – расстояние от оси x до наиболее напряженных волокон при изгибе балки (волокна, расположенные на поверхности бруска, рис. 13).

Момент инерции составного сечения определяется по формуле:

$$I_x = 2 I_x^I + 2 I_x^{II},$$

где I_x^I – момент инерции первого бруска относительно оси x ; I_x^{II} – момент инерции второго бруска относительно оси x , (т.к. брусков по два, стоит множитель 2).

Так как центральная ось первого бруска x совпадает с центральной осью x^I всего сечения, момент инерции первого бруска определяется по формуле для элемента, имеющего прямоугольного форму сечения:

$$I_x^I = I_{xI}^I = b_I \cdot h_I^3 / 12 = t \cdot (8t)^3 / 12 = 42,67 \cdot t^4 \text{ см}^4.$$

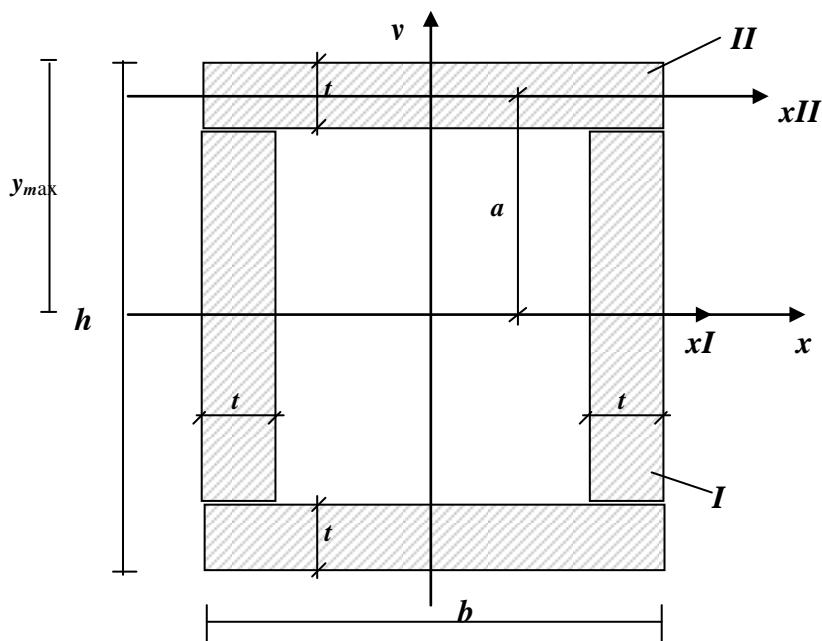


Рис. 13. Составное сечение балки

Центральная ось второго бруска x^{II} не совпадает с положением оси x , поэтому момент инерции второго бруса определяется по формуле, учитывающей параллельный перенос осей:

$$I_x^{II} = I_{xII}^{II} + a^2 \cdot A^{II},$$

где a – расстояние между осями x и x^{II} , оно равно $4,5t$; A – площадь поперечного сечения II бруска, равна $(10t \cdot t)$, тогда

$$I_x^{II} = b_{II} \cdot h_{II}^3 / 12 + (4,5t)^2 \cdot (10t \cdot t) = 10t \cdot (t)^3 / 12 + (4,5t)^2 \cdot (10t \cdot t) = 203,33 \cdot t^4 \text{ см}^4.$$

Вычисляем значение момента инерции всего сечения:

$$I_x = 2 (I_x^I + I_x^{II}) = 2 \cdot (42,67 \cdot t^4 + 203,33 \cdot t^4) = 492 \cdot t^4 \text{ см}^4.$$

Вычисляем момент сопротивления всего сечения:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{492 \cdot t^4}{4,5t} = 109,33 \cdot t^3 \text{ см}^3.$$

Величина момента сопротивления, вычисленная из условия прочности балки при работе на изгиб, равна $30\,857,143 \text{ см}^3$. Приравняем эти две величины и найдем значение толщины брусков t :

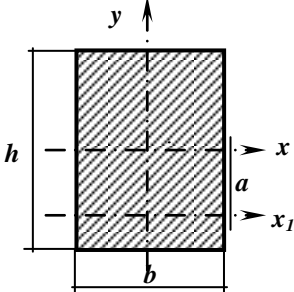
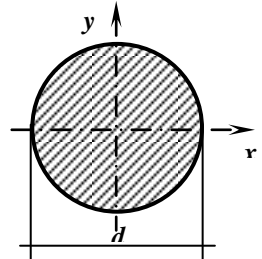
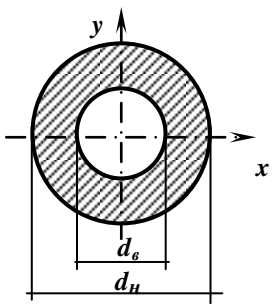
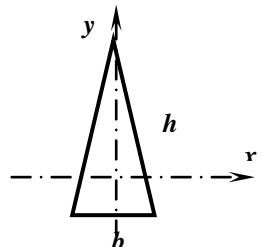
$$30\,857,143 = 109,33 \cdot t^3, \quad t = 6,56 \text{ см, принимаем } t = 7 \text{ см.}$$

Таким образом, для формирования составного сечения балки потребуются бруски двух типов с размерами:

брус I типа: высота 56 см, ширина 7 см,

брус II типа: высота 7 см, ширина 70 см.

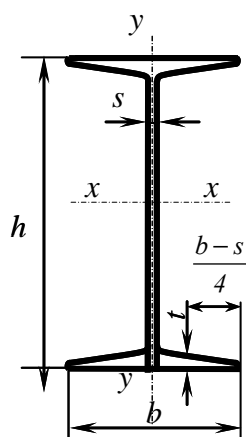
Геометрические характеристики сечений

Форма сечения	Площадь A , см ² , м ²	Момент инерции I , см ⁴ , м ⁴	Момент сопротивления W , см ³ , м ³
	$A = h \cdot b$	$I_x = \frac{h^3 \cdot b}{12}$ $I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$ $I_{x_1} = \frac{h^3 \cdot b}{12} + a^2 \cdot A$	$W_x = \frac{h^2 \cdot b}{6}$ $W_y = \frac{h \cdot b^2}{6}$
	$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$I_x = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ $I_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ $W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$
	$A = \frac{\pi \cdot d_{\text{н}}^2}{4} - \frac{\pi \cdot d_{\text{в}}^2}{4}$	$I_x = I_y = \frac{\pi \cdot (d_{\text{н}}^4 - d_{\text{в}}^4)}{64}$	$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot (d_{\text{н}}^4 - d_{\text{в}}^4)}{32 \cdot d_{\text{н}}}$
	$A = \frac{b \cdot h}{2}$	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{36}$	$W_x = \frac{b \cdot h^2}{24}$

Примечание. В полном виде таблицу геометрических характеристик поперечного сечения можно найти в работе [5].

Сортаменты прокатных профилей

Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239-89)

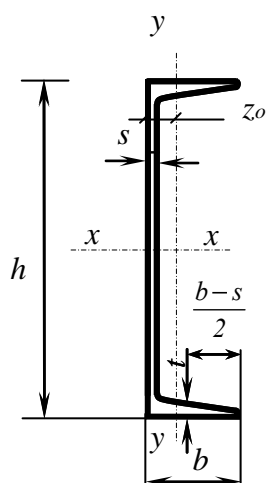


h – высота двутавра;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 A – площадь поперечного сечения;

I – момент инерции;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент
 полусечения;
 i – радиус инерции.

Номер дву- тавра	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см
		h	b	s	t								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	9.46	100	55	4.5	7.2	12.0	198	39.7	4.06	23.0	17.9	6.49	1.22
12	11.5	120	64	4.8	7.3	14.7	350	58.4	4.88	33.7	27.9	8.72	1.38
14	13.7	140	73	4.9	7.5	17.4	572	81.7	5.73	46.8	41.9	11.5	1.55
16	15.9	160	81	5.0	7.8	20.2	873	109	6.57	62.3	58.6	14.5	1.70
18	18.4	180	90	5.1	8.1	23.4	1290	143	7.42	81.4	82.6	18.4	1.88
20	21.0	200	100	5.2	8.4	26.8	1840	184	8.28	104	115	23.1	2.07
22	24.0	220	110	5.4	8.7	30.6	2550	232	9.13	131	157	28.6	2.27
24	27.3	240	115	5.6	9.5	34.8	3460	289	9.97	163	198	34.5	2.37
27	31.5	270	125	6.0	9.8	40.2	5010	371	11.2	210	260	41.5	2.54
30	36.5	300	135	6.5	10.2	46.5	7080	472	12.3	268	337	49.9	2.69
33	42.2	330	140	7.0	11.2	53.8	9840	597	13.5	339	419	59.9	2.79
36	48.6	360	145	7.5	12.3	61.9	13380	743	14.7	423	516	71.1	2.89
40	57.0	400	155	8.3	13.0	72.6	19062	953	16.2	545	667	86.1	3.03
45	66.5	450	160	9.0	14.2	84.7	27696	1231	18.1	708	808	101	3.09
50	78.5	500	170	10.0	15.2	100	39727	1589	19.9	919	1043	123	3.23
55	92.6	550	180	11.0	16.5	118	55962	2035	21.8	1181	1356	151	3.39
60	108.0	600	190	12.0	17.8	138	76806	2560	23.6	1491	1725	182	3.54

Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240-89)



h – высота швеллера;
 b – ширина полки;
 t – средняя толщина полки;
 A – площадь поперечного сечения;
 J – момент инерции;

W – момент сопротивления;
 S – статический момент;
 s – толщина стенки;
 i – радиус инерции;
 z_o – расстояние от оси y до наружной грани стенки.

Номер швеллера	Масса 1 м, кг	Размеры, мм				A , см ²	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	J_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	z_o , см
		h	b	s	t									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	4.84	50	32	4.4	7.0	6.16	22.8	9.1	1.92	5.59	5.61	2.75	0.95	1.16
6.5	5.9	65	36	4.4	7.2	7.51	48.6	15.0	2.54	9.0	8.7	3.68	1.08	1.24
8	7.05	80	40	4.5	7.4	8.98	89.4	22.4	3.16	13.3	12.8	4.75	1.19	1.31
10	8.59	100	46	4.5	7.6	10.9	174	34.8	3.99	20.4	20.4	6.46	1.37	1.44
12	10.4	120	52	4.8	7.8	13.3	304	50.6	4.78	29.6	31.2	8.52	1.53	1.54
14	12.3	140	58	4.9	8.1	15.6	491	70.2	5.6	40.8	45.4	11.0	1.70	1.67
16	14.2	160	64	5.0	8.4	18.1	747	93.4	6.42	54.1	63.3	13.8	1.87	1.80
16a	15.3	160	68	5.0	9.0	19.5	823	103	6.49	59.4	78.8	16.4	2.01	2.00
18	16.3	180	70	5.1	8.7	20.7	1090	121	7.24	69.8	86.0	17.0	2.04	1.94
18a	17.4	180	74	5.1	9.3	22.2	1190	132	7.32	76.1	105	20.0	2.18	2.13
20	18.4	200	76	5.2	9.0	23.4	1520	152	8.07	87.8	113	20.5	2.20	2.07
22	21.0	220	82	5.4	9.5	26.7	2110	192	8.89	110	151	25.1	2.37	2.21
24	24.0	240	90	5.6	10.0	30.6	2900	242	9.73	139	208	31.6	2.60	2.42
27	27.7	270	95	6.0	10.5	35.2	4160	308	10.9	178	262	37.3	2.73	2.47
30	31.8	300	100	6.5	11.0	40.5	5810	387	12.0	224	327	43.6	2.84	2.52
33	36.5	330	105	7.0	11.7	46.5	7980	484	13.1	281	410	51.8	2.97	2.59
36	41.9	360	110	7.5	12.6	53.4	10820	601	14.2	350	513	61.7	3.10	2.68
40	48.3	400	115	8.0	13.5	61.5	15220	761	15.7	444	642	73.4	3.23	2.75

Расчетные сопротивления наиболее распространенных строительных материалов

Расчетные сопротивления древесины – сосна, ель, лиственница, МПа

Виды напряженного состояния	Сорт древесины		
	I	II	III
Растяжение вдоль волокон	10	7	–
Сжатие вдоль волокон: – сечение бруса прямоугольное, высотой до 50 см, шириной до 10 см – круглое сечение	14 –	13 16	8,5 10
Скалывание вдоль волокон: – при изгибе – на врубках	1,8 2,4	1,6 2,1	1,6 2,1

Расчетные сопротивления бетона, МПа

Вид напряженного состояния	Марка бетона					
	B10	B15	B20	B25	B30	B35
Сжатие	6,0	8,5	11,5	14,5	17,0	19,5
Растяжение	0,57	0,75	0,90	1,05	1,20	1,30

Расчетные сопротивления бетона, МПа

Вид напряженного состояния	Марка бетона				
	B40	B45	B50	B55	B60
Сжатие	22,0	25,0	27,5	30,0	33,0
Растяжение	1,40	1,45	1,55	1,60	1,65

Предельно допустимые сопротивления сжатию и растяжению стальных элементов, МПа

Гибкость элемента	Для стали с расчетным сопротивлением растяжению (МПа)						
	200	240	280	320	360	400	440
0	200	240	280	320	360	400	440
20	193	231	269	306	343	380	416
40	181	215	247	280	311	342	372
60	165	193	220	245	270	288	306
80	147	164	179	193	204	213	220
100	120	130	138	143	146	147	147
120	96	101	102	103	103	104	104
140	75	76	76	77	77	78	78
160	58	59	59	60	60	61	61
180	47	47	48	48	49	49	49
200	38	39	39	40	40	40	41

Расчетные сопротивления серого чугуна, МПа

Вид напряженного состояния	Марка чугуна			
	СЧ20	СЧ25	СЧ30	СЧ45
Сжатие	160	200	230	250
Растяжение	55	65	85	100